

(jornades europees χ^2
d'estadística)

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

INSTITUT BALEAR D'ESTADÍSTICA. CONSELLERIA D'ECONOMIA, COMERÇ I INDÚSTRIA

Sant Feliu, 8 A - 07012 Palma
Telèfon: 971 176 755 - Fax: 971 176 758

Títol Jornades europees d'estadística. L'ensenyament i la difusó de l'estadística
Nº IBAE CCXXVIII
Dipòsit legal PM-2452-2001
Editor Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria. Govern de les Illes Balears
Impressor Son Espanyolet
Tiratge 2.000 exemplars
Preu unitari 5,26 •. Distribució gratuïta
Data d'edició Desembre 2001

Se n'autoritza la reproducció parcial citant-ne la procedència.

(presentació)

Aquest volum recull les comunicacions i alguna de les ponències presentades a les Jornades Europees d'Estadística, realitzades a Palma els dies 10 i 11 d'octubre de 2001 sota el lema *l'ensenyament i la difusió de l'estadística*. Aquest volum completa i substitueix el document intern de treball que fou ofert, com a material de suport i complementari, durant les jornades.

Un cop fet aquest necessari aclariment, us exposaré molt breument el paper que aquest Govern confereix a l'estadística i un esbós de les noves línies en matèria d'estadística que impulsam els que actualment tenim la responsabilitat política i la missió de millorar, en la mesura de les nostres possibilitats, el servei públic de les Illes Balears i la qualitat de vida dels qui hi habiten i ens visiten.

Un govern amb visió de país ha de significar, sinó volem desproveir de sentit aquest terme, aplicar una nova filosofia en la manera de pensar, d'actuar i de comunicar-se amb la gent, sempre avançant cap a l'assoliment d'objectius que beneficiïn el col·lectiu que integra la nostra societat.

Un punt decisiu d'aquesta filosofia ha de ser la transparència, mai no entesa com la presentació interessada de dades parcials, sinó com el procés d'oferir tota la informació que sigui possible als ciutadans perquè, d'aquesta manera, puguin conèixer la situació real de les Illes i puguin valorar amb criteris objectius les actuacions i les gestions del Govern. Aquí és on la millora del sistema estadístic i l'ensenyament de l'estadística tenen un paper clau.

La Direcció General d'Economia, de la qual depèn l'Institut Balear d'Estadística, treballa en el desenvolupament d'un sistema estadístic autònom operatiu i potent que pugui, en primer lloc, generar un volum important de dades fàcilment comprensibles per als ciutadans i, en segon, sigui capaç de crear els sistemes adients per facilitar l'accés de les dades generades a totes aquelles persones que desitgin accedir-hi.

No m'estendré en descriure aquest canvi de model, atès que el director general d'Economia de la Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria del Govern de les Illes Balears presenta una comunicació, en aquest sentit. Simplement faré una breu reflexió sobre la importància de l'ensenyament estadístic en aquest nou enfocament de la producció i la difusió estadística. El missatge en aquest sentit és clar: de res no serveix millorar la producció i la difusió de les estadístiques si simultàniament no es millora la cultura estadística de la població. Evidentment, aquest objectiu es pot aconseguir per diferents mitjans que passen, entre d'altres actuacions, pel desenvolupament d'uns bons mecanismes d'aprenentatge en els nivells obligatoris d'ensenyament (primària i secundària) i per la producció de documents estadístics fàcils d'utilitzar, accessibles i operatius.

Finalment, a més de donar-vos la benvinguda al nostre país, en nom propi i de tot el Govern, us vull agrair l'assistència i la participació en aquesta trobada internacional, així com expressar-vos el desig que aquestes jornades constitueixin un gran èxit científic i que entre tots, s'aconsegueixi que l'estadística esdevengui una ciència a l'abast de tota la població.

Pere Sampol i Mas
*Vicepresident del Govern de les Illes Balears
i conseller d'Economia, Comerç i Indústria*

(introducció)

D'ençà l'entrada del nou Govern de les Illes Balears s'han produït importants i significatius canvis en gran part de les àrees de l'Administració Autònoma. Una de les àrees que ha experimentat amb major intensitat aquesta reorganització ha estat l'àrea de l'estadística. Es pretén potenciar l'estadística com a font bàsica per al coneixement de la realitat social, demogràfica, econòmica, cultural i mediambiental de les Illes i com a instrument bàsic per aconseguir la transparència en la gestió democràtica de les dades. Amb aquesta finalitat s'ha preparat el Projecte de Llei d'Estadística de les Illes Balears, que fou aprovat dia 16 de novembre de 2001 pel Consell de Govern i que vigirà un cop enllestida la tramitació parlamentària. Aquesta Llei donarà un impuls definitiu a l'institut estadístic de la nostra comunitat autònoma i obligarà per llei a subministrar les dades que sol·liciti, d'acord amb els plans estadístics que s'acordin.

Tot i que no ens volem estendre excessivament en aquesta introducció, atès que en aquest volum hem inclòs una comunicació amb el títol Projecte global sobre l'educació estadística a les Illes Balears, que presenta amb bastant de detall la nova política estadística del Govern, sí volem destacar algunes idees generals per entendre quin és el sentit real del canvi estadístic que s'impulsa i com es relaciona amb aquestes jornades.

En realitat, tota aquesta revolució, aquest canvi radical en la manera d'entendre, realitzar i difondre l'estadística parteix d'un principi molt simple: el coneixement quantitatiu i objectiu de la realitat esdevé una necessitat i un dret de tota la societat. Aquesta frase, tan resumida, és plena de significat i implica transformacions radicals, tant en els productors i difusors (organismes estadístics) com els receptors (institucions, científics, polítics, empresaris, agents socials i tots els membres de la nostra societat). Aquest canvi en la consideració de les dades estadístiques com un instrument imprescindible de decisió i coneixement, fa necessari un increment del coneixement estadístic, un augment real d'allò que s'anomena cultura estadística.

La necessitat bàsica d'incrementar aquest coneixement fa que l'ensenyament de l'estadística esdevengui una peça clau d'aquest nou model i, per tant, també esdevé necessari reflexionar sobre la situació de l'estadística en els circuits d'ensenyament actuals. Aquestes reflexions, juntament amb l'anàlisi de la relació dels organismes productors i difusors d'estadístiques públiques amb el món de la docència han estat l'objecte de les jornades que han donat com a fruit visible aquest volum.

Un cop comentat l'objecte de les jornades i el sentit que tenen en el canvi global que es pretén assolir en l'actuació de l'estadística pública a les Illes Balears, esmentarem breument alguna de les actuacions concretes realitzades o en projecte, tant pel que fa a la producció i la difusió com en les activitats tendents a incrementar el nivell estadístic de la nostra societat.

Quant a l'institut responsable de la producció i la difusió de les estadístiques de les Illes Balears, el primer pas ha estat canviar la mentalitat, arribar a assumir que la seva obligació, aplicant uns criteris correctes de recopilació, classificació i anàlisi estadística, és subministrar a tots els usuaris dades accessibles i comprensibles. En aquest sentit s'ha dissenyat el Pla d'estadística unificada (PEU) que pretén condensar i resumir en poques publicacions les múltiples fonts estadístiques d'interès general. Fruit d'aquesta política han aparegut, per primer cop, dues publicacions que constitueixen pilars bàsics de la producció de l'Institut Estadístic: La base de dades municipals i Les Illes Balears en xifres. La primera ofereix l'avantatge de la interactivitat i la possibilitat d'exportació i tractament de les dades, que s'ha ampliat ara a la capacitat de fer gràfiques i s'està preparant per fer cartografia automàtica. Les Illes Balears en xifres, tot i presentar-se en el format clàssic de paper, constitueixen un aplec temàtic de les estadístiques més rellevants de la nostra comunitat autònoma que es caracteritza per un tractament respectuós amb el fet insular (s'ofereixen sempre que és possible dades per a cadascuna de les quatre illes que conformen el nostre arxipèlag), l'actualitat de les informacions subministrades (s'ofereixen les dades més recents disponibles de cadascuna de les matèries) i per oferir sèries que permeten realitzar anàlisis diacròniques.

Així mateix, aquesta publicació també ha obert una fase d'internacionalització de la informació subministrada i, per això, s'ha traduït a sis idiomes, tant per satisfer les demandes dels residents i els visitants temporals de les nostres illes, com dels organismes internacionals, cada cop més freqüents per la integració en la Unió Europea.

Altres actuacions, com la millora de la presència de dades estadístiques a Internet, pretenen aconseguir una gran accessibilitat a les dades generades per l'Institut, que recordem-ho ha de ser una de les característiques que ha de presentar aquestes institucions, un cop modificat el model general de funcionament.

La nova filosofia també s'ha reflectit en una nova política editorial. L'ús de nous formats, no usuals abans, com les carpetes temàtiques o d'informació estadística general, els puzzles o nous llenguatges de comunicació (el còmic), permeten nous camins de difusió i un accés més atractiu a grups de població on abans era molt poc usual.

Tot i amb això, l'Institut Balear d'Estadística manté les seves col·leccions de publicacions estadístiques i continuarà elaborant publicacions específiques per atendre a demandes generals, com poden ser les col·leccions de llibres sobre els padrons i els censos, anàlisi de pressuposts, incendis forestals i d'altres.

A més de les noves formes de difusió i els nous llenguatges utilitzats, s'han establert vies directes per incrementar el nivell cultural estadístic de la població. Així, s'ha arribat a acords amb la Conselleria d'Educació i Cultura, per iniciar l'any 2002 activitats formatives específiques per als docents, que són sens dubte, una peça clau en aquest nou model, atès que són un col·lectiu que intervé de manera decisiva en la formació cultural estadística de la joventut i això permetrà que els més joves de la nostra societat puguin rebre una formació específica adequada en aquesta matèria.

Així mateix, altres actuacions com els punts d'informació estadística (terminals informàtics amb bases de dades i accés a les pàgines WEB d'estadística), la realització d'activitats lúdiques escolars (carpes) i altres tasques planificades, permetran fer accessibles les dades al conjunt de la població illenca i construir una societat més justa i participativa a partir de la democratització de la informació.

Antoni Monserrat i Moll
Director general d'Economia

(índice)

Presentació	3
Introducció	7
Índex	11
Resums	15
Dissemination and pricing policy of Eurostat <i>Amador Rodríguez</i>	43
La enseñanza de la estadística y la estadística en la enseñanza <i>Miguel A. de Castro Puente</i>	51
Los puntos de información estadística de Andalucía Su importancia desde el punto de vista de la difusión en un marco de calidad <i>Instituto Andaluz de Estadística</i>	59
L'aplicació d'eines de màrqueting en la difusió dels resultats estadístics <i>Jordi Oliveres i Prats</i>	71
La nueva política de difusión del instituto galego de estadística (IGE) <i>Iglesias Patiño, Carlos L.</i>	87
Projecte global sobre educació estadística a les Illes Balears <i>Monserrat i Moll, Antoni; Beltrán Pascual, Mauricio i Dídac Lluch i Dubon, Ferran</i>	99
Actividad de difusión del Instituto Valenciano de Estadística Reflexiones sobre la difusión de datos de áreas pequeñas <i>Dolors Cuevas, José L. Cervera Ferri</i>	113
Statistics and the teaching of statistics in secondary schools <i>Pedro Campos, Sérgio Bacelar, Emília Oliveira y José Gome</i>	123
Obstáculos para la enseñanza de la probabilidad en los estudiantes de economía y administración y dirección de empresas <i>Fernández Morales, Antonio</i>	131
Ensenyar estadística a Catalunya: una feixuga i engrescadora experiència co-lectiva <i>Barceló Vidal, Carles i Gomá Nasarre, Antoni</i>	143
ALEA: Um contributo a promoção da literacia estatística <i>Campos, Pedro; Bacelar, Sérgio; Oliveira, Emilia i José Gomes</i>	155
Reflexiones sobre el lenguaje probabilístico en los libros de texto de educación secundaria <i>Ortiz, Juan J. i Serrano, L.</i>	163
Continguts estadístics a l'ensenyament primari <i>Costa Sáenz de San Pedro, Àlex</i>	177
L'enseignement des probabilités et de la statistique en France depuis 1965. <i>Parzysz, Bernard</i>	193
Tecnological tools in statistics education <i>Ben-Zvi, Dani</i>	207
La enseñanza de estadística con nuevas tecnologías. Algunas experiencias universitarias <i>López Menéndez, Ana Jesús y Pérez Suárez, Rigoberto</i>	221
Iniciativas para mejorar el aprendizaje de la estadística en la universidad <i>M. Pilar Muñoz Gracia, Erik Cobo Valeri, José Antonio González Alastrué, Josep Anton Sánchez Espigares, Jordi Castro Pérez, Manuel Martí Recober</i>	233
Problemas y algoritmos relacionados con la media en los libros de texto de secundaria <i>Belén Cobo Merino</i>	241

Razonamiento combinatorio e implicaciones para la enseñanza de la probabilidad <i>Rafael Roa y Virginia Navarro-Pelayo</i>	253
La estadística y probabilidad en la formación de los maestros de educación primaria <i>María del Carmen Molina Ortín</i>	265
Correlación y regresión en los primeros cursos universitarios <i>Antonio Estepa y Francisco T. Sánchez Cobo</i>	273
Materiales para el estudio de un problema-ejemplo de introducción en un curso básico de estadística <i>Montes F., Plaza M.</i>	289
La inferencia estadística básica en la enseñanza secundaria <i>Antonio Javier Moreno Verdejo y Angustias Vallecillos Jiménez</i>	305
Diseño experimental para ciencias ambientales y agropecuarias <i>Sánchez Coseano, Diana C. i Amendola de Olsen, Ana</i>	323
La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos <i>Tauber, Liliána Mabel</i>	329
Controversias sobre el papel de los contrastes estadísticos de hipótesis en la investigación experimental <i>Batanero Bernabeu, Carmen</i>	343
Modelo de aprendizaje de la estadística en el marco de la metodología científica. Un problema basado en datos reales <i>Montenegro Silvana, Marisa y Tarrés, María Cristina</i>	361
Actitudes hacia la estadística e instrumentos de evaluación <i>Estrada Roca, Assumpta</i>	369
The experience of Istat in the promotion of statistica literacy in schools <i>Giovanni Barbieri y Paola Giacché</i>	385
Explora: un programa chileno de extensión en ciencia y tecnología en probabilidad y estadística <i>Ricardo Aravena, Guido del Pino y Pilar Iglesias</i>	391
Aprender Estatística através de trabalho colaborativo: Dados referentes ao 7º ano de escolaridade <i>Carolina Carvalho y Margarida César</i>	403
Propuestas para la formación de profesores sobre algunas cuestiones matemáticas y estadísticas de los sistemas electorales democráticos <i>María Candelaria Espinel Febles</i>	419
Presente y futuro de la educación estadística <i>Batanero Bernabeu, Carmen</i>	431
Links	443
Participants	443

(resums)

DISSEMINATION AND PRICING POLICY OF EUROSTAT

Amador Rodriguez

Resum

La missió de l'Eurostat és subministrar informació estadística d'alta qualitat. La política de difusió i de preus de l'Eurostat es basa en el coneixement sobre la demanda dels usuaris i la distinció entre diversos grups d'usuaris: institucions europees, el sistema estadístic europeu, mitjans de comunicació i usuaris privats, que inclouen el sector de l'educació. El nucli de la política de difusió es basa en tres elements bàsics: la xarxa de punts de comercialització d'informació, la pàgina WEB i les vendes de l'oficina europea de publicacions. L'estructura de l'oferta estadística es basa en dos conceptes: la col·lecció i el tema. La col·lecció és un tipus de publicació orientada a un tipus específic d'usuari la necessitat del qual es cobreix amb una publicació amb un tema estadístic concret. La política de preus es basa en dos principis: es disposa de certa informació gratuïta d'interès general en la web, mentre altre informació s'aconsegueix pagant. Els usuaris poden sol·licitar serveis personalitzats estadístics (explotacions específiques) als serveis de dades i el preu es calcula en base a la quantitat d'informació i al treball que s'ha de fer per aconseguir la informació demanada. Eurostat ofereix, així mateix, a serveis professionals d'elaboració i difusió d'estadística, contractes i llicències que ofereixen un servei especial, a partir de bases de dades.

Resumen

La misión del Eurostat es suministrar información estadística de alta calidad. La política de difusión y de precios del Eurostat se basa en el conocimiento sobre la demanda de los usuarios y la distinción entre diversos grupos de usuarios: instituciones europeas, el sistema estadístico europeo, medios de comunicación y usuarios privados, que incluyen el sector de la educación. El núcleo de la política de difusión se basa en tres elementos básicos: la red de puntos de comercialización de información, la página WEB y las ventas de la oficina europea de publicaciones. La estructura de la oferta estadística se basa en dos conceptos: la colección y el tema. La colección es un tipo de publicación orientada a un tipo específico de usuario cuyas necesidades se cubre con una publicación con un tema estadístico concreto. La política de precios se basa en dos principios: se dispone de cierta información gratuita de interés general en la web, mientras otra información se consigue pagando. Los usuarios pueden solicitar servicios personalizados estadísticos (explotaciones específicas) a los servicios de datos y el precio se calcula de acuerdo con la cantidad de información y al trabajo que se ha de llevar a cabo para conseguir la información solicitada. Eurostat ofrece, asimismo, a servicios profesionales de elaboración y difusión de estadística, contratos y licencias que ofrecen un servicio especial de acceso a bases de datos.

Abstract

The mission of Eurostat is to provide statistical information services of high quality. The Dissemination and pricing policy of Eurostat is based on the knowledge of users demand and the distinction between various users groups, EU Institutions, European Statistical System, media, private users including the education sector. The dissemination policy's backbone is based on three main actors: The datashops network, the web site and the sales offices of the European Publication office. The structure of the statistical offer is based on two concepts: The collection and the theme. Collection is a type of publication oriented to an specific type of user needs while theme is the subject of the statistical area covered by the publication. Pricing is based on two principles: Some free information of general interest is available on the web while other information is paying. Users are able to ask for tailored statistical services to datashops and a price is calculated based on the amount of information and the work to be done to get the outcome. Eurostat offers also to professional disseminators contracts and licenses to offer a value-added service based on Databases.

Sommaire

La mission de l'Eurostat est fournir d'information statistique de qualité. La politique de diffusion et de prix de l'Eurostat est basé dans la connaissance de la demande des usuraires: les institutions européennes, le système statistique européen, les médias et les usuraires privés, qui sont inclus dans le secteur de l'enseignement. Le noyau de la politique de diffusion est fondé sur trois éléments principaux: le réseau de points de commercialisation de l'information, la page d'Internet et les ventes du bureau européen de publications. La structure de l'offre statistique est basée en deux concepts: la collection et le sujet. La collection est un type de publication destiné à une catégorie spécifique d'usuraires qui a besoin d'une publication d'un sujet statistique concret. La politique de prix est fondée sur deux principes: certaine information disponible d'intérêt général est gratuite dans la page d'Internet, tandis que d'autre information peut s'obtenir à un prix déterminé. Les usuraires peuvent requérir des services statistiques personnalisés (des exploitations spécifiques) aux services de données et le prix est calculé selon la quantité d'information et le travail nécessaire pour obtenir l'information requise. Également, l'Eurostat offre des contrats et des permis qui facilitent une prestation spéciale d'accès aux bases de données pour des services professionnels d'élaboration y diffusion de statistique

LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA

Miguel A. De Castro Puente

Resum

El text següent correspon a la intervenció realitzada a la taula rodona titulada L'ensenyament de l'estadística i l'estadística a l'ensenyament, durant el transcurs de les Jornades europees d'estadística realitzades a Palma. La intervenció presenta l'activitat de formació estadística duta a terme per l'INE. Aquesta institució defensa la necessitat de reforçar a comunicació entre els productors d'estadística i l'àmbit acadèmic i entre els productors d'estadística i els diferents col·lectius d'usuaris. En aquest sentit, l'INE realitza dos tipus d'actuacions importants, d'una banda, les tasques de l'Escola d'Estadística Pública, per l'altra, les tasques de formació i cooperació internacional de l'INE.

L'activitat de l'Escola abasta diversos fronts que cobreixen tant cursos de formació especialitzada en estadística, seminaris sectorials, difusió de productes de l'INE, col·laboració amb universitats i altres centres docents.... S'han de destacar els cursos d'estadística bàsica per al personal no estadístic de l'INE i els cursos a col·lectius específics com els periodistes o els professors.

Quant a l'àmbit internacional, existeixen programes de formació continuada amb els països d'Amèrica Llatina per a persones que treballen en els sistemes estadístics nacionals, així com programes sectorials (comerç, turisme...) en què participen països del Mediterrani, MERCOSUR i Xile. A més s'han de tenir en compte altres programes de formació i col·laboració amb països europeus i Xina.

Resumen

El texto siguiente corresponde a la intervención realizada en la mesa redonda titulada "La enseñanza de la estadística y la estadística en la enseñanza" durante el transcurso de las Jornadas europeas de estadística, realizadas en Palma de Mallorca.

La intervención presenta la actividad de formación estadística llevada a cabo por el INE. Esta institución defiende la necesidad de reforzar la comunicación entre los productores de estadística y el ámbito académico y entre los productores de estadística y los distintos colectivos de usuarios. En este sentido, el INE viene realizando dos tipos de actuaciones importantes; por un lado, las labores de la Escuela de Estadística Pública y, por otro, las labores de formación y cooperación internacional del INE.

La actividad de la Escuela se lleva a cabo en diversos frentes que cubren tanto cursos de formación especializada en estadística, seminarios sectoriales, difusión de productos del INE, colaboración con universidades y otros centros docentes... Se deben destacar los cursos de estadística básica para el personal no estadístico del INE y los cursos a colectivos específicos como los periodistas o profesores.

En cuanto al ámbito internacional, existen programas de formación continuada con los países de América Latina para personas que trabajan en los sistemas estadísticos nacionales, así como programas sectoriales (comercio, turismo...) en que participan países del Mediterráneo, MERCOSUR y Chile. Además se deben tener en cuenta otros programas de formación y colaboración con países europeos y con China.

Summary

The following text corresponds to the intervention made in the round table called "Teaching statistics and statistics in teaching" during the celebration of the European conference on statistics held in Palma de Mallorca.

This intervention presents the training activity in statistics carried out by the INE. This institution defends the need to reinforce the communication between the producers of statistics and the academic framework and between the producers of statistics and the different groups of users. In this direction, the INE has been producing two kinds of important actions; on the one hand, the tasks of the School of Public Statistics and, on the other, the tasks of training and international cooperation of the INE.

The activity of the Schools is carried out in different fronts covering specialized training courses in statistics, sectarian seminars, diffusion of products of the INE, collaboration with universities and other teaching centres, etc. We must highlight the courses on basic statistics for the non-statistical staff of the INE and those courses addressed to specific groups such as journalists or teachers.

When referring to the international framework, there are several continuous training programs with countries of Latin America for people working in national statistical systems, as well as sectarian programs (commerce, tourism...) where Mediterranean countries, MERCOSUR and Chile participate. In addition to this, we must bear in mind other training and collaboration programs with European countries and China.

Sommaire

Le texte suivant correspond à la participation réalisée dans une table ronde et appelée «L'enseignement de la statistique et la statistique dans l'enseignement» pendant la célébration des Assises européennes de statistique en Palma de Mallorca.

La participation présente l'activité de formation statistique réalisée par l'INE. Cette institution justifie la nécessité de renforcer la communication entre les producteurs de statistique et le domaine académique et entre les producteurs de statistique et les différents collectifs d'usagers. Dans ce sens, l'INE a réalisé deux types d'actions importantes: les travaux de l'*Escuela de Estadística Pública* d'un côté, et d'un autre, la formation et coopération internationales de l'INE.

L'activité de l'*Escuela* s'effectue dans des fronts différents qui s'occupent de cours de formation spécialisée en statistique, des séances de travaux pratiques par secteurs, de la diffusion de produits de l'INE, de la collaboration avec des universités et d'autres centres d'enseignement... Il faut souligner les cours de statistique élémentaire pour le personnel non statistique de l'INE et les cours pour des collectivités spécifiques comme les journalistes ou professeurs.

Au niveau international, il y a des programmes de formation continue avec les pays de l'Amérique Latine pour des personnes qui travaillent dans les systèmes statistiques nationaux, ainsi que des programmes pour des secteurs (le commerce, le tourisme...) auxquels des pays de la Méditerranée, MERCOSUR et Chili participent. Également, il faut tenir compte des autres programmes de formation et de collaboration avec des pays de l'Europe et de China.

LOS PUNTOS DE INFORMACIÓN ESTADÍSTICA DE ANDALUCÍA. SU IMPORTANCIA DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA DIFUSIÓN EN UN MARCO DE CALIDAD

Instituto Andaluz de Estadística

Resum

L'article presenta algunes reflexions i dades sobre el sistema de difusió de l'Institut d'Estadística d'Andalusia (IEA) i, concretament, sobre els Punts d'Informació Estadística.

S'inicia fent referència a la importància de l'estadística a les societats democràtiques i, la responsabilitat consegüent dels organismes estadístics en l'obtenció, el tractament i la difusió de dades de qualitat.

Finalment, es presenta com l'IEA ha assumit aquests reptes, particularment quant a difusió i es presenten en detall, els Punts d'Informació Estadística d'Andalusia com una fita fonamental d'aquest projecte estadístic, tot descrivint-ne la filosofia, el funcionament, l'evolució, la realitat present i els projectes futurs.

Resumen

Este artículo presenta algunas reflexiones y datos sobre el sistema de difusión del Instituto de Estadística de Andalucía (IEA) y, concretamente, sobre los Puntos de Información Estadística.

Se inicia comentando la importancia de la estadística en las sociedades democráticas y la responsabilidad consiguiente de los organismos estadísticos en la obtención, el tratamiento y la difusión de datos de calidad.

Finalmente, se presenta como el IEA ha asumido estos retos, particularmente en lo que se refiere a difusión y se presentan en detalle, los Puntos de Información Estadística de Andalucía como un elemento fundamental de este proyecto estadístico y, para ello, se describe su filosofía, funcionamiento, evolución, su realidad presente y los proyectos futuros.

Summary

This article presents some meditations and data on the diffusion system of the Institute of Statistics of Andalusia (IEA) and, more precisely, on the Statistical Information Points.

It starts commenting the importance of statistics in democratic societies and the consequent responsibility of statistical bodies in the acquisition, treatment and diffusion of data and quality.

Finally, the challenges assumed by the IEA are presented, especially regarding the diffusion, and there is a detailed presentation of the Statistical Information Points of Andalusia and the main element of this statistical project and, in order to do so, its philosophy, performance, evolution, current reality and future projects are described.

Sommaire

Cet article présente quelques réflexions et données sur le système de diffusion de l'Institut de Statistique de l'Andalousie (IEA) et, plus exactement, sur les Points d'Information Statistique.

L'article commence par commenter l'importance de la statistique dans des sociétés démocratiques et la responsabilité des organismes statistiques dans l'obtention, le traitement et la diffusion de données de qualité. Finalement, l'article explique comment l'IEA a accepté ces défis, particulièrement en ce qui concerne la diffusion, et il présente en détail les Points d'Information Statistique de l'Andalousie comme un élément fondamental de ce projet statistique, en décrivant sa philosophie, fonctionnement, évolution, réalité et projets futurs.

L'APLICACIÓ D'EINES DE MÀRQUETING EN LA DIFUSIÓ DELS RESULTATS ESTADÍSTICS

Jordi Oliveres i Prats

Resum

El màrqueting és una tecnologia nascuda al món empresarial útil per a l'optimització del coneixement de l'organització i dels seus productes o serveis, tant en el seu mercat real com en el potencial, i per crear i/o estimular-ne la demanda per augmentar-ne les vendes i, per tant, els beneficis econòmics.

El màrqueting és perfectament aplicable al món públic. Els seus principis bàsics i les seves tècniques són molt útils si s'adapten a les característiques pròpies de l'àmbit públic, on també és important que els serveis que es presten siguin coneguts i utilitzats, i que la institució que els presta sigui coneguda pels ciutadans i reconeguda per la seva eficàcia.

Actualment, són cada cop més les institucions públiques que estan aplicant tècniques de màrqueting per millorar la prestació de serveis i de productes. L'equip directiu de l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat) sempre ha estat conscient dels avantatges que ofereix el màrqueting en la difusió de resultats estadístics i de les possibilitats que ofereix per millorar les seves relacions amb el seu entorn institucional.

Resumen

El màrqueting es una tecnología nacida en el mundo empresarial útil para optimizar el conocimiento de la organización y de sus productos o servicios, tanto en su mercado real como en el potencial y para crear y o estimular su demanda para aumentar las ventas y, por tanto, los beneficios económicos.

El màrqueting es perfectamente aplicable al mundo público. Sus principios básicos y sus técnicas son muy útiles si se adaptan a las características propias del ámbito público, donde también importante que los servicios que se presten sean conocidos y utilizados, y que la institución que los presta sea conocida por los ciudadanos y reconocida por su eficacia.

Actualmente son de cada vez más las instituciones públicas que están aplicando técnicas de màrqueting para mejorar la prestación de servicios y de productos. El equipo directivo del Instituto de Estadística de Cataluña (Idescat) siempre ha sido consciente de las ventajas que ofrece el màrqueting en la difusión de resultados estadísticos y de las posibilidades que ofrece para mejorar sus relaciones con su entorno institucional

Summary

The marketing is a technology, born in the business world, which is useful for the optimization of the knowledge concerning the organization and its products or services, both in its real market and in the potential one, as well as for producing and/or stimulating its demand to increase its sales and, therefore, the economic benefits.

The marketing can be perfectly applied to the public world. Its main principles and its techniques are very useful if they are adapted to the own characteristics of the public field, where it is also important that the services provided are known and used, and that the institution which provides them is known by the citizens and recognized by its efficacy.

Presently, there are increasingly more public institutions which apply marketing techniques in order to improve the provision of services and products. The staff of the Statistical Institute of Catalonia (Idescat) has always been aware of the advantages that the marketing offers regarding the dissemination of statistical results, as well as the possibilities that it offers to improve the relationships that it has with its institutional environment

Sommaire

Le marketing est une technologie née dans le monde des affaires et qui est très utile pour l'optimisation des connaissances par rapport à l'organisation et aux produits ou services, tant pour le marché réel que pour le potentiel, pour la création ou stimulation de la demande afin d'augmenter les ventes et, en conséquence, les bénéfices économiques.

Le marketing peut être parfaitement appliqué au public. Ses principes fondamentaux et ses techniques sont très utiles s'ils s'adaptent aux caractéristiques propres du domaine public, où il est aussi important que les services offerts soient connus et utilisés et que l'institution qui offre ces services soit connue par les citoyens et considérée notoire par son efficacité.

Actuellement, il y a une croissance des institutions publiques qui appliquent les techniques du marketing pour améliorer la provision de services et de produits. Le personnel de l'Institut Statistique de Catalogne (Idescat) a toujours reconnu les avantages du marketing pour la diffusion de résultats statistiques, ainsi que ses possibilités pour améliorer les relations avec son environnement institutionnel.

LA NUEVA POLÍTICA DE DIFUSIÓN DEL INSTITUTO GALLEGO DE ESTADÍSTICA (IGE)

Carlos L. Iglesias Patiño

Resum

S'exposa la nova política de difusió de l'IGE inscrita en el seu marc institucional i com a resultat de l'evolució històrica pròpia. A més, es realitza una previsió de les vies que en el futur, haurà d'emprendre la difusió, tot considerant diversos escenaris futurs.

Resumen

Se expone la nueva política de difusión del IGE inscrita dentro de su marco institucional y como resultado de su propia evolución histórica. Además se realiza una previsión de los derroteros que debería tomar la citada difusión, dentro de unos posibles escenarios futuros.

Summary

The new diffusion policy of the IGE is been presented within its institutional framework and as the result of its own historical evolution. In addition to this, a forecast of the way that such diffusion should take is been made within possible future scenarios.

Sommaire

On expose la nouvelle politique de diffusion de l'IGE inscrite dans son cadre institutionnel et résultat de sa propre évolution historique. Également, on réalise une prévision de la route à prendre pour telle diffusion, dans des scénarios possibles dans le futur.

PROYECTO GLOBAL SOBRE L'EDUCACIÓ ESTADÍSTICA A LES ILLES BALEARS

Antoni Monserrat i Moll, Mauricio Beltrán Pascual, Ferran Dídac Llluch i Dubon

Resum

Aquest article presenta la nova política estadística del Govern de les Illes Balears. Bàsicament, aquesta nova visió és conseqüència de la constatació del baix nivell que assoleix la cultura estadística entre la població general i, per tant, del reduït abast i de la dificultat de comprensió que per als nostres ciutadans té la producció de l'Institut d'Estadística. Per això, es pretén impulsar un nou projecte que implica noves tasques de producció, de difusió i d'educació en aquesta matèria. La implicació en educació, en la millora de la cultura estadística de la població general constitueix un canvi radical en l'actuació d'aquest organisme estadístic públic i constitueix una nova via de treball i de col·laboració amb altres institucions, especialment amb aquelles que tenen l'educació com a competència específica.

Hem encunyat el concepte d'ESTADÍSTICA AL CARRER per definir el projecte de fer accessibles les dades a tots els ciutadans i, alhora, incrementar el nivell del coneixement sobre tècniques, mètodes i recursos estadístics que els permetin una interpretació correcta dels resultats de les explotacions estadístiques que pretén assolir, en darrer terme, una veritable democratització de la informació.

Resumen

Este artículo presenta la nueva política estadística del Gobierno de las Illes Balears. Básicamente, esta nueva visión es consecuencia de la constatación del bajo nivel que presenta la cultura estadística entre la población general y, por tanto, del reducido alcance y la dificultad de comprensión que para nuestros ciudadanos tiene la

producción del Instituto de Estadística. Por ello, se pretende impulsar un nuevo proyecto que implica nuevas formas de producción, de difusión y de educación en esta materia. La implicación en educación, en la mejora de la cultura estadística de la población general constituye un cambio radical en la actuación de este organismo estadístico público y constituye una nueva vía de trabajo y de colaboración con otras instituciones, especialmente aquellas que tienen la educación como competencia específica.

Hemos acuñado el concepto de ESTADÍSTICA EN LA CALLE para definir el proyecto de hacer accesibles los datos a todos los ciudadanos y, al mismo tiempo, incrementar el nivel de conocimiento sobre técnicas, métodos y recursos estadísticos que les permitan una interpretación correcta de los resultados de las explotaciones estadísticas que pretende alcanzar, en último término, una auténtica democratización de la información.

Summary

This article presents the new statistical policy carried out by the Government of the Balearic Islands. Basically, this new vision is a consequence of the low level of statistical culture among the general public and, therefore, the small approach and the comprehension difficulty of the production by the Institute of Statistics for our citizens. That is why a new project implying new forms of production, education and diffusion on this subject is being encouraged. The implication in education, in the improvement of statistical culture among the general public, means a radical change in the actions of this public body and constitutes a new way of work and collaboration with other institutions, especially those with specific competence in education.

We have acquired the concept of STATISTICS AT THE STREETS to define the project to make data more accessible for all citizens and, at the same time, increase the level of knowledge of statistical techniques, methods and resources allowing a correct interpretation of the results of statistical exploitations in order to finally achieve a true democratization of information.

Sommaire

Cet article présente la nouvelle politique statistique du Gouvernement des Illes Baléares. Principalement, cette nouvelle vision est due à la constatation du bas niveau de la culture statistique entre la population et, conséquemment, de la réduite étendue et de la difficulté de compréhension que pour nos citoyens a la production de l'Institut de Statistique. Voilà la raison pour laquelle on prétend promouvoir un nouveau projet qui inclut des nouvelles formes de production, de diffusion et d'éducation dans cette matière. La participation dans l'enseignement, dans l'amélioration de la culture statistique de la population, suppose un changement radical de l'action de cet organisme statistique public et une nouvelle voie de travail et de collaboration avec d'autres institutions, spécialement celles avec l'enseignement comme compétence spécifique.

Nous avons établi le concept de STATISTIQUE DANS LA RUE pour définir le projet destiné à donner accès aux données à tous les citoyens et, en même temps, augmenter le niveau de connaissance sur les techniques, méthodes et ressources statistiques qui permettent une interprétation correcte des résultats des exploitations statistiques et qui, comme objectif final, prétend atteindre une vraie démocratisation de l'information.

ACTIVIDADES DE DIFUSIÓN DEL INSTITUTO VALENCIANO DE ESTADÍSTICA

Dolors Cuevas

Resum

Aquest article presenta les activitats de difusió de l'Institut Valencià d'Estadística duts a terme i els projectes iniciats d'acord amb les noves tecnologies de la informació disponibles.

L'activitat estadística de l'IVE té caràcter públic i de difusió obligada, d'acord amb la normativa vigent. Les tasques de difusió pretenen respondre a les demandes sorgides dels diferents tipus d'usuaris. Així mateix, a més de la demanda, l'evolució en el desenvolupament informàtic i les comunicacions determina els nous suports d'informació i les vies d'accés a la informació. En aquest sentit, s'està preparant un projecte important i innovador: el portal estadístic de la Generalitat Valenciana

Resumen

Este artículo presenta las actividades de difusión de l'Institut Valencià d'Estadística llevadas a cabo y los proyectos iniciados de acuerdo con las nuevas tecnologías de la información disponibles.

La actividad estadística del IVE tiene carácter público y difusión obligada, de acuerdo con la normativa vigente. Las tareas de difusión pretenden responder a las demandas surgidas de los diferentes tipos de usuarios. Asimismo, además de la demanda, la evolución en el desarrollo informático y las comunicaciones determina los nuevos soportes de información y las vías de acceso a la información. En este sentido, se está preparando un proyecto importante e innovador: el portal estadístico de la Generalitat Valenciana.

Summary

The article herein presents the diffusion activities carried out by the Statistics Institute of Valencia, as well as the projects started according to the new information technologies already available.

The statistical activity of the IVE has a public character and compulsory diffusion, according to current rules. The diffusion tasks try to answer the requests arising from the different sorts of users. In addition to this, apart from the request, the progress in computer and communication development determines the new information supports and the access gates to information. In this sense, an important and innovative project is being prepared: the statistical gateway of the Generalitat Valenciana.

Sommaire

Le présent article présente les activités de diffusion menées par l'Institut Valencian d'Estadística ainsi que les projets engagés selon les nouvelles technologies de l'information disponibles.

L'activité statistique de l'IVE a un caractère public et une diffusion obligatoire établis par le règlement en cours. Les taux de diffusion ont été conçus pour répondre aux exigences des différents types d'utilisateurs. Également, à part ces exigences, l'évolution et le développement informatique, ainsi que les communications, déterminent les nouveaux supports d'information et les voies d'accès à l'information. Dans ce sens, il est en train de se préparer un projet important et innovateur: la page d'Internet statistique de la Generalitat Valenciana.

REFLEXIONES SOBRE LA DIFUSIÓN DE DATOS DE ÁREAS PEQUEÑAS

José L. Cervera Ferri

Resum

Les reflexions sobre la difusió de dades d'àrees petites es desenvoluparà en tres parts.

- En primer lloc, unes idees sobre la creixent necessitat de dades d'àrees geogràfiques petites, en un context econòmic i social que enllaça, alhora, les tendències de mundialització i regionalització.
- Tot seguit, s'exposaran algunes idees sobre les possibilitats que les noves tecnologies poden oferir a les oficines d'estadística per a la difusió de dades d'àrees petites.
- En tercer lloc, revisarem algunes implicacions per als productors d'estadístiques oficials, principalment els de caràcter regional o local, les oportunitats que es presenten en un futur proper en la difusió de les dades demandades i les possibles línies d'R+D que s'han de potenciar.

Resumen

Las reflexiones sobre la difusión de datos de áreas pequeñas se desarrollará en tres partes.

- En primer lugar, unas ideas sobre la creciente necesidad de datos de áreas geográficas pequeñas, en un contexto económico y social que aúna al mismo tiempo tendencias de mundialización y regionalización.
- Seguidamente, se expondrán algunas ideas sobre las posibilidades que las nuevas tecnologías pueden ofrecer a las oficinas de estadística para la difusión de datos de áreas pequeñas.
- En tercer lugar, revisaremos algunas implicaciones para los productores de estadísticas oficiales, principalmente a los de carácter regional o local, las oportunidades que se presentan en un futuro próximo de cara a la difusión de los datos demandados y las posibles líneas de I+D que deberían potenciarse.

Summary

The meditations on data diffusion of small areas will be developed in three phases.

- First of all, some ideas on the increasing need of small geographical areas' data in an economical and social context gathering globalization and regionalization trends.
- Afterwards, some ideas on the possibilities offered by new technologies to bureaus of statistics for data diffusion of small areas will be exposed.
- Thirdly, we will make a review on some implications for the producers of official statistics, mainly for those of regional or local character, the opportunities at a short term regarding data diffusion and the possible I+D lines that should be encouraged.

Sommaire

Les réflexions sur la diffusion de données de zones petites seront développer en trois parties.

- Premièrement, quelques idées sur la croissante nécessité de données de zones géographiques petites, dans un contexte économique et social qui lie en même temps des tendances de mondialisation et de régionalisation.
- Ensuite, on proposera quelques idées sur les possibilités que les nouvelles technologies peuvent offrir aux bureaux de statistique pour la diffusion de données dans des zones petites.

- Troisièmement, nous réviserons quelques implications pour les producteurs de statistiques officielles, en particulier ceux de caractère régional ou local, les opportunités qui se présentent dans le futur prochain face à la diffusion des données nécessaires et les possibles lignes de R+D qui devront se stimuler.

STATISTICS AND THE TEACHING OF STATISTICS IN SECONDARY SCHOOLS

Pedro Campos, Sérgio Bacelar, Emília Oliveira y José Gome

Resum

Aquest text descriu algunes tendències en el suport de l'ensenyament de l'estadística en l'assignatura de matemàtiques i presenta el projecte ALEA com un instrument per incrementar la cultura estadística. En primer lloc, es fan algunes referències sobre els nous paradigmes en l'ensenyament de l'estadística i la construcció de la *societat de l'aprenentatge*. Després presentam algunes de les característiques de l'ALEA (Accions locals d'estadística aplicada) relatives a la millora de la cultura estadística. Aquest projecte començà com una proposta de col·laboració entre l'Institut Nacional Portugués d'Estadística (INE)

Resumen

Este texto describe algunas tendencias en el soporte de la enseñanza de la estadística en la asignatura de matemáticas y presenta el proyecto ALEA como un instrumento para incrementar la cultura estadística. En primer lugar, se hacen algunas referencias sobre los nuevos paradigmas en la enseñanza de la estadística y la construcción de la *sociedad del aprendizaje*. Después presentamos algunas de las características del ALEA (Acciones locales de estadística aplicada) relativas a la mejora de la cultura estadística. Este proyecto empezó como una propuesta de colaboración entre el Instituto Nacional Portugués de Estadística (INE)

Summary

This text describes some trends concerning the support in the teaching of Statistics in Mathematics subject and introduces ALEA project as a tool to improve statistical literacy. First, some references are made about the new paradigms of teaching Statistics and the construction of the "learning society". Then we present some ALEA (Local Action Applied Statistics) features, concerning the improvement of the statistical literacy. This project began as a joint proposal by Portuguese National Statistical Institute (INE) and the Tomaz Pelayo Secondary School, with Portuguese Education Ministry financial support.

Sommaire

Dans ce texte nous trouvons quelques tendances du support dans l'enseignement de la Statistique et les Mathématiques et nous découvrons le projet ALEA comme outil pour améliorer la littérature statistique. Premièrement, nous indiquons quelques références sur les nouveaux paradigmes de l'enseignement de la Statistique et la création d'une «société d'apprentissage». Ensuite, nous présentons quelques caractéristiques du projet ALEA (Statistique appliquée d'action locale) en relation avec l'amélioration de la littérature statistique. Ce projet a été conçu comme une proposition conjointe entre l'Institut de Statistique Nationale du Portugal (INE) et l'École de Secondaire Tomas Pelayo, avec le financement du Ministère de l'Éducation du Portugal.

OBSTÁCULOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN LOS ESTUDIANTES DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Antonio Fernández Morales

Resum

Els llicenciats en economia i administració i direcció d'empreses es mouen en un món d'incertesa, en què han de prendre decisions. Necessitam realitzar valoracions personals d'escenaris alternatius, en termes probabilístics i calibrar i jerarquitzar diferents tipus d'informació. Per això és fonamental una visió clara i una comprensió adequada dels conceptes bàsics de la teoria de la probabilitat.

Els alumnes presenten, en aquest camp, idees preconcebudes errònies no només atribuïbles a la manca de formació matemàtica, sinó que té un origen psicològic.

Aquest treball pretén, bàsicament, analitzar les aptituds per a l'assimilació i l'aprenentatge dels conceptes bàsics de probabilitat en un sentit ample. Amb aquesta finalitat s'ha elaborat una enquesta adreçada als estudiants de primer curs d'economia i administració i direcció d'empreses.

Resumen

Los licenciados en Economía y Administración y Dirección de Empresas se mueven e un mundo de incertidumbre en el cual deben tomar decisiones. Necesitan realizar valoraciones personales de escenarios alternativos, en términos probabilísticos y calibrar y jerarquizar diferentes tipos de información. Para ello es fundamental una visión clara y una comprensión adecuada de los conceptos básicos de la Teoría de la Probabilidad.

Los alumnos presentan, en este campo, ideas preconcebidas erróneas no sólo atribuibles a la falta de formación matemática, sino que tienen un origen psicológico.

Este trabajo pretende, básicamente, analizar las aptitudes para la asimilación y aprendizaje de los conceptos básicos de probabilidad en un sentido amplio, para lo cual se ha elaborado una encuesta dirigida a los estudiantes de primer curso de Economía y Administración y Dirección de Empresas.

Summary

The graduated in Economy and Business Administration and Management move in a world full of uncertainty where they much take decisions. They need to make personal assessments of alternative scenarios in terms of probability and they must calibrate and give a hierarchical structure to different types of information. In order to do so, a clear view and an appropriate comprehension of the basic concepts of the Theory of Probability are basic. Students show, in this field, preconceived mistaken ideas not only attributable to the lack of training in mathematics, but to a psychological origin.

This paper basically tries to analyse the aptitudes for the assimilation and learning of basic concepts of probability in a wide sense, for which purpose a survey addressed to students at their first academic year of Economy and Business Administration and Management has been carried out.

Sommaire

Les diplômés en Économie et Administration et Direction d'Entreprises déambulent dans un monde d'incertitude où ils doivent prendre des décisions. Ils doivent réaliser des valorisations personnelles de scénarios alternatifs, en termes de probabilité, calculer et hiérarchiser des différents types d'information. Pour cela, il est fondamental une vision claire et une compréhension adéquate des concepts élémentaires de la Théorie de la Probabilité.

Dans ce domaine, les étudiants présentent des idées préconçues inexactes, non seulement dû à un défaut dans la formation mathématique, mais aussi à un manque d'origine psychologique.

Ce travail prétend, principalement, analyser les aptitudes pour l'assimilation et l'apprentissage des concepts fondamentaux de probabilité dans un sens très vaste. Avec cet objective, on a élaboré une enquête dirigée aux étudiants de première année d'Économie et Administration et Direction d'Entreprises.

ENSENYAR ESTADÍSTICA A CATALUNYA: UNA FEIXUGA I ENGRESCADORA ESPERIÈNCIA COL·LECTIVA

Carles Barceló Vidal, Antoni Gomà Nasarre

Resum

Es mostren les activitats realitzades i la dinàmica seguida a Catalunya des de 1986 per a la introducció i la renovació de l'ensenyament de l'Estadística en els estudis de secundària seguint en part l'experiència previa anglosaxona del *Schools Council Project on Statistical Education*.

Resumen

Se muestran las actividades realizadas y la dinámica seguida en Cataluña desde 1986 para la introducción y la renovación de la enseñanza de la estadística en los estudios de secundaria siguiendo, en parte, la experiencia previa anglosajona del *Schools Council Project on Statistical Education*.

Summary

The activities carried out and the dynamic followed in Catalonia since 1986 to introduce and renovate the teaching of statistics at secondary school following the previous Anglo-Saxon experience of the *Schools Council Project on Statistical Education* is being presented.

Sommaire

On montre les activités réalisées et la dynamique suivie en Catalogne depuis 1986 pour l'implantation et le renouvellement de l'enseignement de la statistique en secondaire en ayant en compte, en partie, l'expérience britannique de *Schools Council Project on Statistical Education*.

ALEA: UM CONTRIBUTO PARA A PROMOÇÃO DA LITERACIA ESTATÍSTICA

Pedro Campos, Sérgio Bacelar

Resum

Aquest text descriu algunes tendències relacionades amb les maneres d'ensenyar estadística com una disciplina matemàtica, i presenta el projecte ALEA, com a potenciador de la cultura estadística. La primera part fa una breu referència als paradigmes d'ensenyament de l'estadística i de la construcció la societat de l'aprenentatge. Després es presenten les capacitats d'ALEA (acció local d'estadística aplicada) per millorar la cultura estadística. Aquest projecte començà a partir de la col·laboració entre l'Institut Nacional d'Estadística de Portugal i la escola secundària Tomaz Pelayo, amb el suport econòmic del Ministeri d'Educació de Portugal.

Resumen

Este texto describe algunas tendencias relacionadas con las maneras de enseñar estadística como una disciplina matemática y presenta el proyecto ALEA, como potenciador de la cultura estadística. La primera parte, presenta una breve referencia a los paradigmas de enseñanza de la estadística y de la construcción de sociedades de aprendizaje. A continuación se presentan las capacidades de ALEA (Acción Local de Estadística Aplicada) para mejorar la cultura estadística. Este proyecto se inició a partir de la colaboración entre el Instituto Nacional de Estadística de Portugal y la escuela secundaria Tomaz Pelayo, con el apoyo económico del Ministerio de Educación de Portugal.

Summary

This text describes some trends concerning the support in the teaching of Statistics in Mathematics subject and introduces ALEA project as a tool to improve statistical literacy. First, some references are made about the new paradigms of teaching Statistics and the constructions of the "learning society". Then we present some ALEA (Local Action Applied Statistics) features, concerning the improvement of the statistical literacy. This project began as a joint proposal by Portuguese National Statistical Institute (INE) and the Tomaz Pelayo Secondary School, with Portuguese Education Ministry financial support.

Sommaire

Dans ce texte nous trouvons quelques tendances du support dans l'enseignement de la Statistique et les Mathématiques et nous découvrons le projet ALEA comme outil pour améliorer la littérature statistique. Premièrement, nous indiquons quelques références sur les nouveaux paradigmes de l'enseignement de la Statistique et la création d'une «société d'apprentissage». Ensuite, nous présentons quelques caractéristiques du projet ALEA (Statistique appliquée d'action locale) en relation avec l'amélioration de la littérature statistique. Ce projet a été conçu comme une proposition conjointe entre l'Institut de Statistique Nationale du Portugal (INE) et l'École de Secondaire Tomas Pelayo, avec le financement du Ministère de l'Éducation du Portugal.

REFLEXIONES SOBRE EL LENGUAJE PROBABILÍSTICO EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Juan J. Ortiz, L. Serrano

Resum

Els llibres de text constitueixen un recurs didàctic fonamental en tots els nivells educatius. Les modernes teories psicopedagògiques sobre l'aprenentatge de les matemàtiques concedeixen un paper essencial al llenguatge, però amb freqüència s'obliden dels possibles conflictes d'interpretació que els alumnes, especialment els infants, poden tenir atès que no posseeixen un domini complet del vocabulari tècnic. En aquest treball presentem una anàlisi del vocabulari utilitzat en tres llibres de text publicats en tres moments de la reforma educativa i d'aquí deduïm alguns criteris que s'han de tenir en compte, respecte al llenguatge, en l'elaboració de llibres de text per a l'ensenyament de probabilitats en educació secundària.

Resumen

Los libros de texto constituyen un recurso didáctico fundamental en todos los niveles educativos. Las modernas teorías psico-pedagógicas sobre el aprendizaje de las matemáticas conceden un papel esencial al lenguaje, pero con frecuencia se olvidan de los posibles conflictos interpretativos que los alumnos, especialmente los niños puedan tener, al no poseer un dominio completo del vocabulario técnico. En este trabajo presentamos

un análisis del vocabulario empleado en tres libros de texto publicados en tres momentos de la reforma educativa y de ello deducimos algunos criterios a tener en cuenta, respecto al lenguaje, en la elaboración de libros de texto para la enseñanza de la probabilidad en la educación secundaria.

Summary

Text books are a basic teaching resource in all educational levels. The modern psycho-pedagogical theories on the learning of mathematics grant an essential role to language, but they usually forget the possible interpretation conflicts that students, especially children, may find because they do not perfectly command technical vocabulary. We are presenting in this paper an analysis of the vocabulary used in three text books published at three different moments of the educational reform and we extract some criteria to bare in mind regarding the language when editing text books for teaching probability in secondary education.

Sommaire

Les livres scolaires constituent une ressource didactique fondamentale dans tous les niveaux d'éducation. Les modernes théories psycho- pédagogiques sur l'apprentissage des mathématiques accordent un rôle essentiel au langage, mais elles oublient fréquemment les possibles conflits d'interprétation que les étudiants, en particulier les enfants, peuvent avoir pour ne pas maîtriser complètement le vocabulaire technique. Dans ce travail nous présentons un analyse du vocabulaire employé dans trois livres scolaires publiés en trois moments différents pendant la réforme éducative et nous avons déduit quelques critères à tenir compte, par rapport au langage, dans l'élaboration de livres scolaires pour l'enseignement de la probabilité dans l'éducation secondaire.

CONTINGUTS ESTADÍSTICS A L'ENSENYAMENT PRIMARI

Àlex Costa Sáenz de San Pedro

Resum

Si consultem els materials docents de l'ensenyament primari sobre la societat, resulta molt clara la rellevància dels continguts estadístics. No tant per les dades estadístiques o l'estadística matemàtica que s'hi pot trobar, sinó perquè l'aproximació a la societat que es presenta en aquests materials està fonamentada en unes tècniques i conceptes que són estadístics. En concret, es tracta d'un conceptes i tècniques propis d'una nova disciplina que són les «fonts de l'estadística oficial».

Aquesta disciplina té un conjunt de mètodes de producció d'informació i uns marcs de conceptes empírics consensuats a nivell internacional. Els conceptes que es troben a manuals dels organismes internacionals como l'ONU, l'OIT, l'OMS o l'OCDE».

Resumen

Si consultamos los materiales docentes de enseñanza primaria sobre la sociedad, resulta muy clara la relevancia de los contenidos estadísticos. No tanto por los datos estadísticos o la estadística matemática que se puede encontrar, si no porque la aproximación a la sociedad que se presenta en dichos materiales se fundamenta en unas técnicas y conceptos que son estadísticos. En concreto, se trata de unos conceptos y técnicas propios de una nueva disciplina que son las «fuentes de la estadística oficial».

Esta disciplina dispone de un conjunto de métodos de producción de información y unos marcos de conceptos empíricos consensuados a nivel internacional. Los conceptos se encuentran en manuales de organismos intercionales como la ONU, la OIT, la OMS o la OCDE.

Summary

If we have a look to the teaching material at primary education on society, the relevance of statistical contents is very clear. Not only because of statistical data of mathematical statistics available, but because the approach to society showed in such material is based on non statistical techniques and concepts. More particularly, they are concepts and techniques belonging to a new discipline which is the "sources of official statistics".

Such discipline comprises a set of information production methods and empirical concept frameworks that have been agreed at an international level. All those concepts are included in manuals of international bodies such as the UN, the WTO and the WHO or the OECD.

Sommaire

Si nous consultons les matériaux d'enseignement primaire sur la société, il résulte très claire la relevance des contenus statistiques. Pas autant pour les données statistiques ou la statistique mathématique que nous pouvons trouver, mais parce que le rapprochement à la société présenté dans ces matériaux est fondé dans des techniques

et concepts statistiques. En particulier, il s'agit de concepts et de techniques propres d'une nouvelle discipline comme ils le sont les «sources de la statistique officielle».

Cette discipline dispose d'un ensemble de méthodes de production d'information dans des cadres de concepts empiriques accordés au niveau international. Ces concepts sont inclus dans des manuels des organismes internationaux comme la ONU, OIT, OMS ou la OCDE.

L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS ET DE LA STATISTIQUE EN FRANCE DEPUIS 1965

Bernard Parzusz

Resum

Les probabilitats (axiomes establerts per Kolmogoroff el 1933) i l'estadística matemàtica (sorgida entorn al 1900) són branques de les matemàtiques relativament recents en comparació amb altres com la geometria. La seva introducció en l'ensenyament ha estat, així mateix, tardana.

Aquest article analitza com ha evolucionat l'ensenyament i la didàctica de l'estadística i les probabilitats en els centres de primària i de secundària de França d'ençà l'any 1965 i quins són els principals problemes que s'hi detecten. Estableix cinc fases amb trets diferencials al llarg d'aquest període i conclou, finalment, que es detecten dues aproximacions diferents en l'ensenyament de l'estadística i les probabilitats, una basada en la noció d'equiprobabilitat que correspon a allò que Bernoulli anomena probabilitat a priori i una aproximació, freqüentista, basada en la freqüència de la repetició d'una experiència aleatòria (probabilitat a posteriori).

Resumen

Las probabilidades (axiomas establecidos por Komogoroff en 1933) y la estadística matemática (surgida en torno al 1900) son ramas de las matemáticas relativamente recientes en comparación con otras como la geometría. Su introducción en la enseñanza ha sido, asimismo, tardía.

Este artículo analiza como ha evolucionado la enseñanza y la didáctica de la estadística y las probabilidades en los centros de primaria y secundaria de Francia desde el año 1965 y cuales son los principales problemas que se detectan. Establece a lo largo de dicho período cinco fases con características diferenciales y concluye, finalmente, que se detectan dos aproximaciones diferentes en la enseñanza de la estadística y las probabilidades, una basada en la noción de equiprobabilidad, que corresponde a lo que Bernoulli denomina probabilidad a priori y una aproximación frecuentista, basada en la frecuencia de la repetición de una experiencia aleatoria (probabilidad a posteriori).

Summary

Probabilities (axioms established by Komogoroff in 1933) and mathematical statistics (born around 1900) are relatively recent branches of mathematics in comparison with other disciplines such as geometry. Its introduction into learning has also been rather late.

This article analyzes the evolution of teaching and didactics of statistics and probabilities in primary and secondary education centers in France since 1965, as well as the main problems detected. It establishes five stages during that period with differentiating characteristics and finally concludes that two different approaches in teaching statistics and probabilities are detected, one based on the concept of equiprobability, corresponding to what Bernoulli defines as probability *a priori*, and a frequency approach, based on the frequency of the repetition of a random frequency (probability *a posteriori*).

Sommaire

Les probabilités (axiomes établis par Kolmogoroff en 1933) et la statistique mathématique (née vers années 1900) sont des branches des mathématiques relativement récentes par rapport aux autres sciences comme la géométrie. Également, son introduction dans l'enseignement a été tardive.

Dans cet article nous analysons l'évolution de l'enseignement y de la didactique de la statistique et les probabilités dans les centres d'éducation primaire et secondaire en France, depuis 1965, et quels sont les principaux problèmes. Pendant la durée de cette période nous établissons cinq phases avec des caractéristiques différentielles et, finalement, comme conclusion, il y a deux rapprochements différents dans l'enseignement de la statistique et les probabilités, un établi sur le concept d'équiprobabilité, qui correspond à ce que Bernoulli appelle probabilité *a priori* et un autre rapprochement fréquentiste, basé sur la fréquence de la répétition d'une expérience aléatoire (probabilité *a posteriori*).

TECHNOLOGICAL TOOLS IN STATISTICS EDUCATION

Ben-Zvi, Dani

Resum

Aquest article analitza l'impacte dels nous instruments tecnològics en l'ensenyament i l'aprenentatge de l'estadística. La integració dels instruments tecnològics en els cursos d'estadística permet un extens ventall d'oportunitats de millora en la formació, la manera d'aprendre els alumnes, els materials curriculars i la pràctica d'aula. Començarem per algunes característiques del nous punts de vista en estadística i en l'ensenyament de l'estadística. Aquests nous enfocaments es reflecteixen, primordialment, en la introducció de l'anàlisi explorador de dades (EDA) en els currículums estadístics. Els moderns instruments tecnològics habitualment utilitzats en l'ensenyament de la disciplina estadística i que han causat l'impacte abans esmentat són, principalment, els següents: paquets estadístics (instruments d'anàlisi estadística), micromóns (microworlds), tutorials, recursos informàtics (inclosos els recursos d'Internet) i metainstruments per al professors (metatools). Finalment, s'esmenten algunes implicacions i es fan algunes recomanacions en l'ús de l'ordinador en el medi educatiu estadístic.

Resumen

Este artículo analiza el impacto de los nuevos instrumentos tecnológicos en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística. La integración de los instrumentos tecnológicos en los cursos de estadística permite un extenso abanico de oportunidades de mejorar la formación, la manera de aprender de los alumnos, los materiales curriculares y la práctica de aula. Comenzaremos por algunas características de los nuevos puntos de vista en estadística y en la enseñanza de la estadística y que han causado el impacto antes mencionado son, principalmente, los siguientes: paquetes estadísticos (instrumentos de análisis estadístico), micromundos (microworlds), tutoriales, recursos informáticos (incluidos los recursos de Internet) y metainstrumentos para los profesores (metatools). Finalmente, se comentan algunas implicaciones y se efectúan algunas recomendaciones sobre el uso del ordenador en el medio educativo estadístico.

Abstract

This article explores the impact of modern technological tools on teaching and learning of statistics. Serious integration of technological tools in statistical courses brings about a cascade of changes in instruction, students' ways of learning, curriculum materials, and classroom praxis. I begin with some context setting on new views of Statistics and statistics education. These views are reflected, in particular, in the introduction of Exploratory Data Analysis (EDA) into the statistics curriculum. The impact of technological tools on teaching and learning educational technologies, which are typically used in statistics instruction: statistical packages (tools), microworlds, tutorials, resources (including Internet resources), and teacher's meta-tools. Finally, certain implications and recommendations for the use of computers in the statistical educational milieu are suggested.

Sommaire

Dans cet article nous explorons l'impacte des outils de la technologie moderne dans l'enseignement et l'apprentissage de la statistique. L'importante intégration des outils technologiques dans les cours de statistique nous propose une série de changements dans l'éducation, l'apprentissage de l'étudiant, les matériaux du curriculum et la pratique en cours. Je commence par le contexte et j'établi des nouvelles visions de la statistique dans l'enseignement de celle-ci. Ces visions sont montrées, particulièrement, dans l'introduction de l'Analyse de données exploratoires (EDA) dans le curriculum statistique. L'impact des outils technologiques dans l'enseignement et les technologies de l'apprentissage, typiquement utilisés dans l'éducation statistique: des paquets statistiques (outils), *microworlds*, tutorats, ressources (ressources d'Internet inclus) et les meta-outils de l'enseignant. Finalement, on recommande quelques implications pour l'usage des ordinateurs dans le milieu d'enseignement de la statistique.

LA ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA CON NUEVAS TECNOLOGÍAS. ALGUNAS EXPERIENCIAS UNIVERSITARIAS

Ana Jesús López Menéndez, Rigoberto Pérez Suárez

Resum

El desenvolupament de les Tecnologies de la Informació i la Comunicació (TIC) ha introduït importants canvis socials, que afecten els mètodes d'ensenyament i aprenentatge. En aquest sentit, els cursos d'estadística es poden beneficiar en gran mesura per la disponibilitat creixent d'informació, la utilització de software estadístic i les possibilitats que ofereix Internet en l'àmbit educatiu.

En aquest treball resumim la nostra experiència en l'ensenyament d'estadística a la Universitat d'Oviedo, descrivim el programa ADE+ i realitzam un breu balanç dels dos anys de docència on-line de l'assignatura Anàlisi de dades econòmiques impartida a l'aula virtual AulaNet.

Paraules clau: TIC, ensenyament d'estadística, ADE+, anàlisi de dades econòmiques, AulaNet

Resumen

El desarrollo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) ha introducido importantes cambios sociales, que afectan a los métodos de enseñanza y aprendizaje. Más concretamente, los cursos de Estadística pueden verse beneficiados en gran medida por las disponibilidades crecientes de información, la utilización de software estadístico y las posibilidades que ofrece Internet en el ámbito educativo.

En este trabajo sintetizamos nuestra experiencia en la enseñanza de estadística en la Universidad de Oviedo, describiendo el programa ADE+ y realizando un breve balance de los dos años de docencia on-line de la asignatura "Análisis de Datos Económicos" impartida en el aula virtual AulaNet.

Palabras clave: TIC, Enseñanza de Estadística, ADE+, Análisis de Datos Económicos, AulaNet

Abstract

The development of the Information and Communication Technologies (ICT) has introduced substantial social changes, including teaching and learning methods. More specifically, the statistical courses can take great advantage of the increasing information availability, the use of statistical packages and the possibilities of Internet as a teaching tool.

In this paper we briefly describe our experience in the University of Oviedo, including the use of the educational software ADE+ and a two-year balance of the on-line course "Economic Data Analysis" located in the virtual classroom AulaNet.

Key words: ICT, Statistics Education, ADE+, Economic Data Analysis, AulaNet

Sommaire

Le développement des Technologies de l'Information et la Communication (TIC) a introduit des changements sociaux importants qui affectent les méthodes d'enseignement et d'apprentissage. Plus exactement, les cours de Statistique peuvent se bénéficier considérablement des disponibilités croissantes d'information, l'utilisation de software statistique et les opportunités d'Internet dans l'environnement de l'enseignement.

Dans ce travail nous résumons notre expérience dans l'enseignement de la statistique à l'Université de Oviedo, en décrivant le programme ADE+ et en réalisant un bilan des deux années d'enseignement on-line de la matière «Analyses de Données Économiques» apprise au cours virtuel de AulaNet.

Mots-clés: TIC, Enseignement de Statistique, ADE+, Analyses de Données Économiques, AulaNet

INICIATIVAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA EN LA UNIVERSIDAD

M. Pilar Muñoz García, Erik Cobo Valeari, José Antonio González Alastrué, Josep Anton Sánchez Espigares, Jordi Castro Pérez, Manuel Martí Recober

Resum

En aquesta comunicació es presenten les innovacions docents que s'han aplicat a l'assignatura estadística 2 de la Facultat d'Informàtica de Barcelona (FIB, UPC). Les innovacions realitzades han perseguit dos objectius. A llarg termini, que l'estudiant utilitzi i exigeixi que s'utilitzin les eines d'inferència estadística en el seu treball professional. A curt termini, millorar el rendiment en l'assignatura. Les activitats desenvolupades poden classificar-se en dues grans categories, activitats presencials i material docent no presencial desenvolupat en l'entorn de

les noves tecnologies. La conclusió és que a curt termini l'efecte en el rendiment acadèmic d'aquestes iniciatives és positiu. No obstant això, és necessari destacar el paper que les noves tecnologies tenen i tindran en l'ensenyament universitari i nosaltres, com a professionals de l'estadística, tenim l'obligació d'informar aquesta societat sobre el rendiment i el cost d'aquestes noves aplicacions.

Resumen

En la presente comunicación se presentan las innovaciones docentes que se han puesto en funcionamiento en la asignatura Estadística 2 de la Facultat d'Informàtica de Barcelona (FIB, UPC). Las innovaciones realizadas han perseguido dos objetivos. A largo plazo, que el estudiante utilice y exija que se utilicen, las herramientas de inferencia estadística en su trabajo profesional. A corto plazo, mejorar el rendimiento de la mencionada asignatura. Las actividades desarrolladas pueden clasificarse en dos grandes categorías, actividades presenciales y material docente no presencial desarrollado en el entorno de las nuevas tecnologías. La conclusión es que a corto plazo, el efecto en el rendimiento académico de estas iniciativas es positivo. Sin embargo, es necesario destacar el papel que las nuevas tecnologías tienen y tendrán en la enseñanza universitaria y nosotros, como profesionales de la estadística, tenemos la obligación de informar a esta sociedad sobre el rendimiento y coste de estas nuevas aplicaciones.

Summary

The communication herein presents teaching innovations started in the subject of Statistics 2 at the Faculty of Computer Science of Barcelona (FIB, UPC). The innovations made have looked for two objectives. Those long term ones include the use and exigency to use statistical inference tools in their professional life. At short term, to improve the performance of such subject. The activities developed can be classified in two big categories, attending activities and non-attending educational material developed in the surroundings of the new ones. The conclusion is that, at a short term, the effect in academic performance of these initiatives is positive. However, it is necessary to highlight the role that new technologies play and will play in university teaching and ourselves, as professional of the statistics, we are obliged to inform our society on the performance and cost of these new applications.

Sommaire

Dans la présente communication on présente les innovations d'enseignement mises en marche pour le sujet Statistique 2 à la Facultat d'Informàtica de Barcelone (FIB, UPC). Ces innovations ont deux objectives. Pour le long terme, que l'étudiant utilise et qu'il exige l'usage des outils d'inférence statistique dans son travail professionnel. Pour le court terme, améliorer le rendement dudit sujet. Les activités développées peuvent se diviser en deux grandes catégories, les activités de présence et le matériel d'enseignement sans présence développé dans l'environnement des activités nouvelles. La conclusion est qu'à court terme, l'effet de ces initiatives dans le rendement académique est positif. Cependant, il est nécessaire souligner le rôle des nouvelles technologies dans l'enseignement universitaire et nous qui, comme professionnels de la statistique, sommes obligés à informer à cette société du rendement et coût de ces nouvelles applications.

PROBLEMAS Y ALOGARITMOS RELACIONADOS CON LA MEDIA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE SECUNDARIA

Belén Cobo Merino

Resum

En aquest treball presentam part d'una investigació centrada en las dificultats que els alumnes d'ensenyament secundari obligatori (ESO) tenen amb les mesures de posició central: mitjana, mediana i moda. Ens centrarem en la idea de mitjana aritmètica, que tot i ser aparentment simple, quan en demanam el *significat* observam que aquest té un caràcter complex. Del treball matemàtic emergeixen distints tipus d'entitats primàries que es poden identificar, així com diverses dimensions des de les quals s'hi poden considerar. Consideram les entitats primàries següents com constituents del significat de la mitjana:

- *Problemes i situacions* .
- *Procediments, algoritmes, operacions*.
- *Representacions* materials utilitzades en l'activitat matemàtica (terminologia, expressions, símbols, taules, gràfics).
- *Abstraccions* (conceptes, proposicions). Les definicions i propietats.
- *Demostracions*.

Aquí tractarem de caracteritzar els dos primers components del significat que, de la mitjana es presenta en els llibres de text destinats a l'ensenyament secundari, és a dir, els problemes i els algorismes de càlcul presentat.

Resumen

En este trabajo presentamos parte de una investigación centrada en las dificultades que los alumnos de Enseñanza Secundaria Obligatoria tienen con las medidas de posición central: media, mediana y moda. Nos centraremos en la idea de media aritmética, que, aunque aparentemente simple, al preguntamos por su *significado* observamos que éste tiene un carácter complejo. Del trabajo matemático emergen distintos tipos de entidades primarias que se pueden identificar, así como diversas dimensiones desde las que se pueden considerar éstas. Consideramos las siguientes entidades primarias como constituyentes del significado de la media:

- *Problemas y situaciones*.
- *Procedimientos, algoritmos, operaciones*.
- *Representaciones* materiales utilizadas en la actividad matemática (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos).
- *Abstracciones* (conceptos, proposiciones). Las definiciones y propiedades.
- *Demostraciones*.

Aquí trataremos de caracterizar los dos primeros componentes del significado que, de la media se presenta en los libros de texto destinados a la enseñanza secundaria, es decir, los problemas y algoritmos de cálculo presentados.

Summary

We are presenting in this paper a part of the research work focused on the difficulties of the students of Compulsory Secondary Education with the measures of central position: average, median and fashion. We will focus on the idea of arithmetical average, which, although it seems to be rather simple, has a complex character when questioning on its *meaning*. There are different kinds of primary entities arising from the mathematical work which can be identified, as well as different dimensions from which these ones can be considered. We are considering the following primary entities as part of the meaning of average:

- *Problems and situations*.
- *Proceedings, algorithms and operations*.
- *Material representations* used in mathematical activity (terms, phrases, symbols, charts and graphics).
- *Abstractions* (concepts, propositions). Definitions and properties.
- *Demonstrations*.

We will try to characterise the two first components of the meaning of the average presented in students' books of secondary education, that is to say, the problems and algorithms of presented calculation.

Sommaire

Dans ce travail nous présentons part d'une recherche dirigée aux difficultés que les étudiants de l'Enseignement Secondaire Obligatoire trouvent avec les mesures de position centrale: moyenne, médiane et mode. Nous nous concentrerons en l'idée de moyenne arithmétique, apparemment simple, mais quand nous demandons son *sens* nous remarquons qu'il a un caractère complexe. Du travail mathématique on révèle des différents types d'entités primaires qui peuvent s'identifier, ainsi que des dimensions diverses dès quelles on peut les considérer. Nous contemplons les entités primaires suivantes comme composants du sens de la moyenne:

- *Problèmes et situations*.
- *Procédures, algorithmes, opérations*.
- *Représentations* matérielles utilisées dans l'activité mathématique (termes, expressions, symboles, tables, graphiques).
- *Abstractions* (concepts, propositions). Les définitions y propriétés.

RAZONAMIENTO COMBINATORIO E IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

Rafeal Roa, Virginia Navarro-Pelayo

Resum

El raonament combinatori té una gran importància en la probabilitat i, no obstant això, no es desenvolupa amb facilitat. En aquest treball hem realitzat una síntesi de les principals investigacions sobre raonament combinatori, incloent-hi el nostre propi treball i reflexionam sobre les implicacions que aquestes investigacions tenen en l'ensenyament de la probabilitat.

Resumen

El razonamiento combinatorio tiene una gran importancia en la probabilidad y, sin embargo, no se desarrolla fácilmente. En este trabajo hacemos una síntesis de las principales investigaciones sobre razonamiento combinatorio, incluyendo nuestro propio trabajo y reflexionamos sobre las implicaciones para la enseñanza de la probabilidad.

Summary

The combination reasoning has a great importance in probability and, however, it is not easy to develop. In this paper, we are synthesizing the main research works on combination reasoning, including our own work and meditations on the implications for probability teaching.

Sommaire

Le raisonnement combinatoire a une grande importance dans la probabilité et, cependant, il n'est pas facile à développer. Dans ce travail nous réalisons une synthèse des principales recherche sur le raisonnement combinatoire, notre travail inclus, et nous réfléchissons sur les implications pour l'enseignement de la probabilité.

LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN LA FORMACIÓN DE LOS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

María del Carmen Molina Ortín

Resum

L'estadística, a l'actualitat, només s'inclou en la formació dels mestres com una part de l'assignatura matemàtiques i la seva didàctica i s'hi dedica un temps insuficient. En aquesta breu comunicació argumentam la necessitat d'incloure assignatures específiques d'estadística i la seva didàctica a la formació dels mestres de primària en el futur, d'acord amb els continguts curriculars d'estadística en aquest nivell d'ensenyament.

Resumen

La estadística, en la actualidad, sólo se incluye en la formación de maestros como parte de la asignatura Matemáticas y su Didáctica, dedicándose un tiempo insuficiente para su enseñanza. En esta breve comunicación argumentamos la necesidad de incluir asignaturas específicas de Estadística y su Didáctica en la formación del futuro Maestro de Primaria atendiendo a los contenidos curriculares de estadística en este nivel de enseñanza.

Summary

Nowadays, statistics are only included when training teachers as a part of the subject of Mathematics and its Didactics, devoting an insufficient time to its teaching. This brief tries to explain the need to include specific subjects on Statistics and its Didactics when training a future Teacher of Primary Education, taking into account the curricula contents on statistics at this teaching level.

Sommaire

Actuellement, la statistique est seulement incluse dans la formation des enseignants faisant partie de la matière de Mathématiques et sa Didactique, en dédiant un temps insuffisant à son enseignement. Dans cette brève communication, nous argumentons la nécessité d'inclure des matières spécifiques de Statistique et sa Didactique dans la formation du futur Enseignant de Primaire en raison des contenus de statistique dans ce niveau d'enseignement.

CORRELACIÓN Y REGRESIÓN EN LOS PRIMEROS CURSOS UNIVERSITARIOS

Antonio Estepa, Francisco T. Sánchez Cobo

Resum

En aquest treball realitzam un resum breu de la investigació duta a terme sobre l'associació estadística, d'interès per a l'ensenyament d'aquesta matèria. Es presenta un estudi sobre la caracterització del coneixement que els estudiants dels primers cursos universitaris tenen sobre la correlació i la regressió estadístiques després de rebre un curs d'estadística descriptiva en els primers cursos universitaris. Es presenten les estratègies que utilitzen els estudiants quan s'enfronten a la resolució de problemes sobre correlació i regressió. Es discuteixen les dificultats i els errors que presenten els estudiants sobre diferents conceptes relacionats amb la correlació i la regressió estadístiques, obtenint les conclusions d'interès per a l'ensenyament de la matèria.

Resumen

En este trabajo realizamos un breve resumen de la investigación llevada a cabo sobre la asociación estadística de interés para la enseñanza del tema. Se presenta un estudio sobre la caracterización del conocimiento que los estudiantes de los primeros cursos universitarios tienen sobre la correlación y regresión estadísticas después de recibir un curso de estadística descriptiva en los primeros cursos universitarios. Se presentan las estrategias que utilizan los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas sobre correlación y regresión. Se discuten las dificultades y errores que presentan los estudiantes sobre diferentes conceptos relacionados con la correlación y regresión estadísticas, extrayendo conclusiones de interés para la enseñanza del tema.

Summary

In this paper we are producing a short summary on the research work carried out on the statistical association interesting for the teaching of this subject. A paper on the characterization of the knowledge that students have during the first years at university on statistical correlation and regression after receiving a course on descriptive statistics is being presented. Here we find the strategies used by students when they face problem solving on correlation and regression. The difficulties and mistakes of students on different concepts related to statistical correlation and regression are being discussed, extracting conclusions of interest for teaching on the subject.

Sommaire

Dans ce travail nous réalisons un résumé sur la recherche menée sur l'association statistique, d'intérêt pour l'enseignement de ce sujet. On a présenté une étude sur la caractérisation de la connaissance que les étudiants des premières années à l'université ont sur la corrélation et régression statistiques après avoir reçu un cours de statistique descriptive aux premières années à l'université. On présente les stratégies utilisées par les étudiants quand ils affrontent la résolution de problèmes sur corrélation et régression. On discute les difficultés et les erreurs des étudiants dans des différents concepts en relation avec la corrélation et la régression statistiques, en attirant des conclusions d'intérêt pour l'enseignement du sujet.

MATERIALES PARA EL ESTUDIO DE UN PROBLEMA-EJEMPLO DE INTRODUCCIÓN EN UN CURSO BÁSICO DE ESTADÍSTICA

F. Montes, M. Plaza

Resum

En els temes i en l'estructuració dels cursos d'introducció a l'estadística com assignatura bàsica, existeix una homogeneïtat notable. En aquest article es proposa l'estudi d'un problema-exemple inicial, analitzat de manera esglaonada d'acord amb la complexitat, amb la doble finalitat de familiaritzar l'estudiant, necessàriament a través de la simulació i el remostreig, amb el funcionament d'alguns mecanismes aleatoris i, d'anticipar, amb les necessitats materials i metodològiques, el marc conceptual global en què s'inscriuen aquests cursos introductoris.

Resumen

En los temas y en la estructuración de los cursos de Introducción a la Estadística como asignatura básica existe una notable homogeneidad. En este artículo se propone el estudio de un problema-ejemplo inicial, afrontado de forma escalonada en orden de complejidad, con la doble finalidad de *familiarizar* al estudiante, necesariamente a través de la simulación y el remuestreo, con el funcionamiento de algunos mecanismos aleatorios, y de *anticipar*, con necesidades materiales y metodológicas, el marco conceptual global al que se conforman dichos cursos de introducción.

Summary

There is a high homogeneity in the subjects and structure of the courses of Introduction to Statistics. This article proposes the study of an initial problem-example, facing it step by step according to their difficulty, with the double aim to *make it become more familiar* to student, through simulation and new sample, with the performance of some random mechanisms, and to *anticipate*, with material and methodological needs, the conceptual global framework where such courses of introduction are comprised in.

Sommaire

Dans les sujets et dans la structuration des cours d'Introduction à la Statistique comme matière fondamentale il existe une notable homogénéité. Dans cet article on propose l'étude d'un problème – exemple initial, employé d'une manière échelonnée par ordre de complexité, avec une double finalité de *familiariser* à l'étudiant, nécessairement à travers la simulation et l'échantillonnage, avec le fonctionnement de quelques mécanismes

aléatoires, et *d'anticiper*, par médiation avec des nécessités matérielles et méthodologiques, le cadre conceptuel global auquel ces cours d'introduction s'accordent.

LA INFERENCIA ESTADÍSTICA BÁSICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

Antonio Javier Moreno Verdejo, Angustias Vallecillos Jiménez

Resum

En aquest treball presentam una perspectiva general de les investigacions realitzades en el camp de l'ensenyament i l'aprenentatge de la inferència estadística. El propòsit és determinar àrees problemàtiques, dificultats dels alumnes, entorns d'aprenentatge favorables o qüestions metodològiques que puguin servir com a base per millorar l'ensenyament d'aquesta matèria en l'ensenyament secundari. Finalment, presentam també part dels resultats obtinguts en un estudi sobre el coneixement de conceptes bàsics d'inferència estadística que hem realitzat amb estudiants de nivell de secundària.

Resumen

En este trabajo presentamos una perspectiva general de las investigaciones realizadas en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística. El propósito es determinar áreas problemáticas, dificultades de los alumnos, entornos de aprendizaje favorables o cuestiones metodológicas que pueden servir como base para mejorar la enseñanza de este tema en el nivel de secundaria. Finalmente presentamos también parte de los resultados obtenidos en un estudio exploratorio sobre el conocimiento de conceptos básicos en inferencia estadística que hemos realizado con estudiantes del nivel de secundaria.

Summary

In this paper we are presenting a general perspective of the research works carried out in the field of teaching and learning of statistical inference. The purpose consists of determining problematic areas, difficulties of students, favourable learning environments or methodological matters that may serve as the basis to improve education on this subject at secondary education level. Finally, we are also presenting a part of the results obtained in an exploratory study on the knowledge of basic concepts in statistical inference carried out with students of secondary education.

Sommaire

Dans ce travail nous présentons une perspective générale des recherches réalisées dans le domaine de l'enseignement et l'apprentissage de l'inférence statistique. Le but est déterminer les domaines problématiques, les difficultés des étudiants, les environnements d'apprentissage favorables et les questions méthodologiques qui peuvent servir comme base pour améliorer l'enseignement de ce sujet en secondaire. Finalement, nous aussi présentons une partie des résultats obtenus dans une étude exploratoire sur la connaissance de concepts élémentaires de l'inférence statistique que nous avons effectuée avec des étudiants de secondaire.

DISEÑO EXPERIMENTAL PARA CIENCIAS AMBIENTALES Y AGROPECUARIAS

Diana C. Sánchez Coseano, Ana Amendola de Olsen

Resum

Es presenta la proposta curricular de la Càtedra de Disseny Experimental de la Facultat de Ciències Naturals de la Universitat Nacional de Salta (nord-oest de la República Argentina), que implica l'abordatge ampli de la problemàtica de la investigació a zones de muntanya (amb importants gradients altitudinals, la diversitat i la dinàmica dels ambients natural), en el context de les carreres universitàries a les quals s'imparteix: enginyeria agronòmica (2n any), enginyeria en recursos naturals i medi ambient (optativa) i llicenciatura en biologia (3r any).

Resumen

Se presenta la propuesta curricular de la Cátedra de Diseño Experimental de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de Salta (noroeste de la República Argentina), la que implica el abordaje amplio de la problemática de la investigación en zonas de montaña (con importantes gradientes altitudinales, la diversidad y la dinámica de los ambientes naturales), en el contexto de las carreras universitarias para las que se imparte: Ingeniería Agronómica (2º Año), Ing. en Recursos Naturales y Medio Ambiente (Optativa) y Licenciatura en Biología (3º Año).

Summary

Curricula proposal of the Professorship of Experimental Design of the Faculty of Natural Science of the National University of Salta (Northwest of the Republic of Argentina) is being presented, which implies the wide approach of research problems in mountain areas (with important elevation accidents, diversity and dynamism of natural environments) in the context of university careers where such is being taught: Agronomic Engineering (2nd year) Engineering on Natural Resources and Environment (Option) and Degree in Biology (3rd year).

Sommaire

On présente la proposition du curriculum de la Chaire du Dessin Expérimental de la Faculté de Sciences Naturelles de l'Université Nationale de Salta (nord-est de la République Argentine) laquelle s'occupe amplement de la problématique de la recherche dans des zones de montagne (avec des pentées importantes d'altitude et diversité et dynamique des ambiances naturelles), dans les contextes universitaires auxquels on inclut: Ingénierie Agronomique (2^{ème} année), Ingénierie des Ressources Naturelles et Environnement (optionnel) et Maîtrise en Biologie (3^{ème} année).

LA CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL A PARTIR DE ACTIVIDADES DE ANÁLISIS DE DATOS

Liliana Mabel Tauber

Resum

En aquest treball resumim la investigació que hem dut a terme sobre el procés d'estudi de la distribució normal en una assignatura de lliure configuració a la Facultat de Ciències de l'Educació, Universitat de Granada. L'observació de l'experiència de l'ensenyament durant els cursos acadèmics 1998-99 i 99-2000 i l'anàlisi de les produccions dels alumnes durant les classes ha servit per determinar el significat institucional posat en pràctica a les classes i per avaluar l'evolució del significat personal dels alumnes durant el procés d'estudi.

Resumen

En este trabajo resumimos la investigación que hemos llevado a cabo sobre el proceso de estudio de la distribución normal en una asignatura de libre configuración en la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. La observación de la experiencia de enseñanza durante los cursos académicos 98-99 y 99-2000 y el análisis de las producciones de los alumnos durante las clases sirvió para determinar el significado institucional puesto en juego en las clases y evaluar la evolución del significado personal de los alumnos a lo largo del proceso de estudio.

Summary

We are summarizing in this paper the research work carried out on the process of study of normal distribution in a subject of free election at the Faculty of Education Science at the University of Granada. The observation of the teaching experience during the academic years 98-99 and 99-2000 and the analysis of the productions of several students during the lessons served to determine the institutional meaning of the lessons and to assess the evolution of the personal meaning of students throughout the process of study.

Sommaire

Dans ce travail nous résumons la recherche que nous avons dirigée sur le procès d'étude de la distribution normale d'une matière au choix à la Faculté de Sciences de l'Éducation de l'Université de Granada. L'observation de l'expérience d'enseignement pendant les années scolaires 98-99 et 99-2000 et l'analyses des productions des étudiants pendant les cours ont servi pour déterminer le sens institutionnel mis en jeu en cours et pour examiner l'évolution du sens personnel des étudiants pendant le procès d'étude.

CONTROVERSIAS SOBRE EL PAPEL DE LOS CONTRASTES ESTADÍSTICOS DE HIPÓTESIS EN LA INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

Carmen Batanero

Resum

Tot i l'extensió de l'ús dels contractes estadístics en la investigació experimental, així com són interpretats i l'excessiva confiança dels investigadors sobre aquests resultats han estat criticats en els darrers anys. En

aquest treball descrivim la lògica dels contrastes d'hipòtesis en la filosofia de Fisher i Neyman-Pearson, analitzam algunes interpretacions errònies freqüents dels conceptes bàsics subjacents en el contrast d'hipòtesis així com els mecanismes filosòfics i psicològics que hi contribueixen. Tot seguit resivam algunes crítiques usuals als tests d'hipòtesis i arribam a la conclusió que la major part d'aquestes no es refereixen als tests sinó a l'ús que en fan els investigadors. Coincidim amb Levin (1997 a) que hem de convertir el contrast estadístic en un procés més intel·ligent que ajudi als investigadors en la seva tasca. Finalment, suggerim algunes formes en què l'educació estadística podria contribuir a millorar la comprensió i l'ús de la inferència estadística.

Resumen

A pesar del uso tan extendido de los contrastes estadísticos en la investigación experimental, su interpretación y la excesiva confianza de los investigadores en sus resultados han sido criticados en los últimos años. En este trabajo describimos la lógica de los contrastes de hipótesis en la filosofía de Fisher y Neyman-Pearson, analizamos algunas interpretaciones erróneas frecuentes de los conceptos básicos que subyacen en el contraste de hipótesis así como los mecanismos filosóficos y psicológicos que contribuyen a las mismas. Seguidamente revisamos algunas críticas usuales a los tests de hipótesis, concluyendo que la mayor parte de ella no se refieren a los mismos tests, sino a su uso por parte de los investigadores. Coincidimos con Levin (1997 a) en que debemos convertir el contraste estadístico en un proceso más inteligente que ayude a los investigadores en su trabajo. Finalmente, sugerimos algunas formas en que la educación estadística podría contribuir a la mejor comprensión y uso de la inferencia estadística.

Summary

In spite of the wide use of statistical tests in empirical research, its interpretation and the researchers' excessive confidence in its results have been criticised for years. In this paper we first describe the logic of statistical testing in Fisher and Neyman-Pearson approaches, review some common misinterpretations of basic concepts behind statistical tests, and analyse the philosophical and psychological issues that can contribute to these misinterpretations. We then revisit some frequent criticisms against statistical tests and conclude that most of them refer not to the tests themselves, but to the use of tests on the part of researchers. We agree with Levin (1997 a) in that statistical tests should be transformed into a more intelligent process that helps researchers in their work, and finally suggest possible ways in which statistical education might contribute to the better understanding and application of statistical inference.

Sommaire

En dépit de l'usage si étendu des contrastes statistiques dans la recherche expérimentale, son interprétation et l'excessive confiance des chercheurs dans leurs résultats ont critiqué pendant les dernières années. Dans ce travail nous décrivons la logique des contrastes d'hypothèses dans la philosophie de Fisher et Neyman-Pearson, nous analysons quelques interprétations erronées fréquentes des concepts fondamentaux qui sont à la base du contraste d'hypothèses ainsi que les mécanismes philosophiques et psychologiques qu'y contribuent. Ensuite, nous examinons quelques critiques habituelles faites aux tests d'hypothèses, en concluant que la plupart d'entre elles ne font pas référence aux tests en soi, mais à son usage par les chercheurs. Nous sommes d'accord avec Levin (1997 a) qui dit que nous devons transformer le contraste statistique dans un procès plus intelligent qui aide aux chercheurs dans son travail. Finalement, nous proposons quelques formules pour que l'enseignement statistique puisse contribuer à une meilleure compréhension et usage de l'inférence statistique.

MODELO DE APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA EN EL MARCO DE LA METODOLOGÍA CIENTÍFICA. UN PROBLEMA BASADO EN DATOS REALES

Silvana Marisa Montenegro, María Cristina Tarrés

Resum

En aquest treball descrivim una alternativa basada en problemes per a l'aprenentatge de conceptes estadístics dins el marc de la metodologia científica. El model didàctic procura assolir un aprenentatge amb comprensió, tot proposant de treballar en contextos que els estudiants trobin significatius. Consisteix a una situació problemàtica a resoldre amb dades reals dels propis estudiants, referides a continguts de nutrició i procurant aconseguir el seu compromís personal. Va ser desenvolupat en una assignatura de la carrera de Medicina de la Universidad Nacional de Rosario (Argentina), i els resultats obtinguts ens porten a adequar-lo al nou format curricular que estructura l'ensenyament en cicles vitals i àrees curriculars.

Resumen

En este trabajo describimos una alternativa basada en problemas para el aprendizaje de conceptos estadísticos en el marco de la metodología científica. El modelo didáctico procura lograr un aprendizaje con entendimiento, proponiendo trabajar dentro de contextos que los estudiantes encuentren significativos. Consiste en una situación problemática a resolver con datos reales de los propios estudiantes, referidos a contenidos de nutrición y tratando de lograr su compromiso personal. Fue desarrollado en una asignatura de la carrera de Medicina de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina y los resultados obtenidos nos impulsan a adecuarlo al nuevo formato curricular que estructura la enseñanza en ciclos vitales y áreas curriculares.

Summary

This paper describes an alternative problem - based model to learn statistical concepts in the frame of scientific methodology. This didactical model tries to achieve learning through understanding, proposing to work within contexts that students may find meaningful. It consists of a problematic situation to be solved, with actual data dealing with nutrition, obtained by students themselves, trying to achieve their personal commitment. It was developed in a Chair of the School of Medicine of the Universidad Nacional de Rosario, Argentina. The results obtained move us to adequate it to the new format that structures teaching in vital cycles and curricular areas.

Sommaire

Dans ce travail nous décrivons une alternative basée sur des problèmes pour l'apprentissage de concepts statistiques dans le cadre de la méthodologie scientifique. Le model didactique essaie d'obtenir un apprentissage avec amusement, en proposant travailler dans des contextes que les étudiants trouvent significatifs. Il s'agit d'une situation problématique à résoudre avec des données réelles des étudiants sur des contenus de nutrition et en cherchant leur engagement personnel.

Ce model a été développé dans une matière du degré de Médecine à l'Universidad de Rosario, Argentine et les résultats obtenus nous ont conduit à son adéquation au nouveau format du curriculum qui structure l'enseignement en des cycles vitaux et des domaines du curriculum.

ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Assumpta Estrada Roca

Resum

La mesura i l'avaluació de les actituds cap a l'estadística és important, tant per a la investigació científica com per a la pràctica educativa, pel seu paper determinant en el procés d'ensenyament-aprenentatge d'aquesta disciplina. En aquest treball e enos ocuparem de su estudio, comenzando por su conceptualización, funciones y características, haciendo un énfasis especial en la importancia didáctica de estas y el papel de los profesores en la formación de las mismas. Analizaremos, asimismo, sus componentes, su formación y el papel que desempeñan en el aprendizaje.

Finalmente, nos parece necesario realizar una breve revisión de las diferentes escalas de medición existentes en la literatura internacional, fruto de investigaciones destinadas a configurar nuevos y más precisos instrumentos de medición.

Resumen

La medición y evaluación de las actitudes hacia la Estadística es importante, tanto para la investigación científica como para la practica educativa, por su papel determinante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina en este trabajo nos ocuparemos de su estudio, comenzando por su conceptualización, funciones y características, haciendo un énfasis especial en la importancia didáctica de estas y el papel de los profesores en la formación de las mismas. Analizaremos, asimismo, sus componentes, su formación y el papel que desempeñan en el aprendizaje.

Finalmente, nos parece necesario realizar una breve revisión de las diferentes escalas de medición existentes en la literatura internacional, fruto de investigaciones destinadas a configurar nuevos y más precisos instrumentos de medición.

Summary

The measurement and assessment of attitudes towards Statistics is very important, both for scientific research and educational practice, due to its determinant paper in the process of teaching-learning of this discipline. This paper is devoted to its study, starting by its conceptualization, functions and characteristics and especially focusing on their educational importance and the role played by teachers when training on them. In addition to this, we will analyze its components, training and the role played in learning.

Finally, we find necessary to make a short review on the different measurement scales existing in international literature, being the result of research works orientated to configure new and more precise measurement instruments.

Sommaire

Il est important la mesure et l'évaluation des attitudes vers la Statistique, tant pour la recherche scientifique que pour la pratique éducative. Pour son rôle décisif dans le procès d'enseignement – apprentissage de cette discipline, dans ce travail nous nous dédierons à son étude, en commençant par sa conceptualisation, ses fonctions et caractéristiques et en mettant l'accent sur l'importance didactique de celles-ci et le rôle des professeurs dans sa composition. Nous analyserons aussi ses composants, sa formation et son rôle dans l'apprentissage. Finalement, il nous paraît nécessaire la réalisation d'une brève révision des différentes échelles de méditations disponibles dans la littérature internationale, résultat des recherches destinées à configurer des nouveaux et plus précieux instruments de mesure.

THE EXPERIENCE OF ISTAT IN THE PROMOTION OF STATISTICAL LITERACY IN SCHOOLS

Giovanni Barbieri, Paola Giacché

Resum

L'anàlisi de la situació italiana actual, pel que fa al coneixement i l'ús de l'estadística, ens permet extreure'n una sèrie de conclusions:

1. Hi ha una important demanda social d'adquirir la competència de l'anàlisi quantitativa i saber utilitzar i interpretar dades estadístiques.
2. Hi ha un cert rebuig, en els cerques no especialitzats, per la dificultat de comprendre aquestes dades.
3. El context cultural Itàlia, és un factor negatiu: les evidències científiques no són instruments usuals de presa de decisions.

La solució passa per aprendre estadística en els primers nivells de l'ensenyament i practicar i ampliar aquests coneixements fins arribar a la Universitat i més enllà (formació continuada).

L'ISTAT ha dut a terme diverses actuacions de promoció i potenciació de la cultura estadística a les escoles, des de l'elaboració d'un volum amb conceptes estadístics bàsics basat en il·lustracions, passant per l'ajuda a professors i estudiants en els seus treballs i investigacions com també en la campanya sobre el Cens 2001, en què es dona informació sobre què és, com es fa, quina informació proporciona, entre d'altres actuacions.

Resumen

El análisis de la situación italiana actual en cuanto al conocimiento y uso de la estadística, nos permite extraer una serie de conclusiones:

1. Existe una importante demanda social de adquirir competencia en análisis cuantitativo y saber utilizar e interpretar datos estadísticos.
2. Se detecta un cierto rechazo, en círculos no especializados, por la dificultad de comprensión de este tipo de datos.
3. El contexto cultural italiano implica un factor negativo: las evidencias científicas no son instrumentos usuales en la toma de decisiones.

La solución pasa por aprender estadística en los primeros niveles de la enseñanza y practicar y ampliar estos conocimientos hasta la Universidad e incluso más allá (formación continuada).

El ISTAT ha llevado a cabo diversas actuaciones de promoción y potenciación de la cultura estadística en las escuelas, desde la elaboración de un volumen con conceptos estadísticos básicos basado en ilustraciones, pasando por la ayuda a profesores y estudiantes en sus trabajos e investigaciones, así como también en la campaña sobre el Censo 2001, en qué se da información sobre qué es, como se hace y que información proporciona, entre otras actuaciones.

Summary

The analysis of the current Italian situation regarding the knowledge and use of statistics allows us to obtain a series of conclusions:

1. There is a high social demand to acquire competence in the quantitative analysis and to know how to use and interpret statistical data.
2. A sort of denial is detected in non-specialized circles due to the comprehension difficulty of this kind of data.

3. The Italian cultural context involves a negative factor: the scientific evidence is not a common instrument for decision making.

The solution to this consists of acquiring statistics at the first levels of teaching and to put into practice and widen the knowledge on this subject until university and even furthermore (continuous training).

The ISTAT has carried out several promotion and fostering actions for statistical culture at schools, starting from the edition of a volume with statistical concepts based on illustrations, continuing with the aid to teachers and students in their works and papers and the campaign on the Census 2001, where information is given on what it is, how it is produced and what kind of information it offers, among other actions.

Sommaire

L'analyse de la situation actuelle en Italie quant au connaissance et usage de la statistique nous permet d'attirer une série de conclusions:

1. Il y a une importante demande sociale pour acquérir une compétence dans l'analyse quantitative et pour savoir utiliser et interpréter les données statistiques.
2. Il a été constaté un certain refus, dans des ambiances non spécialisées, pour la difficulté de compréhension de ce type de données.
3. Le contexte culturel italien inclus un facteur négatif: les évidences scientifiques ne sont pas des instruments habituels dans la prise de décisions.

La solution est, en partie, d'apprendre statistique dans les premiers niveaux de l'enseignement et de pratiquer et amplifier ces connaissances jusqu'à l'Université et même au-delà (formation continue).

L'ISTAT a effectué des actions diverses de promotion et potentialisation de la culture statistique dans les écoles, entre autres, dès l'élaboration d'un volume avec des concepts statistiques fondamentaux basés sur des illustrations, l'aide aux professeurs et aux étudiants dans leurs travaux et recherches, jusqu'une campagne sur le Cens 2001, comment est donnée l'information, sur quoi, à quoi elle sert, etcetera.

EXPLORA: UN PROGRAMA CHILENO DE EXTENSIÓN EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ricardo Aravena, Guido del Pino, Pilar Iglesias

Resum

La Comissió Xilena d'Investigació en Ciència i Tecnologia (CONICYT) té programes d'extensió coordinats per l'anomenat Programa Explora, el qual finança petits projectes orientats principalment als infants. Aquest treball discuteix l'experiència dels autors amb dos projectes relacionats: Atzar, Ciència i Societat I i II, duts a terme en anys consecutius.

Cada projecte constà de tres mòduls: Estadística i Mitjans de Comunicació, Anàlisi explorador de dades i probabilitat. El primer mòdul estava dedicat a desenvolupar el sentit comú i l'esperit crític per interpretar la informació dels mitjans de comunicació. El segon aprofundia en les idees del primer mitjançant l'experimentació i l'ús de dibuixos i historietes vinculades a la vida quotidiana. El darrer mòdul tracta de probabilitat, utilitzant un enfocament empíric. En el primer any foren capaços de realitzar projectes estadístics interessants i en el segon organitzaren amb èxit una Fira de la probabilitat. Les habilitats adquirides foren molt notables, a partir d'un mínim de classes lectives i el suport docent.

Resumen

La Comisión Chilena de Investigación en Ciencia y Tecnología (CONICYT) tiene programas de extensión coordinados por el denominado Programa Explora, el cual financia pequeños proyectos orientados principalmente a los niños. Este trabajo discute la experiencia de los autores con dos proyectos relacionaos: Azar, Ciencia y Sociedad I y II, desarrollados en años consecutivos.

Cada proyecto constó de tres módulos: Estadística y Medios de Comunicación, Análisis exploratorio de datos y probabilidad. El primer módulo estaba dedicado a desarrollar el sentido común y el espíritu crítico para interpretar la información de los medios de comunicación. El segundo formalizaba las ideas del primero mediante la experimentación y el uso de dibujos e historietas vinculadas a la vida cotidiana. El último módulo trata de probabilidad, empleando un enfoque empírico. En el primer año fueron capaces de realizar proyectos estadísticos interesantes y en el segundo organizaron con éxito un Feria de la Probabilidad. Las habilidades adquiridas fueron muy notables, a partir de un mínimo de clases lectivas y el apoyo docente.

Summary

The Chilean Commission of Research in Science and Technology (CONICYT) is carrying out extension programs coordinated by the Explora Program, which finances small projects mainly orientated to children. This research work discusses the experience of authors with two related projects: Chance, Science and Society I and II, developed in consecutive years.

Each project comprised three modules: Statistics and Mass Media, exploratory data Analysis and probability. The first module was devoted to develop the common sense and critical spirit to construe the information of mass media. The second one formalized the ideas of the first one through the experimentation and use of pictures and short stories linked to daily life. The last module treats with probability, using an empirical approach. During the first year, they were able to produce interesting statistical projects and, during its second year of activity, they successfully organized a Probability Exhibition. The capabilities acquired were very significant, starting from a minimum number of lessons and educational support.

Sommaire

La Commission Chilienne pour la Recherche en Science et Technologie (CONICYT) dispose de programmes d'extension coordonnés par ce qu'on a appelé le Programme Explora qui sert à financer des petits projets destinés principalement aux enfants. Ce travail discute l'expérience des auteurs avec deux projets en relation: Azar, Science et Société I et II, développés dans les années suivantes.

Chaque projet était composé par trois modules: Statistique et Médias Analyses d'exploration de données et probabilité. Le premier module était dédié à développer le sens commun et l'esprit critique pour interpréter l'information des médias. Le second formalisait les idées du premier à travers l'expérience et l'usage de dessins et d'histoires liées à la vie quotidienne. Le dernier module verse sur la probabilité mais avec une approche empirique. Pendant la première année ils furent capables de réaliser des projets statistiques intéressants et pendant la deuxième ils organisèrent avec succès un Salon de la Probabilité. Les habilités acquises étaient très remarquables, à partir d'un minimum d'heures de cours et le soutien des professeurs.

APRENDER ESTATÍSTICA ATRAVÉS DE TRABALHO COLABORATIVO: DADOS REFERENTES AO 7º ANO DE ESCOLARIDADE

Carolina Carvalho, Margarita César

Resum

Aquest treball forma part d'un projecte més ample, Interacció i Coneixement, l'objectiu principal del qual és analitzar i promoure les interaccions entre els companys de taula de l'aula com una de les maneres possibles de fomentar el desenvolupament sociocognitiu, la socialització i les actituds positives dels alumnes en relació a l'escola, contribuint així al seu èxit escolar. Els resultats mostren que quan els alumnes tenen oportunitats de treballar de manera cooperativa, utilitzant tasques no habituals, es produeixen millors resultats que si els comparem amb altres que no experimenten aquesta manera de treballar. Alguns experts han demostrat el paper de les interaccions entre els companys de taula a l'aula i l'adquisició de coneixements i competències.

Resumen

Este trabajo forma parte de un proyecto más amplio, Interacción y Conocimiento, cuyo objetivo principal es analizar y promover las interacciones entre los compañeros de mesa en el aula, como una de las formas posibles de fomentar el desarrollo sociocognitivo, la socialización y las actitudes positivas de los alumnos hacia la escuela, contribuyendo de este modo a su éxito escolar. Los resultados muestran que cuando los alumnos tienen oportunidades de trabajar de forma cooperativa, utilizando tareas no habituales, se consiguen mejores resultados que si los comparamos con otros que no experimentan esta manera de trabajar. Algunos expertos han demostrado el papel de las interacciones entre los compañeros de mesa en el aula y la adquisición de conocimientos y competencias.

Summary

This research work makes part of a wider project, Interaction and Knowledge, whose main objective consists on analyzing and promoting the interactions among classmates in the classroom as one of the possible ways to promote social and cognitive development, socialization and positive attitudes of pupils towards the school, contributing in this way to their school success. The results show that, when pupils have the opportunity to work in a cooperative way using non usual tasks, the results are better if we compare them to other that do no experience such working way. Some experts have proved the role of interaction among classmates and the acquisition of knowledge and competences.

Sommaire

Ce travail fait partie d'un projet plus vaste, Interaction et Connaissance, dont le principal objectif est d'analyser et promouvoir les interactions entre les compagnons en cours comme une des manières possibles d'encourager le développement socio-cognitive, la socialisation et les attitudes positives des étudiants vers l'école, en contribuant à leur succès scolaire. Les résultats montrent que quand les étudiants ont des opportunités de travailler par groupes, avec des tâches pas habituelles, ils obtiennent meilleurs résultats que d'autres étudiants qui n'utilisent pas cette méthode de travail. Quelques experts ont démontré le rôle des interactions entre compagnons en cours ainsi que l'acquisition des connaissances et compétences.

PROPUESTAS PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES SOBRE ALGUNAS CUESTIONES MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA DE LOS SISTEMAS ELECTORALES DEMOCRÁTICOS

María Candelaria Espinel Febles

Resum

Es pretén divulgar alguns aspectes de les matemàtiques i de l'estadística presents en els sistemes electorals. Concretament s'analitza la Llei d'Hont per al repartiment dels escons en connexió amb el problema matemàtic del repartiment equitatiu, i s'apliquen conceptes de la teoria de jocs cooperatius per analitzar la formació de coalicions i avaluar el poder dels partits polítics que obtenen representació a unes eleccions. Aquests continguts es treballaren amb professors en formació, seguint el procés d'abordar un problema real, plantejar-ne el model matemàtic i veure'n les aplicacions des de la realitat quotidiana.

Resumen

Se pretende divulgar algunas facetas de las matemáticas y de la estadística presentes en los sistemas electorales. Concretamente se analiza la ley de D'Hont para el reparto de escaños en conexión con el problema matemático de reparto equitativo, y se aplican conceptos de la teoría de juegos cooperativos para analizar la formación de coaliciones y evaluar el poder de los partidos políticos que obtienen representación en unas elecciones. Estos contenidos los trabajamos con profesores en formación, siguiendo el proceso de: abordar un problema real, plantear el modelo matemático y ver aplicaciones desde la realidad cotidiana.

Summary

The aim of this study is to disclose some mathematical and statistical facets existing in electoral systems. More specifically, the D'Hont law for the distribution of seats at the parliament in connection with the mathematical problem of fair distribution is being analysed and the concepts of the theory of cooperative games to analyse the formation of coalitions and to assess the power of political parties obtaining a representation in the elections. We worked on these concepts with teachers at training process following the process of: treating a real problem, posing the mathematical model and looking for the applications from daily life.

Sommaire

On prétend divulguer quelques aspects des mathématiques et de la statistique présents dans les systèmes électoraux. En particulier, on analyse la loi de D'Hont pour la répartition de sièges par rapport au problème mathématique de répartition équitable et on applique les concepts de la théorie de jeux coopératifs pour analyser la formation de coalitions et évaluer le pouvoir des partis politiques qui obtiennent représentation dans des élections. Ces contenus sont travaillés avec des professeurs en formation, selon ce processus: s'occuper d'un problème réel, soulever le modèle mathématique et voir des applications dès la réalité quotidienne.



**DISSEMINATION AND PRICING POLICY
OF EUROSTAT**

Draft

Dissemination of statistical information has become one of the most important issues at Eurostat. The single currency Euro, the enlargement process and the close follow-up of indicators requested by both the authorities and society are today increasing the real need for products and associated services. Freshness, timeliness, comparability, clarity, availability of explanatory notes and replicability, value for money and the availability in various format, especially electronic formats, are the main requests of users of statistical data and information.

The offer and the demand

Eurostat's well-known mission is to provide the European Union with a high quality statistical information service. One of the objectives of Eurostat is to provide data accessibility to a wider audience.

Themes and collections

Eurostat has structured its statistical offer in a matrix like format by **themes** and by **collections**.

Themes (General statistics, Economy and Finance, Population and Social conditions, Industry Trade and Services, Agriculture and Fisheries, External Trade, Transport, Environment and Energy, Science & Technology) (General statistics, Economy and Finance, Population and Social conditions, Industry Trade and Services, Agriculture and Fisheries, External Trade, Transport, Environment and Energy, Science & Technology) distinguish between the different domains of social and economic interest.

Collections (Press releases, Statistics in focus, Key indicators, Panorama of the European Union, Methods and nomenclatures, Detailed tables, Research in official statistics, Catalogues, Database Information, Eurostat news, Call for tenders and grants, Working paper and studies) (Press releases, Statistics in focus, Key indicators, Panorama of the European Union, Methods and nomenclatures, Detailed tables, Research in official statistics, Catalogues, Database Information, Eurostat news, Call for tenders and grants, Working paper and studies) differentiate between types of products, taking into account the target end user and the life cycle of each publication. Other professional products are available (Databases).

The publications of Eurostat are pre-programmed on an annual basis. A plan is prepared by the Dissemination Committee and presented to the Board of Directors who, if the plan is endorsed, delegates the co-ordination of its execution to one horizontal unit, while the production of the manuscripts is handled by the relevant production units.

User groups

The distinction between the various user groups defines the route for accessing Eurostat's statistical information:

- **Members of EU Institutions**

This group comprises not only officials from other DGs, Cabinets, EU delegations and representations but from all EU institutions. This group of users has direct access to all statistical information free of charge. The principle applied is 'direct access to Eurostat's reference databases' in order to keep the workload limited, while at the same time guaranteeing an optimal accessibility.

- **Members of the European Statistical System (ESS) and International Organisations co-operating with Eurostat**

This group comprises mainly the national statistical institutes (NSIs) as well as some public administrations that provide data to Eurostat as, for example, the Central Banks. Members of the ESS are also served free of charge. Publications are delivered through the Free Dissemination Team, data extractions are either provided directly by the relevant production units or via online access to Eurostat databases.

- **Professional journalists and news agencies**

For the media statistical information is delivered by the Media Support free of charge (publications as well as database extractions, up to an amount of 200 EUR), while the Press office deals with requests on Eurostat's activities in general, in close collaboration with experts.

- **External users**

This rather diverse group comprises: Private companies, the education sector (universities, schools), researchers, consultants, professional organisations, public administrations that are not members of the ESS, private households.

The requests for European statistical information from these clients are being dealt with by the Eurostat Data Shop Network (see below). The access to the information (publications, database extractions) is charged a certain fee.

The Policy

The dissemination policy's backbone is based on **three main actors**, the *Publication Office*, the *network of Eurostat Data Shops* and the *web site*:

- The dissemination network of the **Publication Office** (EUROP)

This is the regular network of the sales offices for all official publications of the European communities. Sales offices exist not only in most European countries but also in Asia, Africa and North and South America.

- The dissemination network of the **Eurostat Data Shops**

This is an extensive network of sales offices specialised in selling statistical Eurostat publications and data. It also provides a wide range of tailor-made services. This network covers most of the European countries and the USA.

The DataShop network is assisted by one central team at Eurostat (the *Data Shop Network Support*) in order to warrant that complex requests for statistical information coming from the Data Shop users are delivered within a dead-line (£ 24 h). In some cases, this support team needs to contact the author services if the question cannot be answered without an expert help. A quality chart between some some production units of Eurostat and the Data Shop Network Support is under preparation. has been implemented to keep under control the response times.

This network is financially self-supportive. It plays an important role in the marketing and promotional activities of the statistical products produced by Eurostat.

General information or non-structured questions can be sent by users to a central address either by email (eurostat-infodesk@cec.eu.int), by fax (352 4301 32649), or by telephone (352 4301 34567). This infodesk service will dispatch the question to the specific service to get the appropriate response and to then forward it back to the customer.

A follow-up general meeting of the activities of the Data Shops happens twice a year in order to discuss the evolution of dissemination issues with regards to the sale of statistical products and services. Common proposals and suggestions are identified and evaluated. Their implementation is, eventually, planned and co-ordinated by Eurostat.

The Data Shop network has been invited to endorse a quality charter in order to warrant a high level standard of quality for users services. In May July 20002001, six then Data Shops will formally accept the commitment to follow this quality charter. Most others follow the quality standards requested, even if they have not formally endorsed the quality charter.

- **The Internet site**

More recently, Tthe internet site of Eurostat, offers several hundred of statistical indicators for free, including the so-called euro-indicators, the euro yield curve, the structural indicators. Users may be alerted of new information and updates becoming available, they can raise questions on-line, and order all Eurostat publications. The site also offers a service of free information (news releases, Statistics in focus, 100 basic indicators ,...) and a full overview of all available statistical information and services (www.europa.eu.int/comm/eurostat/)

- News releases and press conferences

News releases in three languages and press conferences that announce the most awaited statistical figures of economic and social life are important complements of the dissemination policy. News releases are disseminated at 12.00 at the daily briefing of the European Commission, and simultaneously through the web site and the Eurostat mailing list (1200 journalists). News agencies benefit from a special embargo system for the dissemination of the euro-indicators.

The principles of the Eurostat's dissemination and pricing policy

The main principles of the dissemination and pricing policy are the following:

About prices

- Prices are applied to **recover only printing and distribution costs** for paper. Eurostat recovers only the cost of tailor-made services and the running costs of the web services. The policy of Eurostat is not to recover the costs of the data collection activity and the preparation of statistical figures.
- Respect of the **dissemination rules followed by the National Statistical Institutes**. Eurostat avoids conflicts with other statistical partners about the application of pricing policy.
- Respect of the **rules of competition** of the information market. Eurostat avoids any dumping and stimulates the dissemination activity through other professional redisseminators in the market.
- Availability of **free general statistical information** through the web in line with the Commission's policy dealing with the information society. Eurostat is aware of the reality that free information is more and more requested by all actors of the economic and social life and by citizens.

About dissemination

- **Electronic first**, paper second
Priority is given to the dissemination in electronic format or through the web. All paper publications are seconded by an electronic version to be released through the web.
- **Tailored products and services**
Users have to pay for the tailor-made products and services requested because they are adapted to their specific needs, formats and calendar. Today, [0507/20002001](#), the income generated by services is more important than the one by products. Prices of several services (database extractions) are harmonised through the whole set of Data Shops. A handbook with common procedures and criteria to calculate prices, aimed for the use of the Data Shops, is released by Eurostat and reviewed periodically.
- **Paying standard products**
Eurostat produces standard products as a reaction to the most common standard needs of the market. Periodical and ad-hoc publications are produced to offer the most recent statistical figures about the economic and social life. Stability in the offer is a warrant for the users looking for continuity in the supply of figures.
- **Licenses, contracts, co-editions, copyrights**
This principle allows professional redisseminators to offer a value-added service based normally on Databases of Eurostat (New Cronos, Comext, etc). It also allows national editors, with a much better knowledge of the different cultural aspects of the targeted market, to co-edit a product where the master statistical information has been produced by Eurostat. The external co-editor pays a one-time fee depending on the amount of information involved in the operation.

Copyright allows, either the market agents or other organisations, to use totally or partially some information already published by Eurostat to produce their own product. For the partners of Eurostat, a framework has been defined in the context of the Dissemination Working Party, (see below), allowing them to use data from Eurostat under certain conditions. For the other organisations a fee has to be paid by the third party. The amount of this

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

fee depends on the type of organisation (schools and , universities and public researches bodies are not considered as same level as private companies), the lowest level being 800€..

In all cases Eurostat requests have to quote the reference source.

Eurostat and the Publication Office (EUR OP), who makes the invoices to the involved third parties, manage the contracts for all these agreements.

- Other **ad-hoc agreements** with partners of Eurostat

This principle allows the statistical organisations partners of Eurostat (ESS and non-ESS) to use the statistical information produced by Eurostat for their own purposes including products. Three conditions must be fulfilled:

- A real co-operation does exist (exchange of information, data, knowledge...).
- The final product must give the reference of Eurostat as source of information.
- The dissemination strategy of the product must not be in contradiction with the one of Eurostat.

-**Subscriptions**

Users have the possibility to apply for subscriptions of one or more products. They will receive automatically the requested product when available.

-**Free dissemination**

Free dissemination offers privileged users (media and members of statistical organisations co-operating with Eurostat), the information they need to cope with their specific mission. Privileged users may have access to all Eurostat publications through the Eurostat web site.

Eurostat offer of product and services is user driven

The dissemination policy is open to improve the offered service to the user of statistics. User surveys are regularly launched in order to analyse the perception about the quality of the Data Shops and Eurostat services and also in order to know if the products are still requested and which new products should be created.

Eurostat makes a co-ordination with the Member States of the EU

Twice a year, representatives of the NSI's dissemination department of Member States and candidate countries meet with Eurostat in order to identify and evaluate the common actions dealing with dissemination and to implement the most suitable best practices on the matter. This Dissemination Working Party Group is one of the cornerstones to build the European Statistical System. Other partners like UNO,OECD ,CEIES are also invited to participate to these meetings .

The medium and short term future

-**for the dissemination and pricing issues**

The evolution of the Eurostat dissemination policy is mainly oriented to offer more electronic products and services in the most common formats and less paper. The structure of the offer is evolving according to the user demand: Services are becoming more important than products. It is unavoidable to increase the availability of free statistical information, so Eurostat is analysing how to proceed with makes a trade-off between this highly political objective , without any negative consequence in terms of income from sales. and the need to recover the costs of printing , distribution and tailored services .

Transparent and homogeneous contracts for redisseminators are in preparation in order to implement , starting at the end of 2001, a coherent policy of redissemination for the most important products of Eurostat: The databases Newcronos, Comext and the Euroindicators .

-**for the datashop network**

A much more transparent policy is foreseen for the opening of further Data Shops development of the datashops network.

Up to now, the contracts to open a new Data Shop have been proposed following mainly ad-hoc

negotiations with NSI's. Two private companies have also got a contract, and three Data Shops are managed directly by Eurostat through a private contractor following an open call for tender. In the next future, a transparent call for interest procedure will be launched in order to identify the most suitable candidates, able to offer the best service to the users with the best value for money for Eurostat. This procedure will propose to start at a basic level called 'Eurostat Relays' who will offer to the users basic services related to the distribution of statistical information. A second level with a highest quality will offer the full set of statistical information services. To follow the quality chart will be one of the mandatory requests.

-for the access to databases

Progress must be made in the area of access to the statistical information contained in the statistical databases. More user-friendly unique tools are foreseen in order to allow non experimented users to get and select information from the external dissemination databases.

The type of information and the database format or structure must be transparent to the user who will may have access through a single tool to the existing and available information .

That will give much more autonomy to one important sector of our customers.

-for the web

A new site is foreseen for 2003. The actual one has been implemented to support less workload that is receiving today. It is time to review it in order to make substancial modifications to improve the structure of the offer ,the navigation tools,the administration capabilities and the technicalities . It will be harmonised with the new policy of the Commission server Europa II.

LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA

Miguel A. De Castro Puento

Director Gral. Procesos e Infraestructura Estadística

La Enseñanza y la Difusión de la Estadística

En mi intervención me voy a centrar en la actividad de formación estadística que lleva a cabo el INE pero, antes de pasar a este tema, me gustaría lanzar una idea que considero vital para el buen desarrollo de la Estadística en toda su amplitud.

Es el convencimiento pleno de la necesidad de estrechar relaciones entre los organismos productores de estadísticas y el ámbito académico.

No se debe de caminar por sendas divergentes. No debe de haber incomunicación entre las diferentes instituciones.

De actuaciones conjuntas, colaboraciones e intercambio de conocimientos, todos saldremos ganando y ayudaremos a difundir, a comprender la Estadística tanto en el plano teórico como práctico. Entre ambos niveles no puede existir un abismo infranqueable. Es de sumo interés establecer proyectos de colaboración conjunta. En este sentido, existen diferentes proyectos dentro de los Programas Marco de la Unión Europea susceptibles de ser abordados mediante acuerdos de colaboración.

Un caso particular es el proyecto EURAREA, cuyo objetivo es el estudio de las técnicas de estimación en áreas pequeñas y producción de software para sus aplicaciones. El desarrollo de este proyecto en España será ejecutado gracias a un convenio entre el INE y una Universidad española.

Por todo ello, al igual que los profesionales de la Estadística Oficial conocen muy bien los fundamentos de la Estadística como ciencia, creo que es necesario que desde la Universidad, desde los colegios, desde los institutos, se conozcan las estadísticas concretas, las técnicas utilizadas por las Oficinas de Estadística en su quehacer diario.

Éste es uno de los principales objetivos que intenta cumplir la Escuela de Estadística Pública del INE: difundir entre los distintos usuarios los trabajos que se realizan.

Justamente en este aspecto, junto con la labor de formación y cooperación internacional del INE, voy a centrar los 10-15 minutos que me corresponden en esta mesa redonda.

La Escuela de Estadística de las Administraciones Públicas forma parte de la estructura orgánica básica del INE y depende directamente de la Presidenta a través del Gabinete Técnico de la Presidencia del INE

A ella se le asignan funciones de formación y perfeccionamiento profesional del Instituto Nacional de Estadística y de los empleados de las Administraciones Públicas y otras organizaciones sociales que requieran esta formación especializada a solicitud de las mismas.

La actividad de la Escuela se ha intensificado notablemente desde finales del año 95 y, como he dicho anteriormente, entre sus objetivos fundamentales se encuentra la difusión de la metodología de los productos y servicios del INE. Es decir, acercar a los múltiples usuarios de las estadísticas las actividades realizadas por el Instituto Nacional de Estadística. No sólo en lo que a encuestas y estadísticas concretas se refiere, sino a otras actividades o ámbitos de trabajo o estudio generales del INE, como son las técnicas de depuración de encuestas, la recogida de datos en las encuestas, la confidencialidad estadística la calidad total en las estadísticas, entre otros.

La actividad de la Escuela se lleva a cabo en diversos frentes:

- Cursos de formación especializada en estadística.
- Difusión de productos del INE.
- Seminarios sectoriales.
- Organización de visitas de Universidades y otros centros.
- Participación en Centros Externos con productos del INE.
- Cursos selectivos: formación del personal de nuevo ingreso en el INE: Estadísticos Facultativos y Estadísticos Técnicos Diplomados.
- Además, participa en distintos proyectos de formación internacional: grupos de trabajo que al respecto organiza Eurostat, coopera con el Instituto TES (Training European Statistics) y, desde hace dos años, interviene en el proyecto de cooperación estadístico entre la UE y el futuro MERCOSUR, que es un proyecto que en España gestiona CESD-Madrid, institución a la que luego me referiré.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

En general, los cursos son impartidos por personal del INE al estar fundamentalmente centrados en la difusión de algún producto o servicio característico del INE, si bien no de forma exclusiva; en especial, cuando se trata de divulgar alguna técnica o concepto desarrollado externamente que conviene ser conocido en el Instituto.

Por ejemplo, los cursos que se mencionan a continuación han sido impartidos total o parcialmente por personal no adscrito al INE: Métodos de Ajuste Estacional, El Sistema Fiscal Español y su aplicación en la producción de Estadísticas Económicas, Métodos de Medición de Audiencias, Incidencia del Derecho Comunitario en la Legislación Estadística, Confidencialidad Estadística o Relación entre el Reglamento sobre Estadísticas de Empresas del Consejo Europeo y el Plan General de Contabilidad, entre otros.

Hasta el momento, se han realizado en torno a 70 cursos y seminarios, por los que han pasado unos 1.500 alumnos. En ellos se han tratado temas generales que hacen referencia al Sistema Estadístico en su conjunto, y estadísticas concretas, como Índice de Precios de Consumo, Encuesta de Población Activa, Encuesta de Presupuestos Familiares, Contabilidad Nacional, Indicadores Sociales, Indicadores Coyunturales, Estadísticas Industriales y Encuestas de Servicios, de Medioambiente, Turismo, Encuestas Demográficas, ..., es decir, la práctica totalidad de ámbitos abarcados en el INE.

De todos estos cursos o seminarios quisiera reseñar tres que, por sus características y los colectivos a los que van dirigidos, tienen un cometido muy particular y concreto: la divulgación de la Estadística y de las estadísticas entre la opinión pública en un sentido amplio, no solamente entre aquellos colectivos más ligados a la utilización de esta ciencia.

Curso de Estadística Básica

Aunque pudiera considerarse un curso menor, al tener un contenido conceptual muy básico, tenía un fin muy positivo: divulgar entre el personal no estadístico del INE unos conocimientos mínimos de Estadística, que ayudaran a interpretar los documentos y conceptos utilizados día a día en su trabajo.

Tras este objetivo subyacía también la intención de motivar e integrar a todo el personal de la Institución. Se impartieron 5 cursos de este tipo y por él pasaron buena parte de los trabajadores del INE. En definitiva, fue un intento –muy valioso– de generar interés por la Estadística y su correcta interpretación y utilización.

Cursos a periodistas

También merecen una mención especial los cursos dirigidos a periodistas, ya que éstos constituyen el primordial canal para llegar a la Opinión Pública. En este caso, siempre se han elegido los indicadores de mayor resonancia en la Sociedad, como puede ser el IPC, como tema central de estos cursos.

Son cursos eminentemente prácticos, muy básicos, que huyen de los tecnicismos y que se centran fundamentalmente en transmitir cómo interpretar correctamente dichos indicadores.

Cursos a profesores

Por último, es preciso reseñar los cursos que dentro de la Escuela se programan para profesores de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO).

Tienen como objetivo difundir desde los primeros niveles de enseñanza la Estadística, para que se valore su importancia y, posteriormente, se interpreten correctamente los datos.

También tienen una segunda intención que es divulgar entre los alumnos las encuestas, las estadísticas oficiales para que su conocimiento ayude a su justo reconocimiento y correcta utilización en el futuro.

En este sentido, los profesores son el principal vehículo para ello. Así, además de la posibilidad de mejorar sus conocimientos en la materia, se les ofrece material (ejercicios, problemas) que haga referencia a operaciones concretas, reales, que pueden ser utilizados en el desarrollo cotidiano de su actividad.

Estos cursos, por tanto, son eminentemente prácticos, con profusión de ejercicios –en aquellos capítulos que lo permiten– y abarcan todas las operaciones que lleva a cabo el INE, junto con unos capítulos dedicados a conceptos generales de la Estadística.

Seguidamente, me gustaría exponer la ingente labor de formación para estadísticos que el INE lleva a cabo en el plano internacional.

La mayor parte de esta tarea es canalizada y gestionada por el CESD-Madrid.

El Centro Europeo para la Formación de Estadísticos de Países en Desarrollo (CESD-Madrid) es una asociación sin ánimo de lucro, creada en 1991 con el objeto de gestionar las crecientes actividades y proyectos de cooperación técnica internacional en el ámbito estadístico, tanto españoles como de la propia Unión Europea

El INE en 1991 tenía ya tras de sí una larga tradición de cooperación con otras instituciones estadísticas, en especial con aquéllas de Iberoamérica. La incorporación de España a la UE y el desarrollo económico de las últimas décadas hicieron posible que hubiera una mayor cantidad de recursos disponibles para la cooperación internacional en materia estadística. El CESD-Madrid nació como una entidad jurídica diferenciada del INE, que permitía la recepción y gestión de fondos comunitarios y una mayor profesionalización de la cooperación en materia estadística.

El CESD-Madrid originó su actividad en virtud de un convenio de colaboración entre el INE y la Comisión Europea, en el cual quedaba plasmada la cofinanciación de un Programa de Capacitación de Estadísticos Latinoamericanos que daba continuidad a las actividades formativas que el INE venía desarrollando en esa región desde hace más de veinte años.

El CESD-Madrid forma parte de una red europea de instituciones homólogas, vinculadas a Institutos u Oficinas de Estadística (CESD-Roma/ISTAT en Italia, CASD-París/INSEE en Francia, CESD-Lisboa/INE Portugal, CESD-Comunitario/EUROSTAT en la Comisión Europea), con funciones y naturaleza jurídica similares. Los directores de los organismos de la red CESD participan regularmente como miembros en las Asambleas Generales y en las Juntas Directivas de sus instituciones homólogas.

Para prestar sus servicios de consultoría, asistencia técnica y formación, el CESD-Madrid cuenta con el respaldo de los expertos del INE, así como de expertos procedentes de otros Institutos Nacionales de Estadística Europeos.

A continuación se describen los cuatro programas más importantes que en la actualidad gestiona CESD-Madrid. El resto de los programas más pequeños se describen posteriormente.

Programa de Formación de Estadísticos en América Latina

Este contrato lleva a cabo de forma continuada actividades de capacitación del personal que trabaja en los Sistemas Estadísticos Nacionales: Oficinas Nacionales de Estadística, Bancos Centrales, Aduanas, Ministerios de Planeamiento, etc., para mejorar su nivel técnico mediante la organización, tanto en España como en países de la Región, de cursos y seminarios, así como la realización de consultorías específicas y pasantías de expertos latinoamericanos en España. Se trata de un contrato cofinanciado por el INE (60%) y la Comisión de la Unión Europea (40%).

Durante el año 2001, dentro de este proyecto, se han celebrado (o se celebrarán) 12 cursos y seminarios. Los temas tratados hacen referencia a Nomenclaturas y Registros, Estadísticas de Empresas, Contabilidad Nacional (es el nº 23 de los cursos impartidos en esta materia), Muestreo con aplicaciones a Encuestas de Hogares (también hace el número 23), IPC, IPCA, Difusión Electrónica de Datos, Encuestas de Educación e Indicadores Sociales, entre otros.

Programa MEDTOUR: Estadísticas del Turismo en los Países Mediterráneos

Este programa tiene como misión analizar y desarrollar Estadísticas Armonizadas de Turismo en 12 países del Mediterráneo: Marruecos, Túnez, Libia, Argelia, Siria, Palestina, Israel, Líbano, Malta, Chipre, Egipto y Turquía.

Forma parte de un proyecto más amplio, MEDSTAT, cuyo objetivo es desarrollar los Sistemas Nacionales de Estadística en estos países.

Financiado íntegramente por la Comisión Europea, es el contrato que presenta una variedad mayor en cuanto a las acciones a ejecutar (análisis de sistemas estadísticos, implantación de encuestas, formación de estadísticos, elaboración de publicaciones, ...). Se encuentra dividido en dos contratos diferentes - MEDTOUR I & MEDTOUR II-, aunque realmente se trata del mismo proyecto. Ambos están en una fase muy avanzada de ejecución.

Programa de Estadísticas de Comercio Exterior con los Países Mediterráneos

También bajo el Marco de MEDSTAT, CESD-Madrid gestiona el proyecto MEDCOMEXT (segundo sub-programa).

La cooperación en materia de estadística de comercio exterior entre la Unión Europea y los países mediterráneos figura como uno de los objetivos claves del programa MEDSTAT impulsado a raíz de la Declaración de Barcelona de 1995. En concreto, tal Declaración prevé la paulatina liberalización del comercio internacional y la constitución gradual de un área de libre comercio euro-mediterránea para el año 2010. La armonización estadística de comercio exterior se considera prioritaria.

La Comisión Europea lanzó dos subprogramas bajo el rótulo MEDCOMEXT tendentes a promover dicha armonización:

- Un primer sub-programa Medcomext, ejecutado por el CESD-Comunitario, se centra en la producción estadística de comercio exterior mediante el uso del programa de software Eurotrace.

- El segundo sub-programa Medcomext, que ejecuta el CESD-Madrid, está enfocado en la mejora de la calidad de los datos mediante la armonización en el campo de las estadísticas de comercio exterior con los 12 países del Mediterráneo (MED); el intercambio de datos relevantes; el desarrollo de una base de datos "regional" de Comercio Exterior, así como la realización de ejercicios de reconciliación con los países más avanzados.

Cooperación Estadística con los países del MERCOSUR y Chile

Este proyecto pretende el acercamiento de las metodologías utilizadas en el campo estadístico, de cara a una utilización sobre bases mutuamente reconocidas de los datos estadísticos relativos a los intercambios de bienes y servicios y, de manera general, en todos los campos susceptibles de una medición estadística.

El proyecto tiene el doble objetivo de:

- Lograr una armonización de metodologías estadísticas entre los países de MERCOSUR + Chile, así como entre éstos y la UE.
- Obtener como resultado el fortalecimiento de la integración estadística entre los países de MERCOSUR+Chile y el desarrollo de indicadores estadísticos entre la UE, MERCOSUR y Chile.

Se han creado 10 grupos de trabajo, enfocados en sectores o conceptos concretos de los Sistemas Estadísticos. En este programa también colabora la Escuela de Estadística de las Administraciones Públicas, encargada de organizar los módulos de formación que contempla el proyecto.

Además de estos 4 proyectos que constituyen los pilares de nuestro programa de cooperación internacional en la actualidad, existen otros en desarrollo. Son los siguientes:

a. Programa de Cooperación Estadística con China. Módulo Clasificaciones

Chinasat es un proyecto gestionado por el CESD-Comunitario y en el que el CESD-Madrid obtuvo un sub-contrato para las acciones de *Clasificaciones y Nomenclaturas*. El proyecto pretende el traspaso a China del *Know-How* y la experiencia Europea en distintos ámbitos estadísticos.

La parte del proyecto gestionada por el CESD-Madrid es relativamente pequeña y se trata de visitas a China de expertos españoles, visitas a Madrid de expertos del NBS chino, así como elaboración de informes y traspaso y adaptación de software informático. En estos momentos se encuentra en su última fase.

b. Estandarización de Proyectos de Cooperación – Lote 4

El objetivo de este programa es dotar a EUROSTAT de Modelos de Cooperación Estadística para determinados campos estadísticos: comercio exterior, agricultura, precios al consumo, contabilidad nacional y formación estadística con el fin de facilitar y mejorar la planificación y ejecución de los proyectos de cooperación en estas áreas. Esta estandarización tiene que ser llevada a cabo bajo el marco del

“Manejo del Ciclo del Proyecto” adoptado por la Comisión Europea.

El programa tiene también que desarrollar herramientas de ayuda para la preparación y ejecución de los proyectos (guías, base de datos de documentación).

c. Cooperación con países de Europa Central y Oriental. Programas PHARE

El CESD Comunitario gestiona este programa de cooperación estadística de la Comisión Europea para los países candidatos a entrar en la Unión Europea. En el marco de los programas Phare se producen determinadas visitas de delegaciones de estos países, así como visitas de los funcionarios del INE a estos países.

Licitaciones en curso

En los últimos meses el CESD-Madrid, junto con el INE y la colaboración del Instituto de Estudios Turísticos (IET), ha enviado tres ofertas para la adjudicación de tres proyectos de estadísticas de turismo.

Los lotes tienen un plazo de ejecución de un año, prorrogable a tres, constituyéndose así el turismo en una de las líneas futuras más firmes en la participación del INE en el plano de la formación internacional.



**LOS PUNTOS DE INFORMACIÓN
ESTADÍSTICA DE ANDALUCÍA.**

**SU IMPORTANCIA DESDE EL PUNTO DE VISTA
DE LA DIFUSIÓN EN UN MARCO DE CALIDAD**

Instituto Andaluz de Estadística

Introducción. El “círculo estadístico”

La actividad estadística, como ustedes saben, es tan antigua como la mujer y el hombre, para hablar en un lenguaje no sexista y con la debida corrección política. Hasta en las piedras y cavernas que decora el arte paleolítico parece haber recuentos rudimentarios que informan de la necesidad que el ser humano tiene de ejercer sobre su entorno mecanismos de control que se basan en el conocimiento. De allá hasta acá, no en vano han pasado muchos siglos, la estadística ha evolucionado mucho, pero ha sido en el siglo XX, y sobre todo en las últimas décadas, cuando la disciplina estadística ha registrado una evolución sin precedentes. Y esto, tanto desde el punto de vista de las metodologías como desde el punto de vista de su creciente papel en el seno de la vida social.

Sobre todo en las sociedades democráticas, las instituciones públicas, los agentes económicos y sociales y la ciudadanía en general, han venido demandando un volumen cada vez más amplio de información estadística para una gran variedad de propósitos y de tareas. La razón es bien simple. El estudio de la realidad demográfica, económica, social, cultural, medioambiental o política, encuentra en la estadística un instrumento de una utilidad extraordinaria.

- En primer lugar, porque, dada la *transparencia* de la óptica estadística, la tan temida y temible proyección del observador sobre el campo de lo observado tiende a reducirse. Lo que quiere decir que, en condiciones óptimas de presión y temperatura, la estadística está libre, o al menos debería estarlo, del nefando pecado de la ideología.

- En segundo lugar, porque, dada la extraordinaria *versatilidad* de sus métodos, nos permite enfocar la lente sobre un número ilimitado de sectores de la realidad. Es decir, que su margen de aplicabilidad es realmente extraordinario.

- En tercer lugar, porque la estadística no sólo nos proporciona aproximaciones estáticas a la realidad, o lo que podríamos llamar fotos fijas, sino que nos permite observar el dinamismo de esa realidad y, si se me permite la comparación, “hacer cine con cifras”. Es decir, *observar los movimientos de la realidad* que los indicadores reflejan.

- Y en cuarto lugar, por su extraordinario *valor instrumental*, ya que, al acercarnos a la realidad, la estadística nos permite evaluar sus fortalezas y sus debilidades y, por lo tanto, orientar las líneas de actuación necesarias para corregir las segundas y reforzar las primeras.

Ustedes detectarán enseguida, por lo demás, que estas cuatro cualidades pertenecen, en realidad, a tres campos distintos que están estrechamente encadenados.

Se trata del campo del *conocimiento*, que abarcaría las 3 primeras, del conocimiento como base del *análisis*, y del *análisis* como orientador de la *praxis*.

En virtud de estos extremos, por lo tanto, a nadie puede extrañarle que, en el seno de la llamada “sociedad de la información”, haya sido tan grande el crecimiento de la demanda de información estadística. Ni tampoco, que su papel tienda continuamente a incrementarse.

Su *transparencia*, su *versatilidad*, su visión estático/dinámica de la realidad y su extraordinario *valor para el análisis y la praxis* hacen de la información estadística un instrumento realmente extraordinario. Esto, naturalmente, siempre que estemos hablando de una estadística de calidad. Si la estadística no es de calidad, esas cuatro “virtudes teologales” que estamos invocando para nuestra disciplina pueden convertirse, y de hecho se convierten, como ustedes saben, en otros tanto “pecados capitales”.

Pero como hemos venido a hablar de la estadística que practicamos, que es una *estadística pública de calidad*, vamos a dejar de lado estos aspectos.

Acabo de decir que hemos venido a hablar de una *estadística pública de calidad*. *Pública*, y *de calidad*. ¿Qué significa esto? Pues significa, ni más ni menos, que todas las posibilidades que la disciplina estadística pone en nuestras manos se convierten en otras tantas responsabilidades que hemos contraído con la ciudadanía, y que debemos atender de una forma inapelable e incansable.

Para representar de una forma gráfica la obligación que nos une a la ciudadanía, en el Instituto de Estadística de Andalucía hemos acuñado una expresión que considero muy gráfica. Se trata, como decimos para bromear, de nuestra "filosofía portátil". Esa filosofía portátil es sencilla, pero su sencillez no debe hacernos pensar que llevarla a término no implique un esfuerzo sostenido y una verdadera congregación de capacidades y de voluntades.

Nuestra filosofía portátil descansa en un diagrama de flujo con dos elementos, *la sociedad andaluza* y *el IEA*. Dos elementos entre los que debe existir, como en cualquier diagrama de flujo de esos que representan, por ejemplo, la comunicación humana, es decir, un movimiento de retroalimentación permanente:

- Por una parte, debemos recabar de la ciudadanía andaluza la información necesaria para el mejor conocimiento de nuestra realidad, conocimiento que nos permitirá después verificar los análisis previos a la implementación de estrategias de desarrollo, en los múltiples ámbitos que las reclaman.
- Por otra parte, debemos devolverle al ciudadano la información obtenida en las mejores condiciones posibles, de modo tal que la estadística se convierta en un auténtico mediador de sus necesidades y aspiraciones.

Entendemos, por lo tanto, que el Instituto de Estadística de Andalucía se debe a la ciudadanía andaluza, porque es ella quien legitima su labor y es ante sus necesidades y expectativas, puesto que estamos hablando de un servicio público, ante quienes debe medir su rendimiento. Con ello se abre y se cierra lo que la filosofía del IEA ha denominado "el círculo estadístico".

El Círculo estadístico

Quisiera precisar, en este punto, que, aun cuando es el Sector Público es el principal usuario de la estadística pública, en el seno de la Sociedad de la Información, y de la Economía del Conocimiento, el campo de los usuarios potenciales -y desde luego el de los reales, tal como la experiencia demuestra- es mucho más amplio. Esto implica que, si queremos optimizar nuestro rendimiento social, tenemos que contemplar los intereses de 4 tipos de usuarios: *el sector público*, *el sector privado*, *los investigadores*, y *los ciudadanos*, que se relacionan con la información estadística bien a través de las instituciones y organizaciones a las que pertenecen, bien, y cada vez más, a través de los medios de comunicación.

Para todos ellos, en mayor o menor medida, la estadística nunca es un fin en sí misma, sino, como decía hace unos momentos, un instrumento de análisis orientado a la praxis. De ahí que la calidad estadística esté directamente relacionada con los niveles de *funcionalidad* o *rendimiento* que sus fuentes adquieran en un contexto determinado. Rendimiento que, creo no equivocarme en absoluto al defender esto, está *en relación directa con la amplitud de su difusión*.

Con este telón de fondo, empezaré por reseñar lo que hoy se entiende por una difusión estadística de calidad y abordaré después la cuestión de los Puntos de Información Estadística de Andalucía.

Los requisitos de calidad en la difusión estadística. Criterios de difusión del IEA

Es lógico, como les decía hace un momento, que, en la llamada "Sociedad de la Información", la demanda y la producción de estadísticas sea cada vez mayor, al mismo tiempo que las metodologías y los canales de difusión de datos se van sofisticando en función de criterios de calidad y de soportes tecnológicos cada vez más desarrollados y exigentes.

Aunque lo que se entiende por "calidad" en la información estadística ha ido cambiando a lo largo de los tiempos, lo que hoy entendemos por "calidad" de un sistema o de un programa estadístico viene determinada por un amplio abanico de factores. Y estos factores, como ustedes saben, no han sido definidos de una forma específica para las cuestiones relativas a la difusión.

Sin embargo, y como quiera que la que hemos llamado la "filosofía portátil" del Instituto de Estadística de Andalucía no concibe la calidad sino en el seno de un movimiento de retroalimentación continua entre usuarios y productores, la necesidad de definir qué principios de calidad deberían presidir la difusión de nuestros productos

nos ha venido, de alguna manera, impuesta. Y esta es la razón de que hayamos aplicado un decálogo de criterios de calidad, no sólo al campo específico de la producción sino también al de la difusión.

El resultado que ha arrojado nuestra reflexión, en este sentido, queda reflejado en los siguientes principios:

- La **imparcialidad**, que alude a la necesidad de que las estadísticas no sólo se produzcan sino que se difundan de forma objetiva, e independiente, en cuanto a la elección de las técnicas, el uso de las metodologías, y, en el caso de que los datos fueran acompañados de comentarios, *la garantía absoluta* en torno a la neutralidad de los mismos. O, como diría un teórico de la literatura, que no dejen asomarse, entre las bambalinas, la figura funesta del "autor implícito".
- La **fiabilidad**, entendiéndolo por tal el que los datos reflejen, con la mayor fidelidad posible, la realidad que se proponen representar. Este principio, como es obvio, señala el compromiso de que la elección de las fuentes, métodos y procedimientos, responda a los más exhaustivos criterios científicos.
- La **coherencia**, que entraña la necesidad de que las actividades estadísticas desarrolladas por nosotros respondan a las necesidades y demandas informativas de la sociedad andaluza.
- La **comparabilidad**, que señala nuestro compromiso con que los resultados de las actividades estadísticas generadas o coordinadas por el IEA estén normalizados, y sean homogéneos o comparables, con los resultados del Sistema Estadístico Nacional y de la Unión Europea.
- La **transparencia**, entendiéndolo por tal el derecho que los demandantes de información tienen a tener acceso a todo tipo de información relativa a las normas jurídicas aplicables para la obtención de datos, a los fines para los que se solicitan y a las medidas de protección adoptadas, así como a la información necesaria en relación con las metodologías aplicadas al tratamiento de los datos.
- El **secreto estadístico**, que incide en la obligatoriedad de que los datos que se obtengan directamente para fines estadísticos, o indirectamente a través de fuentes ya sean administrativas o de otro tipo, estén *rigurosamente protegidos* contra toda infracción posible del derecho a la intimidad.
- La **eficiencia económica** del sistema de difusión estadística, lo que significa que para la realización de actividades y productos de difusión estadística deberá tenerse en cuenta la relación coste/eficacia que supone, utilizando al máximo los recursos disponibles y reduciendo al mínimo los esfuerzos de las unidades informantes. La carga de trabajo y el coste necesario para la producción y difusión de las actividades estadísticas deberá ser proporcional al rendimiento que se obtenga en función de los objetivos que se persigan.
- La **actualidad** o proximidad de la información estadística facilitada a los fenómenos que reporta, lo que implica la continua actualización de los datos en las estadísticas que así lo requieran.
- La **rapidez**, que, sobre todo en determinados ámbitos, también es importante, y que viene a traducir al terreno que nos importa ese adagio de que "la velocidad, como el tamaño, importa". Y no sean ustedes mal pensados. "El tamaño importa" era el eslógan de difusión de la película *Godzilla*. Vamos a nombrarla ahora que Bush no nos ve.
- Y, finalmente, la **accesibilidad** de las fuentes al mayor número posible de usuarios interesados y en los soportes más adecuados.

La coherencia en la aplicación a nuestro trabajo de esta serie de principios, nos ha llevado a la toma de muchas decisiones, que se han plasmado en **líneas, fórmulas y productos de difusión** de muy distinta índole.

En la línea argumental que estamos siguiendo, sin embargo, y en la filosofía de actuación del IEA, la idea que subyace es siempre la misma: la de que el enorme esfuerzo de producción estadística de calidad que hacemos, sólo encuentra su justificación, y subrayo la palabra *sólo*, en el uso que los ciudadanos hacen de nuestra información, ya sea de forma particular o a través de las entidades o instituciones de las que forman parte.

Este convencimiento ha inspirado actuaciones como la puesta en marcha del *Calendario de Difusión Estadística del IEA*, que hemos publicado este año por primera vez, y del que están viendo en pantalla el mes de octubre en uno de los formatos de publicidad que hemos editado.

El Calendario de Difusión Estadística ha sido una apuesta del IEA en esta nueva etapa, y la verdad es que el esfuerzo que hemos hecho para poder incluir en él todos los productos, y no sólo las estadísticas de coyuntura, ha sido grande pero ha merecido la pena.

El mismo compromiso de atención a la ciudadanía que ha presidido la elaboración del Calendario, y que incluye su cumplimiento riguroso, ha presidido el diseño de los distintos canales, fórmulas y soportes de difusión de que dispone nuestro Sistema Estadístico.

Las dividiré en 5 apartados, tal como ustedes pueden ver en la pantalla, y les comentaré alguno de los aspectos más destacados de cada uno de ellos.

1. Una de las fórmulas tradicionales de difusión del IEA son **las publicaciones en soporte físico de papel**, que distribuimos, con carácter institucional, entre los organismos públicos, agentes económicos y sociales, universidades, centros de educación e investigación, y todos aquellos ciudadanos que solicitan su inclusión en nuestra lista de clientes.

Y quisiera decir que, en contra de los prejuicios tecnologicistas que también auguraban, con ocasión y sin ella, la muerte del libro y de la literatura, el soporte papel sigue siendo muy importante. Y no porque tengamos nosotros una idea romántica de la información alojada en un continente libro que se toca y hasta se huele, como dicen los bibliófilos, sino porque, en el día de hoy, garantiza el cumplimiento del principio de igualdad en el acceso a la información a todos los ciudadanos, vivan donde vivan. Sencillamente porque no todo el mundo tiene un ordenador a mano ni está conectado a la red.

La creciente demanda de publicaciones en soporte papel por parte de la ciudadanía, por otro lado, es la prueba más contundente en favor de lo que decimos. Para aportar cifras, les diré que, entre 1997 y 2000, el Instituto de Estadística de Andalucía ha distribuido 136.853 unidades de producto, y que, de ellas, un 42% han sido distribuidas durante el año 2000, lo que supone duplicar la distribución con respecto al año 1999.

2. Segundo canal de difusión del IEA es su **página web**, a través de la que hemos puesto a disposición de los usuarios un poderoso instrumento de consulta que permite, además, la solicitud de información a medida, el enlace con otras páginas de información estadística o relativas a nuestra Comunidad Autónoma, y la formulación de sugerencias que son puntualmente registradas y valoradas por nuestro personal.

Todas, absolutamente todas, las publicaciones del IEA pueden desplegarse en la dirección www.iea.junta-andalucia.es. Ya ven que no desaprovecho la ocasión de hacer publicidad. Esto quiere decir que están en ella la galería completa de los indicadores producidos y coordinados por el IEA. Del ritmo ascendente del volumen de visitas a nuestra página web da idea el que, si entre 1997 y 2000, se habían producido 4.290.769 visitas, el 60% de ellas habían tenido lugar durante el año 2000. Y, siguiendo esa progresión ascendente, entre enero y setiembre de este año se han producido ya 4.046.457 visitas, lo que supone igualar en sólo 9 meses el número de consulas habidas en los 4 años previos.

3. Si gracias a la página web la estadística pública andaluza tiene salida a todo el mundo, las líneas de difusión del IEA no han olvidado el contacto personal con las andaluzas y los andaluces. Para el contacto directo con aquellos que no disponen de conexión a la red, o que prefieren simplemente esta fórmula de relación, la sede sevillana del Instituto dispone de un **Servicio de Atención al Ciudadano** y de

4. una *Biblioteca Estadística*.

5. Pero la Comunidad Autónoma Andaluza es muy grande y, dada nuestra filosofía de proximidad y contacto con la ciudadanía, se imponía arbitrar soluciones que acercasen la estadística pública a todos aquellos andaluces y andaluzas que no pudieran tomar contacto con nosotros a través de la red o de

nuestra sede de Sevilla. Ese fue el origen de los **PUNTOS DE INFORMACIÓN ESTADÍSTICA DE ANDALUCÍA, los PIESAS**, de los que prometí hablarles para terminar y de los que tienen un mapa en la pantalla que los localiza en los 20 enclaves geográficos que en la actualidad tienen.

Distribuidos a lo largo y ancho de la geografía andaluza, como pueden ver, los PIESAs están en continua expansión desde su puesta en marcha en 1996.

Los Puntos de Información Estadística de Andalucía

En primer lugar, **¿qué son los PIESAs?**

En una definición muy rápida, que a continuación ampliaré, los Puntos de Información Estadística son pequeñas oficinas estadísticas provinciales, abiertas al público, atendidas por personal cualificado y dotadas de todos los recursos necesarios para ofrecer al usuario, a través de una atención personalizada, toda la información estadística de la que se dispone, tanto para Andalucía como para la provincia concreta de la que se trate.

Nacidos en el año 1996, los PIESAs inician su andadura en un momento en el que el acceso de los ciudadanos a las nuevas tecnologías era bastante limitado. Tengo que decir, sin embargo, que aunque la situación hubiera sido otra, aunque el índice de penetración de la tecnología digital hubiera sido muy alto por aquel entonces, no habría impedido el nacimiento de una red de puntos cuyo objetivo, como les decía hace apenas un momento, no era otro que aproximar a los usuarios la información estadística, y hacerlo a través del contacto con personal competente y geográficamente asequible para la mayor parte de los ciudadanos.

Los PIESAs obedecían, por lo tanto, a la necesidad de llevar el IEA a toda la geografía andaluza a través de pequeñas oficinas provinciales, si quieren ustedes "virtuales". A la necesidad de atenuar las ausencias que se derivan de que el Instituto, como ocurre con todos los Institutos Estadísticos Autonómicos, no tenga Delegaciones en las provincias. Y a la necesidad de dotarlo, en fin, de una implantación adecuada en nuestro territorio.

Sus objetivos originales, y genéricos, por lo tanto, eran *descentralizar la gestión de la difusión* estadística para acercarla a las Delegaciones Provinciales de la Administración Pública, a las empresas, a los investigadores, y en definitiva, a los ciudadanos. Y, en la medida en que su objetivo era descentralizar la difusión información, generar, también, boletines de información específica para el ámbito territorial de su competencia. Es decir, *territorializar la información estadística*. Descentralizar la gestión de la difusión y territorializar la información.

En esta línea, las posibilidades y responsabilidades de los PIESAs se han ido definiendo y ampliando con el tiempo. En un primer momento, estoy hablando del año 96, sus funciones se limitaban a difundir toda la información estadística del Sistema Estadístico de Andalucía y a asesorar sobre otras fuentes estadísticas complementarias y/o alternativas. De esta forma, en 1996 los Puntos de Información Estadística permitían, y, como es lógico, todavía permiten:

- En primer lugar, consultar los más de 5000 títulos de publicaciones estadísticas con información referida a Andalucía, editadas por distintos organismos autonómicos, nacionales e internacionales, que se encuentran en el centro de documentación del IEA.
- En segundo lugar, consultar todos los datos estadísticos de la Comunidad Autónoma andaluza, desde datos como el IPC o el Índice de Producción Industrial mensual, hasta datos sobre la población andaluza y su proyección en el tiempo.
- En tercer lugar, disponer de las últimas publicaciones y de los datos más recientes del Sistema Estadístico de Andalucía.
- En cuarto lugar, consultar el Sistema de Información Multiterritorial de Andalucía SIMA, a cuyo través ofrecemos datos con niveles de desagregación municipal, provincial y de las distintas Comunidades Autónomas.
- En quinto lugar, obtener toda la información que se precisara acerca de los Planes y Programas del Sistema Estadístico de Andalucía.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

- En sexto lugar, obtener asesoramiento y respuesta personalizada a las demandas de información, gracias a un servicio especialmente diseñado para satisfacer el máximo posible de peticiones de información a medida.
- En séptimo lugar, reproducir documentos con datos estadísticos y sus posibles representaciones gráficas, tanto en soporte impreso como magnético. O, incluso, recibirlos a domicilio a través de nuestro servicio de mensajería electrónica.
- Y en octavo lugar, y termino con las posibilidades que inicialmente desplegaron los PIESAs, navegar por las páginas estadísticas de la red Internet, y tener acceso, en fin, a cualquier servidor estadístico del mundo.

Con el tiempo, y a lo largo de estos más de cinco años de andadura, los Puntos de Información Estadística han ido ampliando y redefiniendo sus posibilidades de servir a los ciudadanos. Por ejemplo, han integrado la posibilidad de hacer consultas a la Biblioteca Estadística de Andalucía que, como es lógico, está integrada en la sede del Instituto. Pero uno de los aspectos que han demostrado mayor rendimiento a lo largo de la que es, todavía, la pequeña historia de los PIESAs, ha sido sin duda la generación de publicaciones propias que recogen información específica para el ámbito territorial que cada PIESA abarca.

Desde su mismo origen, los PIESAs han editado **Reseñas Estadísticas de la Provincia**, que contienen información sobre aspectos territoriales, medioambientales, demográficos, económicos y sociales de cada provincia. Estas reseñas tienen una periodicidad anual.

Igualmente, se editan, de forma trimestral los **Boletines de Coyuntura** de las distintas provincias. Estos Boletines Coyunturales tienen un secciones fijas para las 8 provincias, con indicadores de Oferta y Demanda, de Mercado de Trabajo y de Coyuntura Económica, y apartados específicos para cada provincia. Apartados que dependen, naturalmente, de cuáles sean las actividades predominantes en la provincia de referencia. Así, por ejemplo, el Boletín de Málaga presta una especial atención al sector turístico, y el de Huelva al sector de la agricultura.

Tal vez en función de lo manejable del formato, de la claridad del diseño, y de su intención divulgativa, estas reseñas han tenido una acogida verdaderamente extraordinaria, y han demostrado ser una forma excelente de sensibilizar a los andaluces con el uso de la información estadística. Al mismo tiempo, han generado su espacio en los medios de comunicación provinciales, con lo que han conseguido abrirnos una nueva vía de generalización de datos acerca de nuestra Comunidad Autónoma.

Al mismo tiempo que se iban diversificando los servicios ofrecidos por los PIESAs, en consonancia con los avances que se han ido registrando en el terreno de la difusión, se han ido diversificando también sus objetivos.

Así, al tiempo que la red básica se extendía a todas las Delegaciones Provinciales de la Consejería de Economía y Hacienda, a la que está adscrito el IEA como Organismo Autónomo, *se iba proyectando su ampliación a aquellos tres campos donde nos parecía, y nos parece, que podían afianzarse como un instrumento más útil.* Estos son, como creo que es fácil deducir:

- La Confederación de Empresarios de Andalucía,
- Las Cámaras de Comercio Andaluzas,
- Y, dentro del campo público, las Diputaciones Provinciales.

Se trataba y se trata, una vez más, de ampliar la distribución territorial de manera que, a través de estos Puntos de Información, se establezca un contacto físico con colectivos de usuarios con un interés específico en las fuentes de información estadística. Con ello, lo que había nacido como una extensión del IEA en el campo de la Administración Pública, ha ido ampliado su red hasta configurarse como una experiencia nueva de colaboración entre el Sector Público y el Sector Privado.

La primera pregunta que se nos planteó al programar la ampliación de los PIESAs fue, naturalmente, la de **“por dónde empezar”**. Y empezamos, naturalmente, por aquel sector para el que la información estadística revestía

un interés especialmente elevado, es decir, por el sector empresarial.

Argumentar el especial rendimiento de la información estadística en el ámbito de la empresa es, como ustedes saben, muy fácil. Pero me detendré, aun así, a explicitar las razones:

- La primera, porque el valor de la información, en el caso de la empresa, como también en el caso de la Administración Pública, se relaciona directamente con el continuo proceso de toma de decisiones en el que las empresas desarrollan su actividad. Por consiguiente, el acceso a la información en tiempo y forma adecuados se configura como un elemento esencial en un contexto económico abierto y competitivo, en el que la capacidad de reacción sólo puede medirse a partir de un conocimiento lo más actualizado posible de lo que está pasando.

- La segunda, porque, para las empresas, contar con un caudal *continuo y fiable* de información acerca de los mercados y de sus tendencias es una herramienta indispensable para llevar a cabo una buena gestión. Efectivamente, sólo a partir del conocimiento y del análisis de las distintas fuerzas que intervienen en el mercado –consumidores potenciales, situación económica de la competencia, penetración en los mercados locales y exteriores, etcétera- es posible diseñar las distintas alternativas de actuación.

- Y la tercera, y no por cierto la última, porque si el uso de la información beneficia a la gestión empresarial, beneficia también, en consecuencia, al incremento de la productividad y la competitividad de la empresa. En este sentido, la ventaja de una empresa no está tanto en disponer de ordenadores, como en saber utilizar la información que éstos generan. De hecho, si hasta el momento lo que ha primado es la *cultura informática*, las empresas ponen cada vez mayor énfasis en la *cultura informacional*. Es decir, en la gestión de sus recursos de información, ya que esta gestión de la información, junto a la calidad y la velocidad de la misma, se convierte en un factor clave de la competitividad.

Al ampliar los PIESAs al ámbito empresarial se trataba, en definitiva, de cubrir un nuevo objetivo que venía a unirse a nuestros dos objetivos originales: la *descentralización de la gestión de la difusión* y a la *territorialización de la información estadística*. Este objetivo no era otro que el de canalizar la información estadística de tal forma que su utilización permitiera a las empresas operar con mayor certidumbre en la elaboración de sus planes estratégicos de actuación, al tiempo que estrechaban los lazos entre el Sector Público y los Agentes Económicos.

Además de en el sector empresarial, los Puntos de Información Estadística han empezado a instalarse en las Diputaciones Provinciales, es decir, que han trascendido el campo de la Administración Andaluza y empiezan a instalarse en otras Administraciones de carácter territorial. En este caso, se ha dado un paso en la colaboración entre las distintas Administraciones Públicas, colaboración que redundará en la eficacia y en la eficiencia de los servicios que se prestan al ciudadano. Siendo Andalucía una región tan extensa, sabrán ustedes valorar la importancia que adquiere el avanzar hacia una mayor implantación territorial.

Presente y futuro de los Puntos de Información Estadística

En este momento, esta expansión progresiva de los PIESAs que vengo comentándoos, se ha traducido en la existencia de 20 puntos:

- 8 en las Delegaciones Provinciales de la Consejería de Economía y Hacienda,
- 2 en las Cámaras Oficiales de Comercio, Industria y Navegación, con las que recientemente hemos firmado un convenio en el que se prevé la ampliación de los PIESAs a todas las provincias andaluzas,
- 10 en las oficinas territoriales que la Red Andaluza de Servicios Avanzados a las Empresas tiene en los Centros de Servicios Empresariales de Andalucía,
- y 2 en las Diputaciones Provinciales.

Y tengo que decir que la existencia de estos 20 puntos ha generado una cierta irradiación en torno suyo, ya que, conociendo su existencia y su experiencia, diversas organizaciones y asociaciones se han interesado por

esta vía de acceso a la estadística y han formulado peticiones para su instalación.

Las cifras hablan por sí mismas del éxito de esta iniciativa. Entre 1997 y el año 2000, y sólo en los 8 PIESAs de las Delegaciones Provinciales, se han producido 5229 demandas directas de información, todas ellas convenientemente atendidas. De ellas, el 40% se han producido a lo largo del año 2000, lo que da idea de la forma en que los PIESAs han ido calando entre la ciudadanía.

En cuanto a la experiencia de los 12 PIESAs instalados hasta el momento para el ámbito de la empresa y de las corporaciones locales, creo que no puede ser más satisfactoria. Tanto que, como les acabo de comentar, tenemos prevista su extensión a todas las Cámaras de Comercio andaluzas.

Sin embargo, con respecto a la experiencia de los PIESAs, no estamos dispuestos a morirnos, ni siquiera de éxito. Quiero decir con esto que no nos hemos dormido en los laureles, y que, por el contrario, hemos vigilado estrechamente el rendimiento de cada uno de los puntos, y de cada una de sus facetas, con el objeto de sacar conclusiones para optimizar su funcionamiento y su sentido Y, en definitiva, para diseñar su futuro de la mejor manera posible.

Así, si bien es cierto que los PIESAs están demostrando su absoluta vitalidad en el campo de la difusión de información estadística, también es cierto que los cambios que se están produciendo en el campo de las nuevas tecnologías, y de su penetración entre la ciudadanía, han ido debilitando algunos servicios y sugiriendo el nacimiento de otros nuevos. A este dinamismo en las fisonomía del PIESA, ha contribuido también, como he venido diciendo, nuestro estrecho contacto con las demandas de los usuarios.

En lo que atañe al primer aspecto, la rápida evolución y expansión de las tecnologías de la información y de las comunicaciones, es evidente que las nuevas técnicas tele-informáticas están mostrando un fuerte impacto sobre las estrategias de difusión. En este sentido, la red Internet y la tecnología web han supuesto un importante cambio en las fórmulas de difusión estadística, imponiéndose, como ustedes saben, la información *on-line*, que, entre otras ventajas, presenta la de estar disponible de una forma continua y continuamente actualizada. Y, aunque una de las tareas pendientes de la información estadística es la medición del uso de estas tecnologías, lo que parece que no ofrece lugar a dudas es que hoy presentan un uso bastante generalizado.

La experiencia de los PIESAs en cuanto "oficinas virtuales", como en algún momento las he llamado, es, en virtud de este nuevo escenario, una experiencia que ha ido cediendo terreno a otras demandas. En concreto, si se ha debilitado la demanda de acceso a la información estadística *on-line* a través de los PIESAs, se han visto reforzadas, por el contrario:

- su faceta de asesoramiento técnico especializado en la localización e interpretación de la información,
- y su faceta de fomento y divulgación de la información estadística.

Me referiré brevemente a estos dos aspectos porque en ellos está encerrado el futuro de los PIESAs.

Basándose en la creciente demanda de asesoramiento técnico especializado, una de los programas de futuro de los PIESAs es reforzar sus capacidades en este sentido y rentabilizarlas en un ámbito que consideramos especialmente adecuado: el ámbito de la universidad. Será este el ámbito en el que, en un futuro, y como una descendencia natural de los PIESAs, crearemos los Puntos de Investigación Estadística de Andalucía.

El cambio de la palabra "Información" por la palabra "Investigación", como pueden suponer, va mucho más allá de la cuestión onomástica. Se trata de que los futuros PIESAs enclavados en las universidades desarrollen tareas de información altamente especializada, y de que sirvan de puntos de contacto y retroalimentación permanente con una red de instituciones con las que el IEA firma cada año convenios de colaboración.

Asimismo, y abundando en nuestra filosofía de acercamiento constante al ciudadano, estamos manteniendo contacto con los Ayuntamientos de las capitales andaluzas con el objeto de ver la forma de implantar Puntos de Información Estadística en el ámbito municipal, uno de los que se han revelado como uno de los ejes más activos de la demanda. Se tratará, en este sentido, de dar un paso más en la retroalimentación del círculo estadístico, y de dar al mismo tiempo un paso hacia delante en los dos aspectos que inspiraron el nacimiento de los PIESAs:

- la descentralització de les unitats de informació estadística,
- y la territorialització progressiva de los indicadores, ya sean económicos o sociales.

Reforzando este segundo aspecto, nuestros planes de futuro más inmediatos (2002) incluyen la utilización de los PIESAs de las Delegaciones provinciales como órganos receptores y productores de información de su provincia, tanto a través de los datos que obtendrán de los ciudadanos como de las administraciones públicas enclavadas en su ámbito. Con ello habremos dado un giro en corto, por decirlo así, a nuestro círculo estadístico. Es decir, que habremos aproximado el radio de giro al ciudadano y abremos convertido los PIESAs no sólo en ventanas de información del IEA, sino también en puertas de entrada de datos.

Al mismo tiempo, nuestro programa de futuro incluye el que los PIESAs municipales produzcan su propio PIB o su IPC municipal. Y creemos no andar descaminados al confiar en que la generación y difusión de información y de unidades informantes a escala provincial y municipal, tendrá la virtud de comprometer al ciudadano con la realidad más próxima a su desempeño laboral y social.

Nos proponemos, además, ampliar el rango de las publicaciones provinciales, y convertir las **Reseñas Estadísticas Provinciales** en una publicación de mucha mayor entidad, bajo el título de, por ejemplo, **Sevilla Datos Básicos 2002**, o **Granada Datos Básicos 2002**, y así para cada una de las provincias. Igualmente, pretendemos sacar un **compendio anual** de los **Boletines de Coyuntura trimestrales**.

En cuanto al segundo aspecto: la contribución de los PIESAs a los criterios de *calidad en la producción y la difusión* que, como les decía hace un ratito, son las dos columnas vertebrales sobre las que descansa lo que hemos llamado nuestra "filosofía portátil". Les diré que, por su cercanía a los ciudadanos, ya sea fruto de un interés personal o a través de organizaciones y entidades empresariales, territoriales, etc., *los PIESAs están llamados a jugar un papel extraordinariamente relevante en el futuro de la información estadística*. Por una parte, en virtud de su propia configuración como puntos de contacto, ya que, al mismo tiempo que nos permiten atender sus demandas, nos permiten pulsar, vis a vis, la calidad de sus intereses e inquietudes. Es decir, que nos permiten hacer girar el círculo estadístico. Por la otra, porque nos permiten hacer calar entre la ciudadanía el interés por la estadística y, por lo tanto, hacer realidad ese eslógan según el cual nos encontramos inmersos en una sociedad de la información y, segundo y más importante, en una economía y una cultura del conocimiento.

Señoras y señores: concluyo mi intervención. Les decía al principio que nuestro ejercicio de las competencias que nos han sido asignadas como *productores, coordinadores y difusores* de información estadística pública supone el ejercicio de una responsabilidad. Esa responsabilidad no es otra que la servir a la ciudadanía y hacerlo desde un intercambio permanente con sus necesidades y -espero haberlo demostrado a lo largo de estos minutos- del fomento y de la cobertura, lo más amplias posible, de estas necesidades.

Producir información estadística de calidad no es suficiente. Hace falta estimular el interés de la ciudadanía por acercarse a ella, por interpretarla y por utilizarla. Porque, tal como les decía al inicio de esta charla, acercarse a la estadística es acercarse a la realidad a través de una de las ópticas *más transparentes, más versátiles y más extraordinarias* que se hayan inventado hasta el día de hoy.

Desde este punto de vista, la pequeña historia de los Puntos de Información Estadística de Andalucía ha sido, creo, una historia pequeña pero ejemplar.

Los Puntos de Información Estadística de Andalucía, puedo decirlo sin temor a equivocarme, han sido, son y serán, un arma cargada de futuro.

L'APLICACIÓ D'EINES DE MÀRQUETING EN LA DIFUSIÓ DELS RESULTATS ESTADÍSTICS

Jordi Oliveres i Prats

Director de l'Institut d'Estadística de Catalunya

L'aplicació d'eines de màrqueting en la difusió dels resultats estadístics

El màrqueting és una tecnologia nascuda al món empresarial útil per a l'optimització del coneixement de l'organització i dels seus productes o serveis, tant en el seu mercat real com en el potencial, i per crear i/o estimular-ne la demanda per augmentar-ne les vendes i, per tant, els beneficis econòmics.

El màrqueting és perfectament aplicable al món públic. Els seus principis bàsics i les seves tècniques són molt útils si s'adapten a les característiques pròpies de l'àmbit públic, on també és important que els serveis que es presten siguin coneguts i utilitzats, i que la institució que els presta sigui coneguda pels ciutadans i reconeguda per la seva eficàcia.

Actualment, són cada cop més les institucions públiques que estan aplicant tècniques de màrqueting per millorar la prestació de serveis i de productes. L'equip directiu de l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat) sempre ha estat conscient dels avantatges que ofereix el màrqueting en la difusió de resultats estadístics i de les possibilitats que ofereix per millorar les seves relacions amb el seu entorn institucional.

Aquest article està dividit en dues parts que recullen diverses iniciatives dutes a terme des de l'Idescat per difondre la informació estadística de forma eficaç i útil, i per aconseguir que la institució sigui coneguda entre la ciutadania i el seu entorn institucional.

En la primera part, titulada "Les relacions amb els mitjans de comunicació de masses, una eina de legitimació institucional", s'explica el procés de creació del Gabinet de Comunicació de l'Idescat, el model en què es basa i els reptes als quals havia de fer front, el seu funcionament, els resultats i l'evolució posterior.

La segona, titulada "La creació de nous llenguatges i canals per a la difusió dels resultats estadístics", explica el procés de reflexió utilitzat per l'equip de direcció, des de la lògica del màrqueting, per adaptar la difusió dels resultats estadístics a diferents canals i llenguatges, per tal d'aconseguir que la informació estadística arribi al major nombre d'usuaris possible.

Les relacions amb els mitjans de comunicació de masses, una eina de legitimació institucional

Un dels deures primordials de les organitzacions públiques és mantenir informats els ciutadans, comunicar-los tot allò que els afecti directament, sense deixar de banda tots els temes relacionats amb el control democràtic i social de l'Administració pública. El mateix compliment d'aquest deure, però, ha de servir a les organitzacions per garantir-ne els objectius.

D'una banda, una organització pública té necessitat d'informar sobre els seus serveis. Els ciutadans tenen dret a usar els serveis públics i d'estar-ne informats (natu-raleza, horaris, prestacions, condicions...), però al mateix temps l'organització té interès (i la responsabilitat) de fer-los rendibles.

D'altra banda, una organització pública també té la necessitat de fer-se conèixer, i aquest fet respon a diferents interessos. L'anonimat perjudica qualsevol prestació efectiva de serveis però, a més, impedeix donar a conèixer l'ús que es fa dels diners públics. Una institució pública ha de generar un corrent d'opinió favorable que justifiqui la seva raó de ser, que faci veure de forma positiva el servei o serveis que presta a la societat, i que en definitiva atorgui notorietat al seu camp competencial en el seu entorn immediat i en la societat en general.

Per assolir aquests dos objectius, les organitzacions públiques han de comptar amb els mitjans de comunicació de masses com a canal per transmetre determinats conceptes sobre l'organització, per crear imatges en l'opinió pública, per adquirir notorietat.

Avui, plantejar que cada organisme creï els seus propis mitjans de comunicació és molt agosarat. Les organitzacions públiques, malgrat que algunes puguin tenir la capacitat econòmica per crear els seus propis mitjans de comunicació, no basen la comunicació amb els ciutadans només en canals institucionals. A banda de l'esforç econòmic que suposaria, hi ha el problema de la pèrdua de credibilitat.

En una societat industrialitzada els mitjans de comunicació tenen la funció d'oferir sistemàticament i massivament informació general i gaudeixen de gran credibilitat entre els lectors. Fer servir aquest canal és molt menys costós per a l'organització, a l'hora que fa augmentar la credibilitat de la informació que arriba al ciutadà. Però, a canvi de major credibilitat, l'organització perd el control dels missatges. La comunicació directa organització-ciutadà, amb mitjans propis, permet a l'organització definir el missatge que vol fer arribar al cent per cent. Amb la mediació dels mitjans de comunicació, el missatge corre el risc de difuminar-se i aquesta «mediació» pot arribar a ser font de distorsions del missatge (diferents criteris per prioritzar els temes, interpretacions personals, malentesos, etc.).

Davant d'aquest intercanvi, informació a canvi de credibilitat, per mantenir relacions amb els mitjans hi ha d'haver un sistema encarregat de fer-ho: un sistema que ofereixi informació, que generi material noticable als mitjans i que vetlli per les contraprestacions. És a dir, que s'asseguri que els mitjans comuniquin allò que l'organització vol transmetre als ciutadans destinataris.

Una organització que vulgui incrementar el seu grau de coneixement i la seva notorietat, només ho podrà aconseguir si està en possessió d'un sistema responsable de les relacions amb els mitjans de comunicació que funcioni a partir de criteris professionals i d'una estratègia de comunicació definida.

Les premises bàsiques del model de Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya

Davant d'aquesta situació, la direcció de l'Idescat va resoldre posar en marxa un sistema que es responsabilitzés de les relacions amb els mitjans de comunicació: un Gabinet de Comunicació. Per fer-ho va tenir en compte l'experiència acumulada al mateix Idescat, però també va prestar una atenció especial als problemes i a les solucions aplicades a altres institucions públiques del país, per crear un model de Gabinet de Comunicació que s'adaptés el millor possible a les característiques especials de l'Institut.

A partir de la diagnosi de la situació d'alguns gabinets de Comunicació del seu entorn institucional i de l'anàlisi de la seva posició de sortida, l'Institut d'Estadística de Catalunya va dissenyar el seu sistema de relacions amb els mitjans de comunicació conforme a tres premisses bàsiques:

1. Un model de relacions amb els mitjans de comunicació basat en les relacions de màrqueting.

Es va establir que les relacions entre el Gabinet de Comunicació i els mitjans de comunicació havien de basar-se en criteris de màrqueting. D'aquesta manera s'està en situació d'establir una relació positiva on l'organització és oferent d'un producte (informació) i és demandant d'un altre (credibilitat i difusió) en un context de mercat, i els mitjans de comunicació són oferents de difusió i credibilitat, i demandants d'informació en un context on les parts són lliures i estableixen un intercanvi que està basat en l'interès mutu.

Aquesta relació es torna a repetir en l'àmbit dels mitjans de comunicació que, al seu torn, mantenen relacions de màrqueting amb els ciutadans. Són oferents d'informació als ciutadans, a canvi de diners i del consum de la publicitat.

Per al model de relacions amb els mitjans de comunicació de l'Idescat, els mitjans de comunicació són, per tant, un mercat intermediari que aprofitarà l'organització per aconseguir difondre la seva informació amb la màxima credibilitat entre els ciutadans, el seu mercat final.

2. Un model de relacions basat en un sistema que defineixi clarament l'interlocutor o els interlocutors de l'Idescat amb els mitjans de comunicació.

El Gabinet de Comunicació ha de mantenir relacions constants i fluïdes amb els mitjans de comunicació. La millor manera d'assegurar-ho és que els periodistes sàpiguen quines persones de l'Idescat són les responsables del Gabinet de Comunicació. Aquestes persones han de ser el rostre humà amb el qual els periodistes identifiquin el Gabinet de Comunicació i l'organització. Per tant, es tractaria de treure el major profit d'unes relacions interpersonals, sense que aquestes es basin en termes d'amistat, de confiança o d'afinitat, sinó en l'esmentat intercanvi en termes de màrqueting.

Per tant, els responsables del Gabinet de Comunicació de l'Idescat hauran de trobar l'equilibri entre una relació interpersonal (responsable-periodista) i una relació de màrqueting (organització-mitjà de comunicació):

- L'interlocutor habitual del Gabinet de Comunicació amb els periodistes ha d'aconseguir que les relacions siguin fluïdes, cordials i fer evident al periodista que la mútua comprensió beneficia les dues parts de cara a una col·laboració professional, el més llarga possible.

- Però també li ha de fer veure el valor de la feina del responsable del Gabinet de Comunicació.

3. Un model basat en la manualització dels processos.

El Gabinet de Comunicació de l'Idescat ha de funcionar amb una precisa i exhaustiva manualització de tots els processos que permeti assegurar unes relacions amb els mitjans d'acord amb el model proposat.

El perfil del responsable del Gabinet de Comunicació adient per aquest model de relacions amb els mitjans de comunicació ha de reunir una sèrie d'habilitats per dur a terme correctament la seva missió, i les manualitzacions i la formació poden contribuir-hi de forma decisiva:

- Habilitats administratives: ha de tenir una bona base en redacció periodística i saber portar arxius.

- Sensibilitat política i periodística: ha de saber quan una informació és notícia i quan és el millor moment en el context informatiu immediat per donar una informació.

- Habilitats de relacions públiques: ha de saber mantenir els rols que la seva feina li exigeix. Ha de ser amable, servicial i, al mateix temps, ferm per mantenir unes bones relacions amb els periodistes i amb la resta de les persones de l'organització.

Els reptes del Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya

L'Institut d'Estadística de Catalunya en el moment de crear el seu Gabinet de Comunicació va tenir en compte que patia de la manca d'un sistema organitzat per mantenir relacions amb els mitjans de comunicació.

La manca d'aquest sistema era la causa que l'Idescat mantingués suposadament poques relacions amb els mitjans de comunicació. Fet que va resultar fals després de l'anàlisi de la situació. En realitat, els periodistes tenien més d'un interlocutor a l'Institut; les relacions amb els mitjans es mantenien de manera descoordinada (no hi havia cap control dels diferents contactes amb els mitjans de comunicació) i sense demanar contrapartides (una bona difusió i un bon tractament), ja que es va comprovar que estaven basades només en les demandes dels periodistes a les persones de l'organització.

Aquesta manca d'un sistema de relacions amb els mitjans es traduïa en pocs resultats o en resultats pobres. Impressió aquesta totalment subjectiva ja que tampoc no hi havia un sistema per a l'avaluació dels diferents contactes i els seus resultats.

Però a més el Gabinet de Comunicació de l'Idescat havia de fer front a tres reptes específics de l'Institut, relacionats amb les particularitats de la missió i les activitats de l'Idescat i amb el moment de l'inici de la seva activitat (desembre de 1992):

L'estadística

Una de les principals dificultats que havia d'afrontar l'Institut a l'hora de donar-se a conèixer a l'opinió pública era el seu caràcter d'organització sectorial i la seva pròpia activitat: la producció i gestió estadística.

L'estadística és un tema allunyat de certs segments de la ciutadania, perquè aquesta és poc coneguda des del punt de vista de l'elaboració, de la metodologia, de la difusió, etc. És considerada complicada de fer i d'entendre. Generalment, la societat en té una imatge d'una ciència tancada i reservada per a iniciats (científics, economistes, etc.). Però, d'altra banda, és un recurs periodístic cada cop més estès. La demanda creix dia a dia, els mitjans de comunicació necessiten cada cop més indicadors objectius de tot el que conforma i s'esdevé a la societat.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

Per tant, el Gabinet de Comunicació de l'Idescat havia de fer un gran esforç per superar aquest repte: aprofitar la demanda d'estadístiques en el seu mercat intermediari (mitjans) i final (ciutadans) i al mateix temps fer entenedor un producte desconegut (estadística).

El repte principal del Gabinet era que els indicadors estadístics que posés en circulació havien de poder ser entesos per la gran majoria dels ciutadans (no experts en la matèria) i per això calia donar-los un tractament especial (una simplificació, una traducció en termes entenedors) per tal que poguessin ser emprats i difosos per part dels mitjans de comunicació.

La competència en el seu camp d'activitat.

A més, l'Idescat, en el moment de posar en marxa el seu Gabinet de Comunicació (1992) tenia un altre repte davant seu. A Catalunya hi ha un entramat molt ric d'organismes productors d'estudis i estadístiques: cambres de comerç, fundacions, ajuntaments, universitats, organitzacions patronals i sindicals, etc. Per tant, el Gabinet de Comunicació de l'Idescat havia de competir per l'atenció i per l'espai en els mitjans de comunicació, a partir d'una posició de sortida molt feble, amb aquestes institucions productores d'estadístiques amb anterioritat a l'Institut i punts de referència consolidats, pel que fa a la credibilitat i la legitimitat, entre els periodistes i entre els mitjans de comunicació.

La manca de notorietat.

El Gabinet de Comunicació, en els seus inicis, s'enfrontava a una situació de molt baixa o quasi nul la notorietat de l'Idescat. Es tractava d'una organització jove (creada el desembre de 1989) que apareixia en un context on aquesta notorietat (que no solament sorgeix a partir d'una bona política de comunicació, sinó sobretot de l'elaboració d'un bon servei a la societat i de la credibilitat i la legitimitat que aquesta societat li atorga) era patrimoni d'organitzacions molt anteriors, i que, davant la inexistència de l'Idescat i de la necessitat d'obtenir dades i indicadors estadístics, ocupaven l'espai en el qual volia fer-se lloc el nou Institut d'Estadística de Catalunya.

Per tant, el repte del Gabinet era aconseguir el grau de notorietat que correspon a un institut d'estadística públic, sobretot com a referent objectiu i últim per al coneixement empíric de la realitat social, econòmica, demogràfica i cultural de la societat a la qual serveix.

El funcionament del Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya

El Gabinet de Comunicació de l'Idescat va iniciar la seva activitat el desembre de 1992. El seu objectiu primordial va ser erigir-se com a únic responsable de les relacions amb els mitjans de comunicació de l'organització. El Gabinet de Comunicació és, així, el responsable de mantenir relacions amb els mitjans de comunicació de forma constant i amb una avaluació dels seus resultats.

El Director de l'Idescat assumia la direcció del Gabinet de Comunicació i sota la seva responsabilitat hi havia el disseny de les estratègies de comunicació. En un primer moment, el Gabinet va comptar amb una persona i més endavant amb dues que actualment són les encarregades de canalitzar totes les relacions. Aquest equip personalitza i presta un rostre a les relacions de l'organització amb els mitjans. Durant tota la seva trajectòria el Gabinet de Comunicació ha mantingut aquesta estructura i distribució de rols.

El Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya es va dissenyar sobre la base d'una manualització dels processos i estandardització de les relacions i respostes als mitjans de comunicació. La manualització permet que una persona, amb les habilitats imprescindibles, pugui desenvolupar la feina de responsable de les relacions amb els mitjans de comunicació i, paral·lelament, facilita la incorporació de més persones per a l'ampliació del servei.

La manualització del Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya

La manualització de les funcions del Gabinet de Comunicació va dissenyar tots els processos que calia seguir i els criteris que s'havien de tenir en compte per assolir els objectius establerts.

Per una banda, estableix els criteris i processos per a quatre tipus de contacte amb els mitjans de comunicació, ja sigui arran de la demanda d'un periodista (demandes d'informació estadística i entrevistes) o per iniciativa pròpia (rodes de premsa i comunicats de premsa i, a vegades, les entrevistes).

Per l'altra, estableix una sèrie d'instruments de seguiment de l'activitat del Gabinet per registrar els diferents tipus de contactes, les seves característiques i circumstàncies particulars i per avaluar la feina del Gabinet des de l'inici de les operacions de comunicació, fins a la seva valoració final.

Demandes d'informació estadística

És el tipus de contacte amb els mitjans de comunicació més nombrós. Els periodistes recorren cada dia més a les dades estadístiques per il·lustrar una informació periodística, per argumentar o refutar alguns fenòmens socials i/o econòmics, etc. La tasca del Gabinet de Comunicació, en aquests casos, és important des del punt de vista del servei i de l'atenció exacta de la demandada. Sovint els professionals dels mitjans de comunicació desconeixen les estadístiques existents. La tasca del Gabinet, abans de satisfer la

demanda, és fixar-la. La resposta de la demanda, segons el manual de l'Idescat, es fa per escrit. El Gabinet lliura al periodista la informació exacta que necessita o la més aproximada (si cal se'n fa una explotació específica), en forma de taules i/o gràfics, però sempre acompanyada de comentaris de les dades, que facilitin la feina del periodista.

Comunicats de premsa

És el segon tipus més nombrós de contacte amb els mitjans de comunicació.

Rodes de premsa

En el cas de l'Idescat es reserva per a "grans ocasions": la presentació de noves estadístiques, de renovacions de productes estadístics subjectes a una periodicitat (cens lingüístic, estadística de la població de Catalunya, etc.).

Entrevistes

L'Institut, atès el seu caràcter tècnic i la seva activitat sectorial, no en fa un ús freqüent. No obstant això, esporàdicament cal que un responsable polític o un especialista en determinat camp de l'estadística s'adrexi als ciutadans a través d'una entrevista per explicar i/o valorar unes dades o uns indicadors estadístics, atesa la seva complexitat o la seva transcendència demogràfica, social o econòmica.

L'arxiu de premsa

L'arxiu de premsa es va establir per avaluar com i amb quina freqüència les informacions de l'Idescat apareixen als mitjans de comunicació.

L'arxiu de premsa consta de dos instruments: el recull de premsa (una col·lecció de les aparicions de l'Idescat en la premsa) i l'avaluació d'aparicions a la premsa (un registre de les aparicions en premsa recollides en el Recull amb una avaluació objectiva dels resultats a partir de la informació estadística que ha lliurat).

Arxiu de periodistes i de mitjans

Aquest arxiu, a més de ser una agenda de periodistes i mitjans, és un sistema de coneixement de tots els periodistes que acostumen a treballar amb dades estadístiques. Les anotacions dels responsables del Gabinet en aquest arxiu són bàsiques per garantir una de les seves premisses bàsiques. Aquest arxiu permetrà que quan un periodista contacti amb l'Idescat per segona vegada no calgui que repeteixi ni les seves dades bàsiques ni cap altra consideració que hagués fet al responsable de Gabinet amb qui va parlar la primera vegada.

L'arxiu d'avaluacions d'operacions adreçades als mitjans de comunicació

Aquesta eina permet avaluar com apareix la informació generada pel Gabinet de Comunicació. Està format per quatre apartats: demandes d'informació estadística, entrevistes, comunicats de premsa i rodes de premsa, i avalua els resultats aconseguits pel Gabinet de Comunicació.

Resultats del Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya

El Gabinet de Comunicació a l'Institut d'Estadística de Catalunya ha estat un instrument important per donar a conèixer la feina de l'organització, per donar-li valor i per aconseguir el grau de notorietat que mereix una institució pública d'aquestes característiques.

La implantació del Gabinet de Comunicació es va fer en dues fases amb resultats molt positius en ambdues, tal com s'exposa en els següents paràgrafs.

1. Primera etapa (1992-1995): ETAPA RESPONSIVA

En un primer moment, atès que l'organització no tenia l'hàbit de treballar amb un model centralitzat de relacions amb els mitjans i únicament havia actuat de forma esporàdica i responent a la iniciativa dels periodistes (no a la pròpia), es va preferir adoptar una estratègia comunicativa que no col·lapsés l'organització i que permetés una adaptació progressiva al nou sistema de relacions amb els mitjans de comunicació, basat en una actitud únicament responsiva: el Gabinet només respondria les demandes dels mitjans, però reservant-se la possibilitat d'actuar amb iniciativa en certs casos puntuals com la presentació de noves dades importants.

Aquesta estratègia va permetre una posada en marxa gradual del Gabinet, un acomodament de tota l'organització al nou funcionament de les relacions amb els mitjans i la formació i el rodatge de les persones responsables del Gabinet. Això va produir, amb el temps, la creació i consolidació d'una xarxa sòlida de relacions amb els mitjans.

Durant aquest període es va prioritzar la premsa per davant de la ràdio i la televisió, en les seves relacions amb els mitjans de comunicació. Les raons d'aquesta estratègia van ser diverses:

- a) La premsa escrita és la que s'adapta millor i la que millor presenta la informació estadística. La lectura és un exercici que requereix una bona concentració i, per tant, assegura que s'assimili una gran dosi de la informació.
- b) La premsa ofereix la possibilitat d'acompanyar la paraula escrita de gràfics, taules i quadres i, fins i tot, esquemes i dibuixos, cosa que facilita la presentació correcta i fidel de la informació estadística.
- c) La premsa és el mitjà de comunicació que més record deixa en el receptor, per davant de la ràdio i de la televisió, que per les característiques del seu llenguatge han de ser més concisos i generalitzadors.

Durant aquesta primera etapa es va adoptar una estratègia d'aproximació als mitjans de comunicació amb menys recursos d'arxiu i d'emmagatzematge de dades: la premsa comarcal, per començar a crear una xarxa de relacions amb periodistes.

L'estratègia pretenia, al mateix temps, no desaproveitar cap mitjà de comunicació per difondre les dades estadístiques de l'Institut d'Estadística de Catalunya i per donar a conèixer la institució i, al mateix temps, retroalimentar indirectament la premsa de Barcelona a través dels corresponsals territorials i l'emulació per part de periodistes de Barcelona d'informacions aparegudes en la premsa comarcal.

Els resultats d'aquesta etapa (1993-1995) van ser molt positius. El Gabinet de Comunicació va assolir uns bons nivells d'eficàcia en aquest curt període.

- a) **Demandes satisfetes** El Gabinet de Comunicació va intentar oferir una resposta útil a totes les demandes que se li van fer, sempre que estiguessin al seu abast les dades estadístiques que se li sol·licitaven. En el període 1993-1995 va satisfer 452 demandes d'informació estadística, repartides de la següent forma: 1993, 116 demandes satisfetes; 1994, 122; i 1995, 214.
- b) **Impactes a la premsa** .El Gabinet de Comunicació va assolir entre 1992 i 1995 un total de 295 impactes en la premsa (informacions publicades en diaris i revistes arran de la satisfacció de demandes d'informació estadística). Aquests impactes es van distribuir de la manera següent: 1993, 66 impactes; 1994, 53; i 1995, 176.
- c) **Impactes en premsa comarcal** . L'estratègia de comunicació del Gabinet (donar prioritat a la premsa comarcal) va produir que pràcticament el 65% dels impactes de l'Idescat durant aquest període fossin a la premsa comarcal.
- d) **Impactes en premsa barcelonina** .La penetració a la premsa de Barcelona va ser gradual i els

resultats del Gabinet de Comunicació van ser els següents: 1993, 24 impactes; 1994: 22; i 1995, 110.

e) **Xarxa de periodistes i col.laboradors**. El Gabinet de Comunicació va iniciar el seu funcionament pràcticament sense una xarxa consolidada de periodistes i col.laboradors, sinó més aviat amb un seguit de contactes esporàdics amb gran diversitat de periodistes. Al final del període 1992-1995, el Gabinet de Comunicació havia treballat amb més de 122 periodistes, 35 dels quals es podien considerar col.laboradors pròxims pel volum d'informacions publicades.

2. Segona etapa (1995-1999): PLE RENDIMENT

Un cop consolidat el Gabinet de Comunicació com un sistema més, funcionant de forma integrada dins de l'organització, l'any 1995, es decideix ampliar-ne les funcions. Concretament, es decideix prendre la iniciativa informativa en temes d'interès.

En l'etapa anterior ja es van portar a terme algunes experiències pilot amb resultats molt positius. El Gabinet de Comunicació va abandonar el seu funcionament merament responsiu per prendre la iniciativa informativa en tres temes concrets: presentació del cens lingüístic (1993), presentació de les dades de moviment natural de la població (1995) i publicació de les dades de l'índex de preus de producció industrial (1995).

L'estratègia de comunicació d'aquesta segona etapa va dissenyar i organitzar operacions de comunicació per a la presentació d'estadístiques noves o renovades. Les operacions de comunicació es van dividir en dos tipus: operacions *ad hoc*, per a les estadístiques més importants des del punt de vista mediàtic, i les operacions periòdiques, reservades per al lliurament periòdic d'indicadors de conjuntura.

Durant aquest període es van convocar set rodes de premsa per donar a conèixer resultats de grans operacions estadístiques com ara l'estadística de població de 1996 o el cens agrari de 1999.

Els resultats d'aquesta etapa (1996-1999) han estat positius. El Gabinet de Comunicació s'ha consolidat assolint un rendiment molt alt i arribant a contactar amb més de 300 periodistes durant l'any 1999.

Durant l'any 1999, el servei d'atenció als mitjans de comunicació de l'Idescat ha atès un total de 485 demandes d'informació estadística, cosa que suposa una mitjana de 40 demandes mensuals. El 65% de les demandes procedeixen de la premsa escrita, el 20% de ràdios, el 7% de televisions i el 8% correspon a altres mitjans com ara agències de notícies, gabinets de premsa, etc. Aquestes demandes han generat més de 300 impactes a la premsa escrita, la majoria dels quals (el 46%) són a la premsa comarcal, el 29% a la premsa especialitzada i el 25% a la premsa barcelonina.

El Gabinet de Comunicació de l'Institut d'Estadística de Catalunya ha assolit en set anys de funcionament un alt grau d'eficàcia, sobretot des del punt de vista de consolidació del grau de notorietat que li escau a una organització com l'Idescat. L'esforç conjunt de tota l'organització (treballadors, experts estadístics i equip directiu) ha permès que des de la creació de l'Institut fins a l'actualitat s'hagi assolit un nivell de prestació de serveis i de producció estadística remarcable des del punt de vista quantitatiu, qualitatiu i innovador. Sense el treball del Gabinet de Comunicació, en la seva missió de difondre aquesta feina, l'Idescat no hauria assolit els nivells de credibilitat, legitimitat i notorietat que avui li atorga el seu entorn institucional immediat, el conjunt de productors d'estadístiques de Catalunya, Espanya i Europa, i una gran part de la ciutadania de Catalunya.

La creació de nous llenguatges i canals per a la difusió dels resultats estadístics

Els instituts d'estadística de tot el món poden complir funcions diferents, en nombre i/o en naturalesa, però tots s'encarreguen essencialment de complir tres funcions bàsiques: elaborar dades estadístiques, assessorar-ne l'elaboració en altres entitats i de difondre'n, en ambdós casos, els resultats.

En el cas de l'Institut d'Estadística de Catalunya aquestes tres funcions bàsiques han de complir un dels elements clau de la seva missió: produir informació útil i fiable per a la presa de decisions d'institucions i agents socials de Catalunya.

Per dur a terme aquesta finalitat, l'Institut d'Estadística de Catalunya i els instituts d'estadística, en general, han de tenir en compte l'existència dels **sistemes d'informació personal**.

Els sistemes d'informació personal

En l'economia de mercat i, més concretament, des del punt de vista dels analistes del mercat o dels tècnics de màrqueting, és ben sabut que no n'hi ha prou amb el fet que un producte (que es vol posar a la venda) sigui bo (entenent com a bo una manera planera de dir de bona qualitat, resistent, innovador, etc.), sinó que, a més a més, tant el seu disseny com la seva comercialització han de satisfer les necessitats i connectar amb els hàbits de consum, els valors, etc. del destinatari final (o comprador). Si no és així, un producte, malgrat ser conceptualment bo, està abocat al fracàs.

Aquesta actitud, és plenament acceptada en el món de l'empresa privada i la incorporació del màrqueting en totes les funcions d'una Administració pública, especialment si es tracta d'un servei públic, ha permès augmentar-ne l'eficàcia. Un ciutadà satisfet és el resultat de l'oferiment d'un servei que satisfà les seves necessitats i, avui, això només és possible amb un clar domini de les eines de màrqueting i de la seva aplicació encertada i sistemàtica en el disseny de polítiques i serveis públics.

L'Institut ha estat un fidel complidor d'aquestes premisses. L'ús de les tècniques de màrqueting va permetre l'equip de direcció detectar una important dificultat en la difusió dels resultats estadístics oficials. Una dificultat que va ser definida pels tècnics com "**els sistemes d'informació personal**".

L'Idescat, a través d'entrevistes, de les relacions institucionals regulars i d'estudis de mercat específics, va detectar que malgrat produir dades estadístiques útils i fiables, aquestes no rebien ni l'atenció ni l'ús que es mereixien per actualitat, novetat i qualitat. Els destinataris no les utilitzaven. La investigació de l'Idescat va detectar que els seus principals destinataris desenvolupaven, cadascú a la seva manera, un sistema d'informació personal: un sistema personal d'informació útil per a la presa de decisions que cada decisor es crea al llarg d'anys d'estudis, de trajectòria professional i de cultiu de les seves inquietuds intel·lectuals.

Els decisors, sigui quin sigui el seu àmbit d'actuació, són persones i com totes les persones al llarg de la seva trajectòria professional creen els seus propis sistemes d'informació. Amb el pas dels anys, cada decisor configura un sistema molt particular per obtenir informació útil per prendre decisions, principalment per estalviar temps i esforços. Cada decisor acaba determinant, de tot l'allau d'informació que rep contínuament, quin tipus d'informació li interessa, quina és o no rellevant per a les funcions que exerceix, quines fonts emprà, quines són fiables i quines no, quin tipus de suport o canal prefereix, etc. És a dir, crea el seu **sistema d'informació personal**.

D'aquest esquema de comportament i atès que cada persona és diferent, s'arriba a la conclusió que cada decisor alimenta la seva pròpia base de dades i estableix el sistema d'alimentació més adient per actualitzar-la.

Un altre problema detectat per l'Institut en aquest tipus de sistemes personals d'informació és que acaben per consolidar-se. És a dir, creen un conjunt de rutines i d'hàbits de consum d'informació que actuen com una "capa protectora", que irremissiblement impedeix l'accés a noves informacions útils i fiables, i que no s'ajusten a unes pautes (llenguatge, canal, format) creades i fixades des de fa temps.

Per a un institut d'estadística o per a qualsevol altra entitat productora i/o difusora de dades estadístiques resulta molt difícil incorporar-se en aquests sistemes d'informació i canviar aquests hàbits de consum. No canviar-los, significa una dificultat enorme en la seva funció, ja que la seva missió no arriba a complir-se. La seva producció estadística no arriba als destinataris, que poden percebre l'Idescat com una institució poc útil, ineficaç i cara.

Finalment, l'anàlisi de mercat de l'Institut d'estadística de Catalunya va permetre descobrir que aquest fenomen de consolidació dels sistemes d'informació personals és més pronunciat en aquells que pateixen una allau d'informació més gran, i per tant, desenvolupen una resistència major a incorporar nous canals d'informació per alimentar les seves bases de dades personals i inconscientment perfeccionen encara més les habilitats per esquivar qualsevol informació que no s'ajusti a les seves rutines i hàbits de consum.

L'Institut d'Estadística de Catalunya també va descobrir que aquest obstacle a l'hora de difondre les dades estadístiques és present tant entre els decisors directes (polítics, sindicats, empresaris, etc.), com entre els mitjancers (periodistes, caps de gabinet, assessors, etc.) sense distinció entre grans o petites organitzacions.

La conclusió d'aquest esforç d'anàlisi de la demanda va ser que calia desenvolupar nous llenguatges i canals per a la difusió dels resultats estadístics que s'adaptessin el màxim als hàbits de consum dels destinataris i satisfessin les seves necessitats per a la presa de decisions, per tal d'aconseguir augmentar-ne l'ús entre els decisors creant **sistemes d'informació estadística a mida**.

Els sistemes d'informació estadística a mida

La creació d'aquests sistemes a mida van suposar un gran esforç d'adaptació de la informació estadística produïda per l'Idescat, dels suports i dels sistemes de difusió, etc. als hàbits de consum dels destinataris. Amb aquests sistemes d'informació a mida el que es pretenia era complementar i ampliar els sistemes d'informació personal dels decisors, sense renunciar als seus propis sistemes.

Alguns exemples de com s'ha dut a terme aquesta adaptació de la informació estadística són:

El servei d'atenció als mitjans de comunicació

En el disseny del servei encarregat de l'atenció als mitjans de comunicació es va incloure una anàlisi de l'ús de la informació estadística per part dels mitjans de comunicació, especialment per part dels periodistes de la premsa escrita.

L'Institut per tal de facilitar la feina dels professionals de la comunicació i augmentar la freqüència i la qualitat de la utilització de les seves dades estadístiques va dissenyar un servei d'atenció als mitjans que s'ajustés el màxim a la demanda dels periodistes, a través de la recerca documental, de l'explotació de les dades i de la redacció de petits informes per comentar les dades. La resposta dels periodistes a aquest nou canal de difusió de dades ha estat positiva: l'ús del servei no ha deixat de créixer i el nivell de fidelització d'aquests **destinatariis intermediaris** actualment és molt alt.

Els dossiers-fitxes de dades

L'estudi dels hàbits de consum dels quadres alts i mitjans de la Generalitat de Catalunya i altres organismes públics i privats va revelar que la majoria de les fonts de dades estadístiques preferides per part d'aquests decisors eren en suport paper i en format de dossier tècnic, en detriment d'altres suports i formats (revistes, llibres, estudis,...). Per tal de difondre les seves dades, l'Idescat va crear un canal d'informació estadística que connectés amb els seus hàbits de consum i amb les seves necessitats d'informació.

El resultat van ser l'elaboració d'uns dossiers de fitxes de dades. Els dossiers contenen una sèrie de fitxes amb un indicador estadístic cadascuna, que són actualitzats constantment, d'acord amb la seva periodicitat. El destinatari només ha de substituir la fitxa antiga per la nova en el dossier i té a mà els indicadors oficials econòmics i sociodemogràfics més recents, en un format que permet una consulta ràpida i immediata. La informació estadística es presenta de forma molt visual amb gràfics i taules, en forma d'indicador, en sèries temporals i comparades amb realitats econòmiques i/o socials de l'entorn i de referència. Actualment aquests dossiers es poden trobar al web de l'Idescat.

Els informes de conjuntura econòmica

L'Institut d'Estadística també va detectar que una part significativa dels quadres alts i mitjans de la Generalitat de Catalunya i altres organismes públics i privats destinataris, acostumava a llegir informes breus sobre indicadors econòmics d'altres productors de dades estadístiques (entitats financeres i cambres de comerç). Els informes de conjuntura van néixer per tal de completar aquesta informació aprofitant aquest hàbit de consum. Aquests informes tenen un format de fitxa i mostren les dades en forma de taules o gràfiques, acompanyades d'una anàlisi breu, directa i clara, facilitant l'optimització del temps que aquest segment tan aprecia.

El servei d'atenció de demandes d'informació estadística a mida

L'Idescat va crear aquest servei per poder respondre demandes especials que els usuaris estadístics més iniciats necessiten per al desenvolupament normal de la seva activitat i que no es poden obtenir fàcilment pels canals ordinaris de difusió de resultats estadístics.

Atén demandes d'universitats, empreses, ajuntaments, centres de recerca, etc. que necessiten una explotació especial de determinada informació estadística que requereix uns mitjans tècnics i humans

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

que sovint només són a l'abast de l'Idescat i molt poques institucions més. A través d'aquest servei l'Institut ha contribuït a l'avenç de la recerca científica i al disseny de polítiques de gran utilitat social.

La Biblioteca

La Biblioteca de l'Institut, és un dels centres especialitzats en estadística més importants de Catalunya. La Biblioteca conté un fons de 68.000 volums amb dades estadístiques de Catalunya, d'Espanya, de la Unió Europea i de la resta del món. A més, té un servei d'atenció al públic dissenyat per atendre al més aviat possible les demandes dels usuaris.

El fenomen Internet

En aquests últims anys, la xarxa Internet s'ha situat entre els canals de comunicació i d'informació que més creixen en volum d'usuaris, en quantitat i varietat d'informació, com també en xifres de negoci. Aquest fenomen ha fet que la navegació per Internet s'hagi convertit en una nova forma d'accedir a la informació i als serveis d'institucions públiques i privades, gràcies a avantatges que no ofereixen altres canals:

- La globalitat que permet accedir a informació d'arreu i accedir-hi des d'arreu del món.
- L'accés immediat a la informació i sense necessitat de desplaçar-se, ni d'haver d'esperar terminis, ni d'haver de suportar tràmits administratius, etc.
- L'accés a la gran majoria de la informació que circula per la xarxa de manera gratuïta, sense cap cost addicional a part de la connexió.
- Al mateix temps, Internet també ha esdevingut una nova dimensió del màrqueting per a empreses i institucions. La xarxa és un nou canal de difusió de la imatge d'una entitat, amb un llenguatge i un tipus de destinatari-usuari propi, que ha obligat a definir noves estratègies de màrqueting que s'adaptin a les característiques pròpies del canal.

Actualment, la majoria de les institucions estan apostant fort per les noves tecnologies de la informació per tal de ser més presents a la societat i difondre-hi la seva imatge. Aquestes institucions han hagut de fer un esforç especial per adaptar els missatges i els continguts que volen difondre a les característiques pròpies d'un nou canal com és Internet. Els continguts s'han de presentar de forma diferent per assolir els mateixos resultats que s'aconsegueixen per canals més tradicionals i s'han d'adaptar al diferent grau d'ús i de coneixement de cada segment de destinataris. I tot això sense perdre de vista la finalitat o finalitats que persegueix la institució a través del disseny del web, com ara donar informació, prestar serveis o vendre productes.

Davant de les oportunitats que ofereix Internet per millorar la difusió estadística, l'equip directiu de l'Idescat va engegar un procés de reflexió per definir una estratègia que permetés el disseny d'una pàgina web que respectés els seus interessos des de la lògica del màrqueting institucional, del màrqueting dels seus productes i serveis, i des de la lògica dels seus deures com a institució pública i com a gestor del Sistema estadístic de Catalunya. Per tant, el punt de partida de la reflexió establí que la pàgina web de l'Institut d'Estadística de Catalunya, a més de ser la imatge d'aquest a Internet, havia de ser sobretot un nou suport eficaç per a la difusió de la informació estadística de l'Idescat.

Perquè una institució tregui el màxim de profit dels avantatges que ofereix la xarxa Internet cal que el disseny del web tingui en compte els tres requisits bàsics de qualitat d'aquest nou canal de comunicació:

Accessibilitat: una pàgina web ha d'atraure l'interès dels usuaris d'Internet i mantenir aquest interès el major temps possible. L'oferta d'informació que es pot obtenir, així com els recursos gràfics i visuals són un component essencial per aconseguir aquest interès.

Navegabilitat: una pàgina web ha d'associar accessibilitat a navegabilitat, a la rapidesa i a la facilitat que té l'usuari per accedir a la informació que busca o que li pot interessar.

Comunicabilitat: una pàgina web ha de potenciar un conjunt d'elements que ajudin l'usuari d'Internet a identificar i, en el millor dels casos, a crear-se una imatge positiva sobre la institució a la qual pertany el web.

En el cas de l'Idescat, aquests requisits de qualitat del canal topaven en certa forma amb les característiques particulars del producte "estadística". En aquest sentit, l'estadística no és un producte fàcil de difondre atès que

representa un volum de dades immens, d'una gran heterogeneïtat (abasten àmbits temàtics molt diversos) i, amb la possibilitat d'adoptar formes molt diferents (la informació estadística es pot presentar en taules, gràfics, valors absoluts, valors relatius, variacions, etc. i a nivells d'agregació i desagregació molt diferents).

En aquest cas, la clau per aconseguir un canal eficaç per a la difusió de resultats estadístics consistia a trobar la forma idònia de minimitzar les dificultats intrínseques de difusió de l'estadística per mantenir els requisits d'accessibilitat, de navegabilitat i de comunicabilitat. A més, aconseguir l'ajust entre els requisits de la xarxa i les característiques de l'estadística permetria aprofitar de manera excel·lent l'oportunitat que oferia Internet per potenciar els principis de l'estadística oficial:

Actualitat: els resultats estadístics a través de la xarxa Internet augmenten la seva actualitat, ja que s'ha escurçat notablement el temps entre l'obtenció i la validació dels resultats, i la seva publicació pel fet de no haver-hi gairebé cap manipulació intermèdia, com era el cas, per exemple, dels llibres o dossiers.

Utilitat: l'actualitat de la informació oferta augmenta la seva utilitat. I encara més si s'incorpora la lògica de màrqueting en el disseny de la forma i presentació, per tal que sigui útil als diferents destinataris del canal, com veurem més endavant.

Transparència: els resultats estadístics oficials són públics i han d'estar a disposició de ciutadans i d'institucions. La xarxa Internet augmenta l'accessibilitat, que ha de ser ràpida, fàcil, coneguda i sense traves administratives.

Indubtablement, la construcció d'una pàgina web constituïa una gran oportunitat si l'equip directiu aconseguia conjugar tots aquests elements. La reflexió al voltant de l'adaptació de la difusió estadística al canal Internet no havia de perdre de vista l'objectiu final del disseny del web de l'Institut: la satisfacció de l'usuari d'informació estadística. Si l'usuari no troba la informació que necessita, per molt que la pàgina web tingui unes excel·lents prestacions i que representi un salt en actualitat i accessibilitat, considerarà la pàgina web com un mal servei i retindrà una mala imatge de l'Idescat.

Aquest objectiu final va portar a iniciar una modelització dels possibles destinataris de la pàgina web per tal d'aconseguir que en el disseny del web es tingués en compte la satisfacció de les necessitats d'informació estadística dels diferents tipus d'usuaris que poguessin fer-la servir, i evitar caure en el parany de pensar que hi ha un "usuari universal": cada segment d'usuaris té unes necessitats diferents, una formació diferent i uns hàbits de consum d'informació diferents.

Per tant, era primordial tenir en compte, en el disseny de la pàgina web, els diferents tipus d'usuari que podien consultar-la. Si no s'aconseguia aquesta adaptació, el web podia produir un resultat més perjudicial per a la imatge de l'entitat que benèfic, de fet, podia produir l'efecte contrari: l'antimàrqueting. A Internet, la imatge de la institució està en permanent risc, ja que en qualsevol moment un usuari pot accedir a la seva pàgina web i si aquesta no respon a les expectatives que tenia d'ella, la imatge de la institució resulta perjudicada.

L'estudi de l'entorn institucional i social de l'Idescat va permetre elaborar una modelització dels diferents tipus d'usuaris que podria tenir el seu web. L'estudi va demostrar que els destinataris del web responien a perfils molt diferents d'acord amb els seus interessos, els seus coneixements i hàbits de consum de la informació estadística.

Entre els destinataris del web de l'Idescat es poden trobar tècnics especialitzats de l'Administració pública o del sector privat (centres de recerca, serveis d'estudis, etc.), tècnics generalistes, professors i estudiants del món universitari, periodistes dels diferents mitjans de comunicació (ràdio, premsa i televisió), professionals liberals, directius, professors de secundària i qualsevol ciutadà amb accés a Internet que consulti la pàgina web de l'Idescat.

A la llum de la modelització dels destinataris del web i amb la voluntat de fer la pàgina web el més transparent i útil possible, adaptant-la a les necessitats i als interessos dels destinataris, es van prioritzar el tipus de dades estadístiques que podien ser d'interès i es van elaborar diferents maneres de presentar la informació estadística.

Així, segons els interessos i els hàbits de consum d'estadística dels diferents destinataris detectats, es van prioritzar uns paràmetres per davant d'altres. En l'apartat dels resultats estadístics relacionats amb l'economia

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

es potencien les dades conjunturals amb un índex d'actualització alt i, per contra, una desagregació territorial i una explotació i diversificació baixes, atès que el consum d'aquest tipus de resultat estadístic prioritza d'aquesta manera aquests paràmetres. Pel que fa als resultats estadístics demogràfics i socials, l'actualització és més espaiada i, en canvi, la desagregació territorial i l'explotació i diversificació són més grans.

El resultat del procés de reflexió i, posteriorment, del disseny del web de l'Idescat és el que actualment es pot trobar sota l'adreça <http://www.idescat.es>.

El web de l'Idescat ha potenciat l'adaptació de la informació estadística als diferents hàbits i necessitats dels diferents usuaris. En la primera pàgina del web trobem els diferents nivells d'accés a la informació estadística que s'ofereix. El web facilita l'accés a la immensa majoria de les estadístiques de producció pròpia, que són constantment actualitzades per part dels diferents departaments de l'Idescat que han incorporat, en la fase final dels projectes i dels processos regulars, la incorporació dels resultats al web.

Per als usuaris menys familiaritzats amb l'estadística i la navegació per Internet s'ofereix:

Dades fresques i dades poc conegudes. Per a tots els usuaris, però especialment per a la immensa majoria de persones que no són consumidores habituals de resultats estadístics i que, fins i tot, poden pensar que l'estadística és una matèria avorrida i difícil d'entendre, existeixen els apartats de dades fresques i de dades poc conegudes.

La seva funció és transmetre que l'Idescat disposa de dades actualitzades i atraure la curiositat de l'usuari cap a la informació estadística que conté la pàgina, trencant amb la imatge avorrida dels webs institucionals i de l'estadística. L'apartat de "dades fresques" comenta les últimes dades que s'han incorporat al web i ofereix un *link* per consultar-les; mentre que "dades poc conegudes" mostra una dada ja existent al web que presenta un aspecte curiós sobre la realitat social i/o econòmica catalana i, de la mateixa manera, inclou un *link* per consultar-les.

Quines dades voleu? Està destinat a tots els usuaris, però especialment per als usuaris novells, tant en la consulta d'una pàgina web com en la recerca de dades estadístiques. És una guia de les dades que es poden trobar al web. L'apartat s'explica detalladament on es poden trobar les diferents dades estadístiques que hi ha dins el web de l'Institut, relacionant els diferents accessos del menú de la pàgina amb un *abstract* del que conté cadascun d'aquests.

Als usuaris més experts que ja saben quin tipus d'informació necessiten, el web els ofereix accessos ràpids a través dels quals poden accedir directament a la informació. Aquests accessos constitueixen la majoria d'entrades del menú de la pàgina inicial:

Estadística bàsica de Catalunya. És un bloc que permet l'accés a dades estadístiques de Catalunya (i també d'Espanya) dividides en 5 àmbits: demografia, economia i qualitat de vida; conjuntura econòmica; sectors industrials; comerç amb l'estranger i mercat de treball. Cada un d'aquests àmbits prioritza un dels paràmetres de la informació estadística per sobre dels altres. En el cas de la informació de conjuntura econòmica es prioritza l'actualitat de les dades, per sobre de la seva desagregació. En canvi, a les dades de demografia, es dona més importància a la desagregació ja que l'actualitat d'aquestes no és tan important.

Consulta interactiva d'estadístiques. És un bloc d'accessos per a la consulta "a mida" de les bases de dades de l'Idescat de municipis i comarques de Catalunya i a explotacions específiques de l'estadística de població de Catalunya fetes per l'Institut amb un nivell de desagregació que pot arribar a ser per sota de la municipal (districtes, seccions, etc.). Aquest bloc ofereix accessos a la base de dades municipal i comarcal, a la base de dades inframunicipal, a la mobilitat intermunicipal i intercomarcal i a indicadors socials.

Estadística bàsica territorial. És un bloc que ofereix un resum de les dades més significatives (població, renda, establiments, parc de vehicles, etc.) per a tots i cadascun dels municipis i comarques de Catalunya.

Finalment, el menú de la primera pàgina del web es completa amb informació com ara:

Servei d'atenció als mitjans de comunicació. Per atendre les demandes especials dels periodistes, el web els informa de l'existència del servei d'atenció als mitjans de comunicació. Un servei ofert per l'Idescat per facilitar, als professionals de la comunicació, les dades estadístiques que necessiten d'acord amb les especificitats del

mitjà de comunicació, la celeritat i el tipus de treball periodístic. Al web de l'Idescat hi ha un apartat on s'indica quines possibilitats ofereix aquest servei i què s'ha de fer per accedir-hi.

Presentació de l'Idescat. Informació general sobre l'Institut d'Estadística de Catalunya, presentant l'organització, qui és qui i el seu funcionament (Pla estadístic i legislació).

Publicacions i serveis. L'Institut també presenta les seves principals publicacions, en facilita la consulta a través d'un programari estàndard i ofereix informació del seu servei de Biblioteca.

Links amb altres webs d'estadística. La pàgina frontal del web de l'Idescat també facilita que l'usuari que no ha trobat la informació que desitja pugui comptar amb un accés directe amb altres productors estadístics del món.

Fins a la data i després de dos anys de funcionament, la resposta dels usuaris del web de l'Idescat ha estat molt positiva. Les avaluacions mensuals han permès millorar-la dia a dia i els resultats han estat molt satisfactoris. Els d'aquest últim any (1999) són els següents:

La mitjana de consultes diàries rebudes al web durant 1999 ha estat de 4.773, gairebé el doble de la mitjana de 1998. El domini de procedència de les consultes ha estat en un 11% directament des de "idescat.es", cosa que indica l'alta comunicabilitat del web. Els dominis de procedència en segon i tercer lloc han estat "relevision.es" i "gencat.es".

El tipus d'informació que és consultada majoritàriament és la de pàgines estàtiques (27,5%), la del banc de d'estadístiques municipals i comarcals (27,2%) i dades demogràfiques, econòmiques i de qualitat de vida (11,7%). D'entre les pàgines estàtiques destaquen el catàleg de publicacions, les fitxes municipals i l'*Anuari estadístic*.

Seccions especialitzades de la premsa del nostre país han destacat la seva eficàcia, amb una alta valoració dels aspectes clau d'un web divulgador d'informació com són el disseny, l'actualització del contingut i la rapidesa de localització de la informació¹. Quant al contingut del web de l'Institut, s'ha destacat l'elevada quantitat d'informació que conté, ja que es disposa d'informació de temes molts diversos (des de dades de conjuntura econòmica, fins a una estadística dels noms dels nadons) i l'alt grau de desagregació en moltes d'aquestes. El disseny del web s'ha considerat senzill i clar, que en facilita l'ús i la consulta de les dades, fet que compleix els requisits de disseny d'una plana de serveis a Internet on allò que és important és trobar la informació que s'està cercant.

Aquest alt grau d'acceptació del web de l'Idescat ha estat possible gràcies a un disseny de màrqueting molt acurat (com s'ha destacat en aquestes línies) i a una gestió diària en la qual està implicada tota l'organització. Les dades estadístiques, els productes i serveis, i les altres informacions que apareixen al web s'actualitzen pràcticament en temps real, un cop són una realitat es difonen a través d'Internet, per complir així els principis d'actualitat, utilitat i transparència, i els preceptes legals de publicitat i difusió dels resultats estadístics.

Els sistemes d'informació estadística a mida, avui

Gràcies a aquest esforç d'adaptació s'ha aconseguit difondre la informació estadística de l'Idescat atenent les necessitats dels destinataris, en termes de contingut i de forma, i assolir així un dels aspectes més fonamentals de la missió de l'Institut: produir i difondre resultats estadístics útils per a la presa de decisions (siguin del nivell que siguin) de les administracions catalanes i dels agents econòmics i socials.

Tots aquests sistemes d'informació a mida estan funcionant actualment i donen resposta a les necessitats d'informació de centenars d'usuaris que els fan servir diàriament. No obstant això, l'equip de direcció de l'Institut d'Estadística de Catalunya continua explorant noves formes de difusió dels resultats estadístics i, periòdicament, revisa els canals posats en marxa per tal d'actualitzar-ne els formats, els continguts, etc., sempre amb l'objectiu de facilitar l'alimentació regular i l'assimilació àgil d'informació per part de les persones destinatàries i ajudar-les en la seva activitat professional.

¹ Diari *El Punt* (Edició Barcelonès Nord) de 28 de novembre de 1999; pàgina 18.



LA NUEVA POLÍTICA DE DIFUSIÓN DEL INSTITUTO GALEGO DE ESTADÍSTICA(IGE)

Carlos L. Iglesias Patiño

Servicio de Difusión e Información Estadística(IGE)

Introducción

En esta ponencia se entenderá por política el conjunto de procedimientos, usos y normas de un organismo dirigidos a conseguir una serie de metas u objetivos. La exposición se realizará en términos positivos, sólo en los últimos párrafos se puede considerar que hay una ligera visión normativa. Es decir, se estudia el marco y las decisiones, que se toman dentro del mismo, que inciden en como se pone a disposición del público la información estadística de un organismo oficial, así como la implementación posterior de estas decisiones.

Toda transmisión de información se basa en una fuente que trasmite un mensaje mediante un soporte espacio-temporal a través de un canal al receptor, utilizando un código común (conocido o reconocible por el emisor y por el receptor). En el caso de la difusión la comunicación es, fundamentalmente, unidireccional, esto es, un único emisor transmite mensajes a múltiples receptores. Se entenderá por medio de difusión el conjunto de objetos, instrumentos y procedimientos utilizados para hacer llegar de manera eficiente la información estadística a los usuarios.

No conviene perder de vista que el tema de la difusión entra dentro de un campo mucho más general y de grandísima importancia como es el de la política general de información y está íntimamente relacionado tanto con la política económica como con la de I+D+i, por cierto, tema, este último, de candente actualidad.

En la concepción actual, la estadística oficial constituye un elemento indispensable del sistema de información de una sociedad democrática, que proporciona, a las instituciones oficiales de la nación, al sector económico y al público, datos acerca de la situación económica, demográfica y medio ambiental. Asimismo es necesario destacar el hecho de que esta información debe ser pública. Con este fin los organismos responsables de la estadística oficial deben facilitarla con imparcialidad para que los ciudadanos puedan ejercer su derecho de acceso a la información pública, como se recoge en el primero de los Principios fundamentales de la estadística oficial adoptados en la 28ª sesión de la Comisión de Estadística de las Naciones Unidas (P.P.E.O.), excepto en los casos de secreto estadístico.

La información como servicio público se desarrolló a la vez que los lazos comerciales y así, el origen de los sistemas de información públicos puede encontrarse en los primeros imperios y en los pueblos con grandes intereses comerciales. A partir de aquí, y tras algunos paréntesis más o menos largos en los diferentes países, la información ha evolucionado, siendo este desarrollo exponencial en los últimos cincuenta años, donde los avances tecnológicos llevan a que muchos autores hablen de la "era de la información".

El objetivo de la presente ponencia es centrarse en las estadísticas como subconjunto de ese todo más amplio que constituye la información. Los instrumentos o herramientas que reflejan la información mediante algún medio material y que hacen posible su recogida, tratamiento y clasificación se denominan documentos. Los documentos estadísticos o estadísticas se pueden definir, siguiendo una de sus definiciones más usuales, como los documentos que recogen de un modo cuantitativo regularidades de un comportamiento colectivo y que sirven para describir un fenómeno y como base para efectuar predicciones. De hecho, en un instituto de estadística se puede generar información que no entra dentro de lo que vulgarmente se entiende por estadísticas (documentos estadísticos) sino que se pueden generar documentos que contienen información cuasi estadística o, incluso, información que no es estadística, pero que se obtiene como subproducto de los procesos principales de elaboración de estadísticas. Todo lo anterior viene al caso porque muchas de las peticiones externas que se realizan a un servicio de información y difusión no quieren documentos estadísticos sino que quieren información cuasi estadística o no-estadística, en un soporte determinado.

En todos los temas relacionados con el tratamiento de la información se está en tiempos de permanente cambio. En términos generales y a modo de resumen se podría decir que se pasó de la situación en que la información era un recurso muy escaso a quizás otra en que parece que tal recurso es abundante, pero si se matiza diferenciando entre datos e información –teniendo en cuenta que para que unos datos proporcionen información deben estar procesados y elaborados de tal modo que la transmisión del resultado del proceso produzca una reacción en el receptor consciente-, entonces lo que verdaderamente abunda son los datos no la información, que no siempre es tanta como parece, incluso sigue siendo un recurso escaso susceptible de estudio económico por tanto. Precisamente la Estadística se encarga de la recogida, proceso, almacenamiento, recuperación y difusión de datos susceptibles de ser transformados en información estadística, este tipo de información si ha crecido mucho en los últimos años con respecto a situaciones pretéritas.

Una última cuestión a tratar en este epígrafe consiste en estudiar la importancia y utilidad del conocimiento estadístico en el campo económico y social. Es necesario conocer a quién va dirigida la información estadística que se produce, es decir, se tiene que saber quienes son los usuarios últimos del trabajo de una oficina de estadística. De un modo general se puede mencionar como potenciales receptores a la administración pública, al sector privado, a la universidad y otros colectivos investigadores, a los ciudadanos y finalmente a las organizaciones institucionales.

La actividad estadística conlleva la recopilación, elaboración, y ordenación sistemática de la información cuantificable, la publicación y difusión de resultados y el análisis inicial de los mismos. La finalidad que tienen todas estas actividades es llegar a un mejor conocimiento de la realidad de la C.A. de Galicia, en el caso del IGE, y a una mejor información para la toma de decisiones por parte de los órganos y agentes competentes

Ciertamente resulta fundamental en este campo, debido a que las medidas de política económica se deberían realizar sobre previsiones sustentadas en una determinada base estadística. De este modo, la evaluación de la eficacia de dichas medidas reside, en parte, en la calidad de las estadísticas sobre las que se basa, por lo que se debe afinar en tales estadísticas o en los indicadores que se elaboran a partir de éstas, lo que en muchas ocasiones resulta problemático o difícil. Asimismo, ocurre que en muchos aspectos la política económica se argumenta sobre presunciones, hecho que ciertamente disminuye su eficacia. Si se pretende que la asignación de los recursos escasos se haga de un modo racional es evidente que es preciso disponer de información y por tanto, entre otras, de información estadística. Hay algunos defensores de la "nueva economía" que ya están hablando de la información como input y de las tecnologías de la información como factor de producción. En este contexto es indudable la utilidad de la información estadística.

Si se clasifica la información estadística en función de la forma de acceso a la misma por parte del sujeto interesado se puede distinguir dos tipos. Por un lado estaría la información secundaria que es aquella que ya existe para el usuario y no tiene que crearla antes de iniciar el estudio que va realizar. Y por otro lado, la información primaria, que no existe inicialmente y que como es necesaria para el estudio en cuestión hay que captar datos mediante la observación de la realidad, normalmente a través de una encuesta ad hoc, y procesarlos para obtenerla. Claramente, los resultados de la estadística oficial entran dentro de la información secundaria.

Desde que a finales de 1985 se publicó el primer Galicia en Cifras por parte del Centro de Información Estadística de Galicia (CIEG), precedente del actual IGE, ha transcurrido más de quince años, que aunque como periodo histórico no sea muy dilatado, sí permite un análisis que ayude a comprender el estado actual y las necesidades futuras de la difusión dentro del IGE. Es por ello que la ponencia se estructura en cinco partes bien diferenciadas, la primera que corresponde a un análisis del marco institucional desde un punto de vista histórico, pretende ofrecer una aproximación del marco de referencia estructural donde se viene desarrollando la actividad del IGE, ya que el ponente considera que este marco influye y determina el tipo de difusión que se realiza en cada momento y da las pautas para hacer frente a las necesidades futuras.

La segunda que estudia la situación en torno al final del año 2000. La tercera intenta explicar la necesidad de una nueva política de difusión. La cuarta explica en que está consistiendo esta nueva política y la quinta realiza una previsión futura según las opiniones del autor.

Se hace el desarrollo atendiendo a una visión holística del sistema de información estadística, donde el IGE es un sistema que forma parte de un gran sistema estatal y este a su vez de un sistema internacional. Dentro de él está el Servicio de Difusión e Información Estadística (SDIE) como subsistema del IGE que desempeña un papel importante en la oficina de estadística porque, por una parte, el SDIE es la "interface" del sistema estadístico con otros sistemas de usuarios, y por otra, retroalimenta al sistema estadístico evaluando la demanda, viendo el grado de aceptación que tienen los productos y examinando el grado de satisfacción de la respuesta a las peticiones de los usuarios. Sin embargo, es importante destacar que la política de difusión no sólo se circunscribe al SDIE, sino que debe impregnar a todo el IGE.

Marco institucional

El CIEG se creó por el Decreto de la Xunta 148/1984 de 6 de septiembre con rango de Dirección General. Como su propio nombre indicaba, una de sus labores principales era la de recopilación, sistematización, análisis y difusión de la información estadística. Basta ver la estructura orgánica del CIEG (una subdirección y tres

servicios, uno de los cuales era el servicio de documentación e información) para percatarse de la importancia que tenía en aquella época el acopio y difusión de la información estadística. Otro dato significativo es que en esta época prácticamente sólo se abordó una operación con trabajos de campo, la encuesta, y posterior, censo de establecimientos comerciales.

Una segunda época a destacar es la que sigue a la aprobación de la Ley 9/1988 de Estadística de Galicia (LEG), en la cual se crea el Instituto Galego de Estatística que se configura como un organismo autónomo de carácter administrativo con personalidad jurídica propia. La estructura orgánica del IGE se modifica y se configura a través de tres subdirecciones: Secretaría Técnica, Subdirección General de Producción y Análisis estadístico y Subdirección General de Informática y Difusión estadística. El SDIE se inscribía dentro de esta última.

Las consecuencias inmediatas que se observan desde el punto de vista orgánico son:

a) el antiguo servicio de documentación e información se ha transformado en el SDIE, por tanto el acopio de información comienza a perder importancia relativa frente a la difusión

b) el SDIE pierde peso en la estructura orgánica del IGE

La evolución anterior es totalmente lógica en el devenir de un órgano estadístico central regional. En esta época ya abundan las operaciones estadísticas de gran envergadura (Tabla Input Output, Contabilidad Regional, PMH,...), con trabajos de campo e incluso comienzan las relaciones transfronterizas.

A finales de 1995 se constituye el Consello Galego de Estatística, previsto en la LEG y posteriormente se aprueba la Ley 6/1997 del Plan Gallego de Estadística (PGE)1998-2001.

En el año 2000 se realizó otra modificación de estructura orgánica, configurándose la misma en dos subdirecciones generales: la Secretaría Técnica y la Subdirección General de Coordinación Técnica y Planificación Estadística. El SDIE se inscribe dentro de la Secretaría Técnica.

Se ha aprobado ya la nueva Ley del PGE para el periodo 2002-2006. En esta Ley se instituye el PGE como el instrumento de ordenación y planificación de esta actividad, y constituye el instrumento marco de colaboración entre los diferentes agentes institucionales para ampliar y profundizar en el sistema estadístico de Galicia y para aprovechar al máximo las informaciones disponibles, evitando duplicidades innecesarias en las operaciones de recogida de los datos o en cualquier otra y lograr la progresiva coherencia, homogeneidad y comparabilidad del sistema estadístico de Galicia con los de su entorno.

El primer plan sirvió como una transición entre una situación voluntarista y con soluciones ad hoc, a una situación donde se empezase a programar el trabajo estadístico. De una situación en que aún habiéndose tocado muchos temas y sectores (Censo de población, Estadística de edificación y vivienda, Proyecciones de población, Censo de establecimientos comerciales, Tablas input-output y contabilidad regional,...) se pasó a una situación más ambiciosa, tanto en la extensión de los temas a tratar como en la visión más integrada de los mismos, pasando por la normalización y normativización de la actividad estadística. Es decir la asignación de los recursos ya no dependía tanto del impulso político de la Dirección como de una norma aprobada por los representantes del pueblo gallego, el Parlamento de Galicia, que antes ya había sido informada por los representantes de muchos de los agentes sociales, a través del Consello Galego de Estatística.

La Dirección ante esta nueva situación ya se podía dedicar a intentar cumplir lo mejor posible el plan vigente a través de la programación anual y, por tanto, asignar los recursos disponibles, tanto humanos como financieros, de un modo adecuado para conseguir el fin de cumplir el plan de un modo aceptable y empezar a proyectar el siguiente.

Situación anterior al cambio de política de difusión

Después de tres años, desde la celebración en Donostia de las JECAs resulta interesante analizar si las hipótesis, que se formulaban sobre la demanda y cómo encauzarla y satisfacerla en los órganos estadísticos de las CC.AA., se han visto corroboradas por la realidad en lo relativo al IGE.

En lo referente a las hipótesis sobre el formato conviene decir que sí hay un mayor predominio de la difusión por mecanismos digitales y se está empezando a preparar bases de datos para satisfacer la difusión a medida. Sí se ha incrementado la producción de folletos y se ha disminuido el número y el tamaño de las monografías y publicaciones seriadas. Por último, ha habido un incremento en la utilización de otras formas de presentación

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

distintas de la tabla (textos de comentario, diagramas, análisis estadístico, ficheros de microdatos susceptibles de difusión,...) aunque no ha sido todo lo amplio que cabría esperar.

Por lo que respecta a las hipótesis acerca del contenido se ha dado mayor prioridad a la difusión de la información producida en la propia Comunidad Autónoma, a la información de otras fuentes a las que se le haya dado un valor añadido sustancial y a la profundización en la elaboración y difusión de la metainformación (por ejemplo, Boletín de Actualidade Estatística)

Estas hipótesis se sustentaban en unos escenarios que se presumía que se darían. Es interesante analizar si esta presunción era adecuada a la realidad futura en aquel momento o no.

Se suponía que la aprobación del PEG y los correspondientes programas anuales implicarían una priorización de los recursos disponibles hacia la ejecución completa de los mismos, como así sucedió.

También se vaticinaba que la aparición de nuevos servicios de información económica y social en Galicia (Consello Económico e Social, Consello da Cultura Galega, Consello Galego de Relacións Laborais) que son en parte concurrentes con algunas funciones que venía realizando el SDIE del IGE influiría notablemente. No parece que esto se haya dado, al menos, con la intensidad que se preveía.

Sí se produjo con total claridad la falta de espacio que sumada a la explosión de información cuantitativa actual dio lugar a problemas logísticos en el IGE dado el notable crecimiento de la plantilla en general. Sin embargo, los escenarios presupuestarios no fueron restrictivos para el Instituto.

Por último sí se profundizó en las relaciones transfronterizas -en gran parte demandadas por los propios agentes económicos y sociales, dada la afinidad idiomática, cultural y la proximidad geográfica- lo que dio lugar a un esfuerzo de armonización y a un incremento en la utilización de formas distintas de la tabla en la presentación de la información estadística.

Lo que está claro es que en los medios de difusión se había producido una mutación importante. Ya no se limitaban solo a los procedimientos tipográficos clásicos, proceso que fue acelerado claramente por la microelectrónica.

En noviembre de 1996 se comienza a difundir en Internet y a centrar más en esta red la oferta de contenidos, abandonando en poco tiempo el servicio Ibertex.

El PGE, dentro del área de difusión, recoge la operación 39: Difusión por Internet, que tenía por objetivo suministrarle al público un volumen elevado de datos mediante un servidor Internet. Esto venía a normalizar la labor realizada en este campo por el IGE. La explosión de Internet provoca el abandono de la plataforma videotex dado el carácter de servicio sustitutivo. El Web del Instituto Galego de Estadística surge como resultado de la convergencia de diversos factores entre los que cabe destacar:

- La importancia de maximizar la difusión de la información estadística disponible en el IGE. En este sentido conviene destacar las relativas facilidades que ahora tiene cualquier persona interesada en la información estadística.
- Necesidad de abaratamiento de los costes de la difusión, tanto para el Instituto como para los distintos usuarios.
- Auge de las nuevas tecnologías de la información, entre lo que cabe destacar el espectacular crecimiento del empleo de Internet, la globalización del acceso a Internet y la reducción de los costes del hardware informático.
- El interés de las distintas administraciones en fomentar el uso de las nuevas tecnologías

El resultado de tal sinergia fue el desarrollo del Web del IGE que, en sus orígenes se caracterizó por una transposición muy rápida de algunas de las publicaciones existentes al nuevo medio. Al tiempo se iban reconsiderando las prioridades y redefiniendo los formatos de trabajo para conseguir que la salida por defecto de todo libro sea HTML. Del intento de plasmar los datos incluidos en las principales publicaciones, se deriva el estado actual del Web, que se podía considerar hasta ahora como básicamente estructurado por publicaciones.

Hay que tener en cuenta que inicialmente las publicaciones eran realizadas primeramente para su edición en papel y luego volcadas en la Web. Las páginas web que componen cada publicación son estáticas, es decir, están generadas de antemano.

Cuando ya el primer Plan parecía estar encarrilado y empezaba a verse que se iba a cumplir de un modo satisfactorio, la Dirección consideró que era necesario adecuar la difusión del Instituto a los nuevos escenarios que se estaban presentando y que se iban a presentar, con lo que dibujó las líneas maestras hacia donde se debía dirigir la difusión del IGE y se procedió paulatinamente a su implementación.

Razones para un cambio de política de difusión

Los institutos de estadística, y el IGE no es una excepción, siguen ofreciendo unos productos muy parecidos a los de la época en que no se disponía de microordenadores. Debe, por tanto, haber un cambio de orientación del producto final.

Abundaba la tradicional publicación impresa de resultados diseñada según los deseos del promotor. En algunos casos esta obra resultaba extensa, lo que hacía que resultase cara en su elaboración y empezaba a no satisfacer todas las necesidades del usuario, ya que en algunos casos se veía en la obligación de realizar el cambio de soporte papel a informático.

En algunos casos las obras contenían mucha información que ya se encontraba en otras fuentes, de tal modo que el IGE aparecía como un mero intermediario entre otros centros productores de estadística y la sociedad gallega. Algunas publicaciones de síntesis estaban saliendo excesivamente caras para que el ciudadano medio las pudiese adquirir.

Empezaba a haber peticiones telefónicas y por correo electrónico donde se mostraba que el ciudadano no había conseguido obtener la información que deseaba en la web del IGE y sin embargo sí estaba disponible en ella.

Las publicaciones no ofrecían una imagen por la que se las identificara con el Instituto o con el PGE, aunque ya se había hecho algún esfuerzo con la introducción de la portada institucional para las publicaciones del IGE y con el anagrama del PGE para las publicaciones de otras consejerías y organismos que realizaran operaciones incluidas en el PGE. Otras cuestiones a tener en cuenta respecto a este cambio de imagen son el principio de economía procesal, es decir, evitar trabajos de diseño innecesarios para cada una de las obras. Y disponer de pautas ya definidas y de fácil seguimiento para las personas que se incorporen a la institución posteriormente.

Hay que destacar una cuestión técnica que no debe perderse de vista como es que la estadística no estudia casos aislados sino grupos, colectivos o conjuntos de modo que los hechos individuales o singulares no entran a formar parte de su campo de estudio. La regularidad o estabilidad de las estadísticas es tanto mejor cuanto mayor es el colectivo estudiado, es decir, es recomendable el análisis de un grupo o colectivo lo más amplio posible. De ahí que se tiende a publicar cifras agregadas. No obstante algunas veces el ciudadano o las empresas necesitan un tipo de información concreto que se puede extraer de la operación sin menoscabo del secreto estadístico y manteniendo un mínimo de calidad de los datos.

También hay que tener en cuenta que la Administración Pública debe velar por el interés general. Lo que no obsta para que intente satisfacer los intereses particulares legítimos de un modo adecuado a sus recursos.

Nueva política de difusión

El IGE está en un proceso de cambio de su política de difusión que afectará tanto en lo que se refiere a publicaciones como a la página web. Incluso se han introducido algunas variaciones en la atención de las peticiones de los ciudadanos e instituciones. La nueva política de difusión intenta responder mejor a los principios contenidos en el PGE de actualidad de los datos y celeridad.

A principios de este año, el Director del IGE, mediante circular, dio unas instrucciones relativas a los requisitos que deberían reunir las propuestas de difusión de los datos estadísticos en Internet, papel o CD. Estas propuestas de difusión se deberían hacer llegar a la Secretaría Técnica o a la Subdirección de Coordinación y Planificación Estadística, según proceda. Después la comisión de publicaciones -formada por las dos subdirectorías anteriormente citadas, el jefe de servicio de informática estadística y el jefe de servicio de difusión e información

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

estadística, estudiará estas propuestas y las aprobará si procede. Esta Comisión vela por que se cumplan las normas contenidas en la circular y para tratar de normalizar y homogeneizar las publicaciones y la difusión de la web.

Entre las normas que destacan de la circular está la de que cualquier difusión en papel, excepto los folletos, se hará también en CD y se venderá conjuntamente. El CD contendrá siempre la misma información que el libro y cualquier otra que se estime oportuno introducir, sin que ello interfiera con la información a facilitar en las posibles consultas a medida. Además se observará siempre el criterio de difundir por Internet datos agregados, y en papel o CD información más desagregada. Resumiendo, la información que se difunda por Internet será menor que la difundida mediante papel y esta será menor, aunque puede coincidir, con la que se presente en el CD. Las publicaciones deberán llevar precio, excepto los folletos. Las publicaciones se confeccionarán fundamentalmente mediante impresión digital en blanco y negro en un órgano dependiente de la propia Consejería de Economía y Hacienda, no podrán ir a color excepto el Anuario y el folleto de Datos básicos, que se realizaran en imprenta.

También regula la distribución institucional de las publicaciones que se llevaría acabo con ejemplares en formato CD.

Se está intentando por un lado abaratar costes y por otro reducir plazos en la puesta a disposición del público de la información estadística. En fin, lo que se pretende es cumplir con celeridad el precepto del artº 29.2 de la Ley de estadística de Galicia(LEG) de que las estadísticas comprendidas en el PGE serán objeto de difusión pública y por otra parte repercutir al ciudadano el coste de la difusión en la mayoría de los productos, aunque sea sólo de un modo aproximado dado que en algunas ocasiones es difícil determinar el coste exacto. Esto ya estaba previsto en la propia LEG que en su artº 31 dice que la publicación o difusión de la estadística es gratuita cuando así lo determine la norma reguladora respectiva y que las tarifas de estos precios no serán consideradas como tasas administrativas.

A nivel práctico, en lo que respecta a publicaciones, lo que se intenta conseguir es que el ciudadano que quiera pueda comprar unas publicaciones más económicas y rápidas que contengan los resultados de las operaciones y proyectos del IGE, además de disponer de ellas en soporte informático por el mismo precio, con lo cual la información será más útil. En el web del Instituto se anticipará la información más relevante de cada publicación que por término medio se realiza con un adelanto de dos meses antes de su publicación en soporte papel y CD.

Como consecuencia de la actividad de esta comisión de publicaciones se han ido introduciendo ciertos criterios y usos. A modo de ejemplo se comentarán los más interesantes.

El calendario de publicaciones deberá estar elaborado en la primera quincena de diciembre para ser incluido en la web y posteriormente ser editado la primera quincena de enero de cada año. Inmediatamente después se elaborará el Catálogo de publicaciones del IGE en imprenta y se procederá a difundir. Este año ya se ha realizado el primero.

La comisión estudiará y propondrá las modificaciones de los precios de las publicaciones para cada año que evidentemente deberán ser incluidas en el catálogo anteriormente citado.

Se decidió, después de observada la demanda y el número necesario para satisfacer la distribución institucional que la tirada serán de 100 ejemplares para los libros, y 300 la de CD. En el caso de que, a propuesta del técnico promotor, se considere que la difusión institucional de la obra deba incluir los ayuntamientos se harán 600 CD. Además la publicación en papel deberá contener su propio índice así como el del CD que la acompaña, si el contenido de este último es mayor que el de la publicación escrita. Es evidente que en la distribución institucional se ahorra dinero al sustituir el libro por el CD.

A efectos de presentación de las propuestas de difusión, se debe trasladar á la comisión de publicaciones del IGE, al mismo tiempo pero en piezas separadas, la información que se va a difundir a través de la web, la que formará parte del libro y la que se presentará en el CD. Esto implica, evidentemente, que se deberá contar con la publicación ya preparada en papel. Se respetarán las normas sobre formatos para publicación en CD e Internet elaboradas por el Servicio de Informática. Además se deberá presentar un informe resumen del contenido de la publicación así como una nota de prensa destacando los principales resultados.

La difusión de publicaciones en los CD que produzca el IGE, seguirán con carácter general los mismos formatos

de datos que se emplean para la difusión por Internet: HTML, PDF Acrobat y GIF o JPG para gráficos. Con ello conseguimos simplificar los procesos de desarrollo del contenido de los CD y, al mismo tiempo, evitarle a los usuarios la instalación de programas o aplicaciones especiales que aporten poca o ninguna mejora respecto a la funcionalidad típica de la navegación en Internet.

La elección entre los distintos formatos se hará atendiendo a lo siguiente:

HTML es el lenguaje estándar de presentación de información en Internet. Está siendo actualmente soportado por todo tipo de programas como formato de importación/exportación y en algunos casos incluso como formato nativo. Resulta suficientemente adecuado para representar tablas estadísticas, para incluir gráficos o textos y para elaborar índices de enlaces.

El criterio a aplicar en las publicaciones del IGE será realizar siempre todo lo posible en formato HTML con gráficos asociados en formato GIF o JPG. Solamente se recurrirá al PDF para aquellas partes o secciones de la publicación que contengan un porcentaje significativo de texto o texto mezclado con tablas y gráficos (metodologías, comentarios, etc). También será aplicable el PDF para la inclusión de cuestionarios, documentos escaneados y otras situaciones especiales. Estas partes en PDF van normalmente destinadas a la lectura en pantalla o previa impresión. Si se apreciase la conveniencia de facilitar al usuario final la utilización de todas o algunas de las tablas que acompañen al texto, se deberá incluir también, en el CD o Internet, dichas tablas en formato HTML (produciéndose así una duplicación justificada por ser tablas destinadas a la lectura junto al texto en un caso y tablas incluidas para su más fácil exportación en el otro).

Se debe evitar en lo posible la redundancia en el sistema de información y difusión. En general, se debe tender paulatinamente a difundir información propia, o en todo caso generada por la propia C.A. de Galicia -previamente sistematizada y homologada- y también la de otras fuentes pero con un valor añadido sustancial, es decir la famosa *Elaboración propia* debe ser real. Por ejemplo, como criterio general, en operaciones relacionadas con el INE, tanto la publicación como lo que se difunda a través de la web deberá intentar ser complementario de la información que provee el propio INE. Como otro ejemplo, la información correspondiente al boletín de coyuntura, como ya aparecía en el banco de series, fue suprimida, y ahora se le indica al usuario en que lugar de la web está disponible.

Debe profundizarse en la realización de publicaciones de síntesis de bajo coste que cada vez intenten responder más a las peticiones poco sofisticadas de los ciudadanos así como la proliferación de hojas y folletos y ofrecer más información sobre la información.

Como ya se comentó anteriormente esta nueva política incluso a dado lugar a que se haya procedido a un cambio de la Biblioteca del IGE dando más importancia a la pertinencia frente a la exhaustividad y que se haya reducido el horario de atención al público por teléfono, en estos momentos sólo se atienden directamente llamadas de 12 a 2 el resto del tiempo se dispone de un contestador automático para recibir peticiones.

Se está trabajando en una modificación del decreto de precios para adecuarse de un modo más permanente a esta nueva política de publicaciones y, de paso, modificar las tarifas a aplicar a las explotaciones informáticas que la experiencia demostró que aunque no eran altas para la obtención de algunas tablas a medida sí lo eran para otro tipo de peticiones más de tipo masivo.

La situación actual del Web no es muy distinta a la de sus orígenes, aunque se empiezan a notar algunos cambios que irán haciéndose más evidentes con el paso del tiempo y sobre todo con la reestructuración que se prevé comenzar en el año 2002. Ya se está estudiando el cambio que se va a dar el web del IGE para mejorar la búsqueda dentro de él por parte del usuario. Se va a introducir una clasificación temática que se considera más fácil para al ciudadano. Para ello se aprovechará la clasificación de las operaciones estadísticas del nuevo PGE que en su estructura y orientación sigue una clasificación de las operaciones más temática, desde el punto de vista documental. Ya no hay la distinción entre operaciones que ya se venían realizando y las de nueva implantación, que había en el primer PGE.

Se pretende también un mayor desarrollo de la "hipertextualidad" del sistema de información, remitiendo a otras páginas web (links) que tengan información relacionada. Esto permitiría la asociación cómoda y rápida entre diferente información estadística, además de relacionarlas, cuestión tan importante en trabajo científico y

técnico como bien reflejó Vanevar Bush en 1945, además de reducir la redundancia. Se pretende, como ya se ha comentado anteriormente, que el web del IGE tienda a la complementariedad del web del INE. Evidentemente este principio no se puede llevar hasta sus últimas consecuencias porque podría dar lugar a un web un tanto desestructurado además de poder provocar que muchos usuarios lo dejasen de utilizar.

Escenarios futuros

El que suscribe ve que muchos puntos de la nueva política de difusión constituyen una clara mejora de la difusión estadística hacia la Sociedad por parte del IGE. Parece evidente que hay que pasar de la tradicional publicación impresa de resultados diseñada según los deseos del promotor, que resulta cara y rápidamente obsoleta, a un producto final orientado a las necesidades del usuario, que sea lo suficientemente flexible para su adecuación a los cambios de la demanda y además que sea económico.

Sin embargo es escéptico en lo referente a que el coste de la difusión pueda ser sufragado en buena parte, por la venta de los productos estándar. Ni siquiera los ingresos por explotaciones ad hoc, que seguramente se incrementarán, se considera que lleguen a tener cierta entidad.

Por eso se considera por parte del autor que quizás sería mas operativo seguir profundizando en las reformas, pero ir más allá e incidir en la parte de la oferta en vez de intentar actuar tanto sobre la demanda, dado que observando la experiencia que se tiene hasta el momento, esta última política no ha conducido a grandes resultados sino más bien a unos bastante humildes. Es decir, tender a realizar una difusión lo más económica posible y renunciar a pretender obtener unos ingresos que hasta el momento sólo parecen futuribles. En esta política está claro el papel de la difusión a través de Internet o lo que en el futuro la sustituya.

Por tanto, un mayor predominio de la difusión por mecanismos digitales facilita ejercer el citado derecho de acceso a la información pública (principio 1 de los P.P.E.O.) por múltiples razones:

- Universalidad del acceso, independizándolo de la ubicación geográfica del receptor
- Comodidad para el usuario, dado que el acceso puede realizarse desde su misma mesa de trabajo. Estas dos primeras razones son bastante importantes en una comunidad autónoma como Galicia donde el poblamiento es tan disperso
- Resolución de los problemas logísticos que produce la actual y sobre todo futura explosión de información cuantitativa como son la falta de espacio o la saturación de los medios tradicionales de difusión
- Acceso inmediato a la información por parte del usuario, tema crucial dada la velocidad con que la información estadística se convierte en obsoleta
- Abaratamiento de los costes de la difusión, tanto para el usuario como para el instituto de estadística, algo nada despreciable si la actividad estadística oficial tiene que desarrollarse en escenarios presupuestarios rigurosos
- Facilidad de monitorización y evaluación de la demanda real externa, lo que posibilita la previsión futura y, por tanto, adecuar el propio proceso productivo de la información.
- Mejor adaptación a la escala económica de una oficina de estadística regional que otros medios de difusión.

La difusión mediante páginas web de la información estadística redonda en la transmisión por parte del IGE de una imagen pública de utilidad, calidad y rapidez

Sin embargo, a pesar de todo lo anterior, los nuevos medios de difusión, como la Internet, no implican necesariamente la desaparición de los antiguos ya que por ahora sólo satisfacen un segmento del mercado potencial de la información del IGE, pues no a todo el mundo le gustan las nuevas tecnologías o bien no tienen aun acceso a la red.

Quizás, y esto es una hipótesis, en un instituto de estadística se dé que, parafraseando a Say, toda oferta genera su propia demanda. En el caso concreto del IGE, dado el nivel de desarrollo de Galicia -piénsese que hasta hace 30 o 40 años grandes segmentos de la población gallega vivían en una economía de subsistencia- gran parte de los ciudadanos gallegos no perciben la información estadística como un bien necesario, por tanto es posible que renuncien a consumirlo ante un coste que consideren elevado, aunque en otros espacios

económicos el coste sea considerado como no muy elevado o incluso pequeño. De aquí la necesidad de incidir desde los Institutos en la educación estadística y participar en la formación de los usuarios de estadísticas - tanto actuales como potenciales-, en la creación de nueva demanda y en la orientación de la existente, así como en la valoración de la información estadística mediante el coste de oportunidad.

Debe profundizarse en la realización de publicaciones de síntesis de bajo coste o sin coste para el ciudadano, que cada vez intenten responder más a las peticiones de los ciudadanos que no sean muy complejas, así como en la proliferación de hojas y folletos y ofrecer más información sobre la propia información estadística.

En el servidor web se deberá aumentar la interacción con los usuarios para que puedan conseguir la información que precisen de forma sencilla e, incluso, se deberá ofrecer a los usuarios la oportunidad de consultar información a medida, es decir, que se puedan construir sus propia tabla, lo que implicará la generación dinámica de páginas y la disposición de bases y bancos de datos específicos de difusión que puedan ser interrogados en línea.

Y, por supuesto, todo lo anterior debe verse siempre dentro del marco de consolidar una imagen que contribuya a mantener la confianza en la información estadística oficial en general y en la de la C.A. de Galicia en particular (principio 2 de los P.P.E.O.).

Bibliografía

Arias, A. et al(1998) A difusión estatística mediante Internet: o Web do IGE. *Boletín de actualidade estatística* Xullo. IGE

Bush, V.(1945) Cabría imaginar.... . The Atlantic Monthly, reproducido en *CD ROM el nuevo papiro*. MicrosoftPress Anaya Multimedia

Gómez, J. y Arias, A.(2001) Comunicación personal

IGE(2001) *Aproximación ás fontes e conceptos da información estatística no contexto socioeconómico galego*.

Iglesias, C.(1998) Gestión del servicio de difusión estadística. *IX Jornadas de Estadística. Comunidades Autónomas*. Donostia

Iglesias, C. y Arias, A.(1999) A Aplicación de Consulta de Series no web do IGE: un instrumento para o estudio da conxuntura económica da C.A. de Galicia. *Boletín de series estatísticas de Galicia Indicadores socioeconómicos de conxuntura I trim 1999 nº 47*. IGE

Naciones Unidas(1994). Principios fundamentales de la estadística oficial adoptados en la 28ª sesión de la Comisión de Estadística de las Naciones Unidas

Sánchez, P. et al(2000) O coñecemento estatístico: unha aproximación no contexto galego. *Boletín de actualidade estatística* Xullo. IGE

PROJECTE GLOBAL SOBRE L'EDUCACIÓ ESTADÍSTICA A LES ILLES BALEARS

Antoni Monserrat i Moll

*Director general d'Economia
Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria
Govern de les Illes Balears*

Mauricio Beltrán Pascual

*Director de l'Institut Balear d'Estadística
Direcció General d'Economia
Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria*

Ferran Dídac Lluch i Dubon

*Institut Balear d'Estadística
Direcció General d'Economia
Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria*

Introducció

Aquesta comunicació té, com a finalitat bàsica, presentar la nova política estadística del Govern de les Illes i la relació íntima que es pretén assolir amb la producció i la difusió estadística i l'educació en aquesta matèria concreta.

No debades, s'ha seleccionat la cita següent de H. G. Wells per il·lustrar el cartell de les jornades: *"Arribarà un dia en què el pensament estadístic serà tan necessari per exercir la ciutadania amb eficiència com la capacitat de llegir i d'escriure"*, ja que entem que plasma, de manera molt acurada, la filosofia que en aquesta matèria té el Govern de les Illes Balears. Com molt bé diu el Vicepresident del Govern en la presentació d'aquest volum: "de res no serveix millorar la producció i la difusió de les estadístiques si simultàniament no es millora la cultura estadística de la població". És evident, que perquè tots els ciutadans puguin exercir un paper actiu en la societat necessiten disposar d'elements objectius per conèixer la realitat i que, així puguin prendre les decisions correctes per intentar solucionar problemes i afrontar els reptes que la nova societat planteja. Aquí l'estadística juga un paper fonamental. L'estadística ha d'esdevenir un instrument útil per a la societat i no una ciència només a l'abast dels propis estadístics, d'uns pocs matemàtics o dels "gurús" de la sociologia. Però, perquè tots els ciutadans en puguin fer un ús de l'estadística tan quotidià com la lectura i l'escriptura, s'ha d'assolir un canvi cultural radical, gairebé una revolució en el concepte que la societat té entorn a la realitat, a l'ús i a la utilitat estadística.

Aquest canvi de mentalitat serà, sens dubte un procés costós, però no per això inassolible i, a més, consideram que és una missió i alhora una obligació dels serveis que tenen la responsabilitat en matèria d'estadística pública.

Proclamam, per tant, la necessitat que els productors d'estadístiques, aprofitant la posició de privilegi que ostenten, adquireixin el compromís de no només difondre conjunts de dades ordenades recopilades de manera metodològicament correcta, el que podríem anomenar concepte clàssic, sinó que s'impliquin en un veritable procés d'educació en matèria estadística.

És possible, en aquest sentit, difondre i educar i aquest és un dels missatges que més clarament volem transmetre. Això implica, de la mateixa manera que reclamen un canvi en la mentalitat global de la població en matèria estadística, un canvi important en la mentalitat dels instituts i els productors de estadístics: l'estadística s'ha de convertir en un instrument útil per als administrats i, no ho hem d'oblidar mai, els serveis estadístics estam al servei de la població general. En aquest sentit, podem arribar a la conclusió que si produïm bones estadístiques, però aquestes no són accessibles per a la població i, no ens referim només al concepte físic d'accessibilitat sinó sobretot al concepte de comprensió de les estadístiques, en realitat no acomplim la finalitat bàsica per a la qual fórem creats els instituts d'estadística.

Aquest projecte, de fer accessibles les dades i els estudis a tots els ciutadans i, alhora, incrementar el nivell del coneixement sobre les tècniques, els mètodes estadístics i els recursos que els permetin una interpretació correcta dels resultats de les explotacions estadístiques, l'hem anomenat ESTADÍSTICA AL CARRER.

Tot seguit, abans de centrar-nos en aquest aspecte concret, passarem a descriure, breuement, quina és la política en matèria d'estadística d'aquesta Direcció General.

La nova política de difusió estadística de la Direcció General d'Economia del Govern de les Illes Balears

L'actual Govern de les Illes Balear ha aplicat d'ençà que es constituí una nova filosofia en la manera de pensar, d'actuar i de comunicar-se amb la gent.

Un punt decisiu d'aquesta filosofia ha estat la transparència, adreçada a oferir tota la informació disponible de la forma més adequada als ciutadans perquè, d'aquesta manera, puguin conèixer la situació real de les Illes i puguin valorar amb criteris objectius les actuacions i les gestions del Govern.

Lògicament, un element fonamental per aconseguir-ho és desenvolupar un sistema estadístic autònom operatiu i potent que pugui, en primer lloc, generar un volum important de dades fàcilment comprensibles per als ciutadans i, en segon, sigui capaç de crear els sistemes adients per facilitar l'accés de les dades generades a totes aquelles persones que desitgin accedir-hi.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

L'impuls d'aquesta missió correspon a la Direcció General d'Economia (DGE) que a través del seu servei d'estadística (IBAE), ha iniciat un Pla d'Estadística Unificada (PEU).

El Pla d'Estadística Unificada pretén aconseguir que les múltiples fonts estadístiques d'interès més general es puguin condensar i resumir en poques publicacions, fàcilment accessibles per al conjunt de la població. Les recopilacions amb què, inicialment, es pretén assolir aquests objectius són:

1. La **Base de dades municipals**, que s'edita per primer cop l'any 2000.

2. **Les Illes Balears en xifres 2001**, editada per primer cop l'agost de 2001.

La base de dades municipal és la pedra angular d'aquesta filosofia aplicada a l'estadística. És una nova via difusió, a través de la qual els ciutadans disposaran d'un instrument interactiu d'obtenció i anàlisi de dades, que promourà, decisivament, el control democràtic de la informació. Aquesta interactivitat i la capacitat d'exportar dades, sense restriccions, i manipular-les la converteix en un instrument imprescindible per a totes aquelles persones que necessiten aquests materials per dur a terme estudis, comunicacions o articles de premsa.

Des del Govern, mitjançant aquesta publicació, es convida a tots aquells organismes, serveis o institucions que produeixen estadístiques a participar-hi i convertir-la entre tots en un veritable projecte estadístic autònom.

Les *Illes Balears en xifres* és una publicació de caràcter anual que constitueix un resum estadístic destinat a oferir una imatge completa de la situació i la realitat de la societat i l'economia de la nostra terra. En aquest cas, la informació que es presenta ofereix informació, bàsicament, a nivell insular i de Comunitat Autònoma. Volem destacar que s'ofereixen dades de Formentera com a unitat geogràfica insular independent, per tal de mantenir el tractament respectuós als trets d'identitat de totes i cadascuna de les illes de la nostra terra.

A més de l'aspecte territorial sincrònic, no s'ha descuidat tampoc l'estudi diacrònic de les diverses variables, oferint sèries històries que ens permeten realitzar una interessant anàlisi evolutiva.

Finalment, hem de destacar l'esforç de difusió ha fet que s'hagi editat aquesta publicació en sis llengües: català-anglès, castellà-alemany i francès-italià. Així, la població que ens visita, els residents que no parlen la nostra llengua i els habitants de la Unió Europea i d'altres països podran gaudir d'una visió científica i tècnica de la realitat de l'arxipèlag de les Illes Balears.

Aquestes publicacions són els pilars en què es basa la creació, en aquesta legislatura, dels Punts d'Informació Estadística (PIE). Aquests Punts d'Informació Estadística són terminals informàtics amb accés a internet i a les bases de dades estadístiques més importants que permetrien a tots els interessats accedir de manera gratuïta a totes les fonts estadístiques disponibles en el Govern de les Illes Balears o d'altres organismes estadístics d'àmbit estatal o internacional. Aquests terminals s'instal·larien, un cop establerts els acords oportuns, a institucions, entitats o centres emblemàtics de les tres illes (consells insulars, universitat, centres d'ensenyament, cambres de comerç....)

La DGE, d'acord amb les línies descrites i les demandes de l'anomenada societat de la informació, pretén basar l'impuls a l'estadística autònoma en les noves tecnologies. Un dels objectius és, precisament, difondre totes les estadístiques disponibles a internet per permetre'n l'accés universal i immediat.

Un element fonamental en què es basa aquesta nova actuació en matèria estadística és l'estadística al carrer: no basta crear bons instruments estadístics si la població no els sap interpretar. Difondre conceptes estadístics bàsics i ajudar a interpretar informacions numèriques és l'objectiu d'aquesta sèrie de publicacions que ha iniciat la DGE. S'ha adoptat un format didàctic com és el còmic per aconseguir captar l'interès dels usuaris i, en particular, per apropar aquestes matèries a la joventut, que constitueixen el futur d'aquest país. La primera publicació d'aquesta línia ha estat "*Daus i dades*". La segona publicació, un còmic amb un tiratge de 50.000 exemplars, aprofita la realització dels censos de població i habitatge de 2001, per apropar

l'estadística a tots els alumnes de Secundària Obligatòria de les Illes Balears. Com a indicador de la importància d'aquesta línia, és que altres comunitats, com la de la Rioja, ja han demanat l'autorització per editar aquest material i difondre'l a la seva regió.

L'impuls en el camp de la difusió i l'ensenyament de l'estadística ha fet que la DGE organitzi les jornades europees sobre ensenyament i difusió de l'estadística que es realitzaran a Palma els dies 10 i 11 d'octubre de

2001 i que ja compta amb inscripcions de tota Europa, Amèrica de Sud i, fins i tot, de països asiàtics com el Japó.

És important destacar que, tot i els nous enfocament i les noves vies de treball, la DGE mantindrà les seves col·leccions i publicacions específiques: llibres sobre els padrons i els censos, anàlisi de pressuposts, incendis forestals...

Finalment, s'ha de destacar que l'impuls definitiu a la producció estadística de la nostra comunitat passa per crear un marc jurídic imprescindible. En aquest sentit, s'està preparant i tramitant la Llei Estadística de les Illes Balears, que obligarà a subministrar les dades sol·licitades, d'acord amb els plans estadístics acordats pel Govern. Un cop aconseguit aquest marc jurídic, es podran dur a terme les tasques per aconseguir aquest canvi de dimensió, amb el desenvolupament d'un institut d'estadística de les Illes Balears potent, que pugui posar en marxa, aprofundir i dur a bon port l'ambiciós projecte estadístic impulsat per la DGE.

L'estadística al carrer

Un cop exposades les línies mestres de la política estadística de la Direcció General d'Economia del Govern de les Illes Balears i, descrits breument, algun dels seus elements més significatius passarem a descriure en més detall els elements que constitueixen la política d'ESTADÍSTICA AL CARRER, quines són les actuacions que ja s'han dut a terme i quines són els projectes, en aquest sentit, de futur.

L'esquema amb què hem classificat les publicacions i les activitats de l'ESTADÍSTICA AL CARRER i que utilitzarem per desenvolupar aquest apartat és el següent:

1. Publicacions en còmic
 - 1.1. Daus i dades. Còmic cap a l'estadística amb probabilitat 0,95 de ser-ho
 - 1.2. Captant en un segon – 2001
 - 1.3. Altres projectes (IPC, PIB...)
2. Puzzles
3. Jornades d'Estadística
 - 3.1. Jornades d'estadística i Medi Ambient. Menorca, novembre 2000
 - 3.2. Jornades europees d'estadística. Palma, octubre 2001
4. Impuls directe a la difusió de l'estadística
 - 4.1. Presència a fires i trobades culturals
 - 4.2. Muntatge de carpes
 - 4.3. Publicacions de síntesi
 - 4.3.1. Carpetes
 - 4.3.2. Illes Balears en xifres
 - 4.3.3. Base de dades municipal
 - 4.4. Internet
 - 4.5. Punts d'informació estadística
5. Cursos de formació estadística
6. Actuacions conjuntes amb la Conselleria d'Educació

1. L'educació estadística a través del Còmic

El còmic o historieta gràfica és una tècnica consistent en narrar una història mitjançant dibuixos i textos escrits utilitzant una sèrie de codis propis d'aquesta tècnica de narració: vinyetes, globus de text, onomatopeies, etc.

La funció d'aplicar aquesta llengua de comunicació a l'estadística, cosa per altra banda poc freqüent, pretén un doble objectiu. En primer lloc, presentar conceptes estadístics a través d'un mitjà més atractiu i didàctic. En segon lloc, contribuir a modificar el concepte que sobre l'estadística té la població general i que, com hem dit abans, seria el de una ciència només a l'abast dels especialistes que utilitza tant a nivell matemàtic com lingüístic un llenguatge només intel·ligible per especialistes en la matèria o per persones amb un alt nivell formatiu.

En aquest sentit, podem afirmar que l'experiència ha resultat enriquidora per a l'Institut Balear d'Estadística i que la rebuda, tant a nivell nacional com internacional, ha estat extremadament positiva. Això ens permet

Jornades europees d'estadística

L'ensenyament i la difusió de l'estadística

afirmar que aquesta pot resultar una via molt interessant de difusió dels treballs estadístics, que podria

esdevenir un bon suport per a l'ensenyament estadístic i, en qualsevol cas, un excel·lent mitjà per incrementar la cultura estadística general de la població.

1.1 Daus i dades. Còmic cap a l'estadística amb probabilitat 0,95 de ser-ho

Aquesta publicació, editada fa aproximadament un any i mig, té com a objectiu potenciar i donar suport a l'ensenyament estadístic dels alumnes d'Educació Secundària Obligatòria (ESO). Això no obstant, també constitueix un útil d'instrument de consulta per a tothom que vulgui adquirir uns coneixements bàsics en matèria d'estadística.

Daus i dades, passa revista a tota una sèrie molt àmplia de qüestions, desenvolupant-les entorn dels personatges més influents en la història de l'estadística. Entre les qüestions tractades podem destacar:

- Dades sobre els científics més destacats en la història de l'estadística
- Distribucions contínues i discretes
- Conceptes de probabilitat
- Mostra i població
- Mesures de posició i dispersió
- Índexs de Laspeyres i Paasche
- Distribució de Gauss Laplace
- Exercicis pràctics

A més a més, s'annexen materials per treballar a l'aula, com per exemple, un mapa amb els municipis de les Illes Balears on s'ha de situar la densitat de població. És a dir, a més de treballar aspectes matemàtics i estadístics, també es tracten altres matèries com el coneixement del medi, enriquint encara més l'aportació d'aquest volum.



Per desenvolupar aquest projecte s'ha comptat amb un equip de dibuixants que, a través de les indicacions de l'autor, el Sr. Javier Cubero i amb la direcció del projecte de Antoni Monserrat i Moll, han desenvolupat uns personatges dotats de personalitat pròpia, que constitueixen un referent bàsic per entendre els continguts de Daus i dades. Aquests personatges són 55 (la investigació en la recerca de dades), Endevinall (la incògnita, la qüestió), Atzareta (la probabilitat), Binomi (els dos vessants), Gauss (la demostració, la deducció) i Grafi (l'esquema, el disseny).

L'èxit d'aquesta publicació, que s'ha fet en una versió catalana i una castellana, ha fet que se n'hagi hagut de fer ja una segona edició de cadascun.

A nivell internacional, s'ha de dir que l'Eurostat ha mostrat interès per aquesta publicació i que hi ha possibilitats que, a curt termini, es publiqui en altres llengües i es distribueixi a altres països. En qualsevol cas, volem manifestar l'oferta de la Direcció General d'Economia de cedir al publicació als organismes estadístics interessats en la difusió d'aquest material.

1.2 Captant en un segon – 2001

Constitueix la segona publicació en la línia de difusió estadística mitjançant còmics, iniciada per la Direcció General d'Economia.

Aquesta publicació, amb el disseny i els personatges de Daus i Dades, aprofita la realització dels Censos de Població i Habitatge de 2001, per donar a conèixer la utilitat dels censos entre els estudiants, així com informar-los sobre diverses qüestions relacionades amb l'estadística pública: el secret estadístic, l'obligatorietat i la necessitat d'emplenar correctament els qüestionaris, els beneficis que suposa conèixer la distribució i les característiques de la població..... A nivell pràctic, mostra als alumnes com es pot realitzar una piràmide de població mitjançant el full de càlcul Excel, cosa que permet també fer pràctiques a les aules d'informàtica amb els estudiants.



Aquesta publicació inclou dos personatges nous: Laila i Volquer. Aquest dos personatges representen els intensos fluxos migratoris experimentats a les Illes Balears, d'ençà els anys 60 i amb especial intensitat darrerament. Aquests personatges donen també un enfocament transversal als continguts de la publicació, ja que contribueixen a la valoració positiva de la

diversitat cultural i ètnica i, per tant, permeten treballar a l'aula aspectes com el racisme i la xenofòbia i contribueixen a l'educació per a la tolerància i la convivència.

Publicat, en català i castellà, amb un tiratge de 42.000 exemplars s'adreça, directament, al col·lectiu dels estudiants d'Ensenyament Secundari Obligatori. Es pretén aconseguir que tots i cadascun dels alumnes d'ESO de la Comunitat Autònoma de les Illes Balears disposin d'un exemplar d'aquesta publicació i que puguin treballar aquests continguts a les aules.

1.3 Altres projectes (IPC, PIB...)

Com a projectes a curt termini, en la línia de difusió de còmics, s'ha decidit treballar en dues publicacions, que tracten dos aspectes que constantment apareixen en els mitjans de comunicació, però que la població no coneix suficientment:

- Índex de Preus de Consum
- Producte Interior Brut

2. Puzzles

Aquesta activitat de difusió estadística s'adreça, bàsicament, al col·lectiu d'estudiants de primària. Mitjançant un puzzle amb una quantitat de peces adequada a l'edat a què s'adreça, es difondran alguns conceptes estadístics molt bàsics, com poden ser els habitants residents a cadascuna de les nostres illes, la densitat de població..... combinats amb alguns coneixements transversals (coneixement del medi del nostre país).



El primer puzzle que preparà la Direcció General d'Economia, ja s'ha dissenyat i s'editarà a molt curt termini.

Es preveu que serà una línia de gran acceptació i atès el cost de producció és previsible que hi hagi diverses edicions futures.

3. Jornades d'estadística

En aquesta línia d'impuls a la difusió i l'educació en matèria d'estadística, el Govern de les Illes Balears ha organitzat recentment dos esdeveniments importants: les jornades d'estadística i medi ambient que es realitzaren a l'illa de Menorca el mes de novembre de 2000 i les jornades europees d'estadística, que s'han de realitzar a Palma els dies 10 i 11 d'octubre de 2001.

Les jornades són fòrums imprescindibles d'intercanvi de coneixements i d'experiències a nivell nacional i internacional.

3.1 Les Jornades estadístiques de Menorca

Les Jornades estadístiques de Menorca, com a continuació de les jornades d'estadística de Sanlúcar (1999) se centraren, novament, en el tema del medi ambient abordant dos temes concrets: d'una banda, els indicadors ambientals en les Agendes 21 i, per l'altre, els indicadors ambientals per al seguiment de programes finançats amb fons europeus. En realitat, atès que es tracta de dos temes clarament diferenciats, les jornades s'estructuraren en dos grups de treball que funcionaren autònomament, però que comptaren amb sessions (plenàries) conjuntes a l'inici i al final de les jornades. La sessió plenària inicial comptà amb la intervenció de reconeguts especialistes en matèria d'indicadors mediambientals, procedents de diferents camps i, per tant, capacitats per oferir diferents perspectives i donar una visió de conjunt de la situació actual dels indicadors mediambientals. El plenari final serví com a colofó tècnic de les jornades i per exposar les conclusions a què arribaren els grups de treball establerts. Els objectius d'aquests jornades foren:

Objectius

- Oferir una visió de la situació actual del tema d'indicadors mediambientals, tant en les agendes 21 com en les darreres propostes realitzades per al seguiment dels programes finançats amb fons europeus.
- Avançar en la participació dels organismes estadístics públics en l'elaboració d'estadístiques i indicadors per a l'anàlisi dels temes mediambientals.
- Oferir un marc de debat de les actuacions realitzades en matèria d'indicadors en programes locals i de seguiment dels programes europeus
- Conèixer les experiències dels que han treballat en la realització dels indicadors, per poder afrontar les dificultats d'obtenció de les fonts primàries de dades.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

- Intentar realitzar una selecció d'indicadors bàsics, a partir del coneixement de les experiències ja realitzades, amb la finalitat d'iniciar la producció de sèries, territorialment comparatives.
- Treballar per a l'obtenció de definicions i metodologies comunes per obtenir els indicadors seleccionats.
- Facilitar la difusió i el coneixement dels nous conjunts d'indicadors definits per al seguiment dels programes europeus i els utilitzats en les agendes locals 21
- Intentar consensuar indicadors vàlids a nivell local, regional, nacional i europeu.

Fruit d'aquestes jornades diversos ajuntaments de les Illes Balears han posat en marxa agendes 21 i algunes organitzacions estan treballant en el disseny i aplicació d'indicadors estadístics mediambientals.

3.2 Jornades europees d'estadística: l'ensenyament i la difusió de l'estadística. Palma, octubre 2001

Aquestes jornades han de constituir, sens dubte, un important fòrum d'intercanvi d'experiències concretes en el camp de l'ensenyament estadística i de la difusió de la producció dels organismes amb responsabilitat en aquesta matèria.

Aquesta trobada internacional ha de tenir conseqüències immediates, aplicables a la millora en el tractament de l'ensenyament i la difusió concreta de les estadístiques públiques.

Els objectius descrits, en la invitació a participar a aquest fòrum, són:

- Experiències de les organitzacions estadístiques sobre difusió i ensenyament de l'estadística.
- Les noves formes de difusió estadística a la societat de la informació.
- Les bases de dades multidimensionals i la difusió de la informació.
- Reflexions que fan referència a la difusió de les dades estadístiques en petites àrees.
- Interrelacions entre difusió i cultura estadística.
- Característiques fonamentals de la demanda d'informació estadística.
- L'ensenyament de l'estadística per cicles educatius: primària, secundària, universitat: Quins continguts? Com es formen els professors? Quins són els principals obstacles?
- La formació estadística dels empresaris i dels professionals.
- Recursos per a l'ensenyament de l'estadística: programari, recursos multimèdia. L'ensenyament de l'estadística mitjançant Internet. Amb quins recursos comptam a la xarxa?
- Els mitjans de comunicació i l'estadística. Com es tradueixen els treballs estadístics a la premsa? L'estadística com a llenguatge. Es pot distorsionar la realitat amb l'estadística?
- La consultoria estadística. És una ajuda a l'ensenyament estadístic?
- Present i futur de l'ensenyament de l'estadística. Nous reptes en l'educació estadística. Quin és l'estat de la investigació en l'educació estadística?
- Com ajuden les organitzacions estadístiques a l'ensenyament de l'estadística i de la investigació?
- Estadística i societat. La cultura estadística. Formació d'actituds cap a l'estadística. Com incrementar la confiança i la valoració de l'estadística per part del públic en general?

4. Impuls directe a la difusió de l'estadística

Sota aquest epígraf hem inclòs tota una sèrie d'activitats directes que pretenen impulsar decididament la difusió de dades estadístiques. Hem inclòs en aquest apartat des de la publicació de llibres de síntesi, fins a la presència directa al carrer mitjançant carpes específiques o aprofitant esdeveniments culturals (Dia del Llibre, Dia d'Europa...).

4.1 Presència a fires i trobades culturals

La Direcció General d'Economia ha decidit aprofitar la realització de diverses fires i trobades culturals per difondre la producció estadística pròpia.

Així, durant el 2001 s'han muntat estants informatius i amb accés a les pàgines WEB de contingut estadístic a la Fira del Llibre i als actes de celebració del Dia d'Europa. Utilitzar aquestes plataformes comporta aprofitar, entre d'altres, la concentració massiva d'alumnes, als quals com ja hem dit es destinen una part dels esforços de difusió i producció realitzades pels instituts.

4.2 Muntatge de carpes

Actualment, s'està treballant en la preparació d'una carpa, que es preveu que pugui instal·lar-se els primers mesos de l'any 2002. Les característiques, així com els elements que contindrà, en principi, són els següents:

- Dispondrà d'un conjunt d'ordinadors que continguin informació estadística. L'objectiu és que els usuaris puguin fer totes les consultes en aquesta matèria que desitgin. Així mateix, tots els equips disposaran de connexió a Internet.
- Hi haurà jocs matemàtics-estadístics, ja que es vol aconseguir l'aprenentatge de l'estadística mitjançant activitats lúdiques.
- Es proporcionarà als visitants cromos, jocs, carpetes, llibres, puzzles, la Llei d'estadística de les Illes Balears, així com altres elements amb contingut estadístic.
- A la carpa hi haurà un espai destinat a acollir els mitjans de comunicació de masses: premsa, ràdio, televisió...
- S'hi organitzaran activitats de difusió de l'estadística, com ara: conferències, xerrades, trobades, reunions, concursos i d'altres.
- En la realització d'aquesta carpa es comptarà amb la col·laboració de tots els integrants en el sistema estadístic: delegació de l'Institut Nacional d'Estadística (INE), Universitat de les Illes Balears (UIB), Conselleria d'Educació i Cultura, col·legis, sindicats, patronal, cambres de comerç, etc.

4.3 Publicacions de síntesis

Aquestes publicacions, alguns amb un format tant senzill, com una carpeta portadocuments i altres en format llibre o CD-Rom, tenen com a finalitat difondre informació estadística adreçada a un conjunt molt ampli de població.

Algunes d'aquestes publicacions tracten aspectes concrets (carpeta de turisme, carpeta de comerç exterior...) i d'altres són recopilacions temàtiques generals, a diferents nivells de desagregació (base de dades municipal, Illes Balears en Xifres...), però sempre amb la característica comú d'esdevenir instruments bàsics de consulta per a amplis col·lectius de població: estudiants, professors, professionals, investigadors, periodistes....

Per no estendre'ns excessivament en aquest subapartat, farem simplement unes breus reflexions sobre les carpetes porta-papers, el volum de les Illes Balears en Xifres i la base de dades municipal.

4.3.1 Carpetes

Quant a les carpetes porta-papers, s'ha volgut aprofitar un instrument d'ús quotidià com una carpeta, per conferir-li un paper important en la difusió estadística. Aquest mitjà, de baix cost, permet la difusió de resums estadístics bàsics i, a més, fàcilment actualitzables.

4.3.2 Les Illes Balears en Xifres

Pel que fa a les Illes Balears en Xifres, que es trobaria a mitjan camí entre les obres d'aquest títol de la resta de comunitats autònomes i els anuals estadístics autonòmics, esdevé una peça important de difusió de dades. S'ha pres com a marc de referència l'àmbit insular i, a més d'oferir les darreres dades disponibles en les diverses matèries, també s'ofereixen dades diacròniques. Constitueix una fita important en la producció estadística de la Direcció General d'Economia i un volum de referència imprescindible per a multitud d'usuaris (docents, estudiants, mitjans de comunicació...).



4.3.3 Base de dades municipal

Finalment, la base de dades municipals, editada en CD-Rom, afegeix interactivitat i capacitat de tractament de les dades (permet l'exportació de les tables generades a partir de les variables seleccionades). La versió que apareixerà en el 2001 afegeix noves funcions com la representació gràfica de variables, la selecció de diversos àmbits geogràfics (illes, mancomunitats, àrees de salut, municipis costaners i no costaners...). Així mateix, es preveu que anualment l'aplicació s'ampliï i millori i, en un futur, s'afegirà la capacitat de realització de mapes a partir de les variables seleccionades, entre d'altres. Aquesta publicació constitueix una invitació perquè els diferents organismes que produeixen dades estadístiques a les Illes Balears, incorporin les seves dades a aquesta publicació i s'arribi a disposar de tota la informació existent en aquest àmbit territorial.

4.4 Internet

Internet juga i jugarà en el futur un paper més important en la difusió de la informació. Aquesta funció, en el cas dels organismes estadístics potser resulta encara més palesa. La disminució de costos, la immediatesa de l'accés a les informacions des de qualsevol lloc del món, la ràpida difusió des del moment de producció a la

disponibilitat de les tasques estadístiques pels usuaris són aspectes que justifiquen, sobradament, la importància d'Internet en la difusió de l'estadística. És, per això, obligació de tots els organismes en potenciar la producció estadística a Internet i fer, de cada cop, més fàcil als usuaris accedir a la informació que necessiten (millores de l'interface, capacitat de realitzar recerques temàtiques senzilles o consultes complexes, a partir del creuament de les variables contingudes a bases de dades globals, etc).

Internet pot jugar, així mateix, un paper clau en la formació estadística. Existeixen múltiples pàgines WEB que permeten accedir a apunts, exercicis i activitats d'aprenentatge en matèria d'estadística i que permeten entrar en contacte amb persones i associacions que treballen en aquesta matèria.

Internet és, per tant, un recurs i un instrument bàsic per donar a conèixer la producció estadística dels organismes públics, però també per accedir a activitats concretes de formació. Per això, un dels elements bàsics dels Punts d'Informació Estadística (PIE) que posteriorment descriurem és la dotació d'equips informàtics, dotats de connexió a les pàgines WEB amb contingut estadístic.

Finalment, només indicar que a la pàgina WEB de l'Institut Balear d'estadística (<http://ibae.caib.es>), com a conseqüència de la realització d'aquestes jornades i fruit de la col·laboració dels ponents i dels participants, s'hi troben una gran quantitat d'enllaços a recursos amb continguts estadístics i d'ensenyament de l'estadística.

4.5 Punts d'Informació Estadística (PIE)

Els Punts d'Informació Estadística (PIE) són part integrant del projecte de difusió de l'estadística que s'està posant en marxa a les Illes Balears. El concepte és estendre una xarxa de punts informàtics que permetin obtenir informació sobre i de matèries estadístiques (tant a partir de bases de dades on line com off line). Tot i que, inicialment es plantejà com a un instrument de difusió estadística, tampoc no es pot deixar de banda l'oportunitat per incidir en matèries de formació. Tampoc no es descarta que els PIE poguessin dotar-se d'algun dipòsit bibliogràfic específic (llibres de teoria estadística, publicacions dels diversos organismes estadístics, etc.).

La xarxa inicial s'establirà, en caràcter experimental, en indrets on es pugui comprovar i supervisar l'ús dels equips i els materials (diverses seus del Govern de les Illes Balears, Universitat de les Illes Balears...), per posteriorment, mitjançant els convenis oportuns ampliar l'oferta dels PIE tant a centres públics (docents i no docents) com a associacions i organitzacions d'importància social.

5. Cursos de formació estadística

Per dur endavant l'ambiciós projecte estadístic que presentam, som conscients de la necessitat de generar espais de formació específica en matèria estadística. Espais que puguin adreçar-se a grups amb necessitats específiques (professorat, periodistes...) o bé a grups generals (cursos d'estadística bàsica).

Juntament amb l'Institut Balear d'Administracions Públiques, que s'ocupa d'organitzar les activitats de formació per al personal al servei de l'Administració a les Illes Balears, s'han dut a terme algunes activitats sobre anàlisi de dades mitjançant el full de càlcul Excel i el programa d'anàlisi estadístic SPSS, en el bloc del que podríem anomenar cursos d'estadística bàsica. Aquesta línia, iniciada l'any 2000, es vol potenciar en el futur i afavorir la formació permanent de tot el personal de l'Administració que treballa en aquesta matèria.

A curt termini s'ha previst establir contactes amb les organitzacions sindicals, les associacions d'empresaris, les cambres de comerç i altres altres organitzacions i institucions amb pes social, polític o econòmic perquè manifestin les seves possibles necessitats de formació en matèria d'estadística i, a partir d'aquesta anàlisi, poder iniciar tasques de formació coordinada conjuntes.

Les necessitats formatives específiques en matèria estadística són feaents, especialment entre alguns col·lectius com els que hem esmentat abans: els professors i els periodistes.

Tot i que és cert que el col·lectiu de docents rep ofertes de manipulació i anàlisi de dades adreçades a realitzar estudis d'investigació, manca la línia de formació per ensenyar continguts estadístics a les escoles. Els professors haurien de rebre formació sobre com transmetre coneixements estadístics bàsics, ensenyar a interpretar dades i que, a més, que els alumnes coneguin i valorin les operacions estadístiques que duen a terme els organismes públics. D'aquesta manera l'estadística s'integraria en la quotidianitat de la nostra societat. A més a més, aquests cursos permetrien al professorat obtenir i preparar, conjuntament, material específic per treballar a les aules.

Un altre col·lectiu diana molt important de la formació estadística és el dels periodistes. Els periodistes haurien de rebre formació de tipus eminentment pràctic sobre com interpretar les dades estadístiques que cauen a les seves mans, atès que són un col·lectiu que, per la pròpia activitat laboral, generen documents amb un gran ressò social i, per això, és especialment important que les informacions i els comentaris que difonguin siguin, com a mínim, correctes.

6. Actuacions conjuntes amb la Conselleria d'Educació i Cultura

Un aspecte que hem de destacar és que, atès que es tracta de difondre continguts estadístics però també d'educar, hem establert alguns acords concrets amb la Conselleria d'Educació i Cultura i esperam ampliar en el futur aquesta col·laboració, per aprofitar les sinèrgies de l'actuació d'ambdós organismes del Govern de les Illes Balears i aconseguir assolir amb major facilitat l'objectiu que es pretén amb l'ESTADÍSTICA AL CARRER.

Els projectes amb la Conselleria d'Educació i Cultura, alguns dels quals ja se'n materialitzat i altres estan en un procés d'imminent execució, pretenen tenir un ampli abast i, a més, ser duradors en el temps. Es pretén que la col·laboració iniciada es mantengui i s'aprofitin les sinèrgies d'ambdós organismes per dur endavant un projecte comú que millori la cultura estadística de la nostra societat, mitjançant esforços de difusió específics i de la millora de l'ensenyament de l'estadística en els centres docents.

La col·laboració amb Educació i Cultura es planteja, inicialment, en les vies de cooperació següents:

- Difusió conjunta de materials estadístics. En aquest sentit, ja s'han donat les primeres passes i farà possible que les publicacions de l'Institut d'Estadística de les Illes Balears arriben a tots els centres escolars de la nostra Comunitat Autònoma.
- Coparticipació en els projectes d'estadística al carrer. En aquest sentit, la Conselleria d'Educació i Cultura, organitzaria la visita dels estudiants a les carpes d'informació estadística que instal·li l'Institut. Aquesta rotació d'alumnes permetria que tota la joventut il·lenca conegués les publicacions estadístiques del Govern de les Illes Balears i, a més, podria participar en els jocs estadístics i les classes d'estadística pràctica que s'organitzaran durant aquestes visites.
- Presentació, per personal d'Estadística, dels diversos projectes, publicacions i dades estadístiques més significatives en els centres escolars.
- A curt termini es crearà una unitat de treball conjunta per desenvolupar projectes d'educació estadística. Aquesta unitat comptarà amb la dotació econòmica i de personal d'ambdues parts i refermarà aquesta col·laboració conjunta.

En qualsevol cas, aquestes línies estratègiques plantegen una visió de futur en què a les Illes Balears desapareixerà l'analfabetisme estadístic, al menys a un nivell bàsic.

7. Les publicacions de l'Institut Balear d'Estadística de la Direcció General d'Economia del Govern de les Illes Balears

Hem cregut oportú, aprofitar l'ocasió de presentar aquest article a les Jornades Europees d'Estadística, per enumerar les publicacions que actualment realitza l'Institut Balear d'Estadística del Govern de les Illes Balears.

La producció de l'Institut, que es creà l'any 1985, es compon de diverses publicacions agrupades entorn a quatre línies o col·leccions bàsiques: demogràfiques, socials, econòmiques i publicacions de síntesi i difusió. Les tres primeres disposen d'un disseny comú, on només canvia el color per fer fàcilment identificables les publicacions de l'Institut. En canvi les publicacions de síntesi i difusió disposen de major llibertat en el disseny i cadascuna té una imatge específica. Això mateix és aplicable quan es fa algun estudi extraordinari en matèries del primer bloc, per exemple en demografia l'estudi de la població estrangera resident a les Illes Balears, característiques demogràfiques 1962-1998.

Per no estendre's excessivament, només enumerarem les principals publicacions que encara es mantenen i només en aquell cas que es tracti de publicacions recents, fruit de la nova política estadística de la Direcció General d'economia hem expressat la periodicitat i l'any d'inici de la sèrie. Per a la resta de les publicacions la periodicitat és anual o quan es du a terme la operació que genera les dades que després es plasmen en publicacions concretes (censos, padrons, eleccions...). L'única excepció a aquesta periodicitat és el butlletí d'estadístiques laborals que s'edita trimestralment, d'ençà l'abril 2001.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

Demogràfiques

- Publicacions de les dades dels censos i els padrons
- Indicadors demogràfics
- Taules de mortalitat
- Moviment natural de la població
- Naixements
- Matrimonis
- Defuncions
- Migracions
- Monogràfics: L'esperança de vida a les Illes Balears, l'estudi de la població estrangera resident a les Illes Balears, característiques demogràfiques 1962-1998 (any 2000)

Socials

- Resultats electorals
- Eleccions locals
- Eleccions autonòmiques
- Eleccions generals al Congrés i al Senat
- Eleccions europees
- Els incendis forestals a les Illes Balears
- Monogràfic: Els menors en conflicte social

Econòmiques

- Pressuposts inicials de les administracions públiques
- Liquidacions dels pressuposts de les administracions públiques
- Enquesta industrial de les empreses de les Illes Balears
- Comerç exterior i intracomunitari. Publicació iniciada l'any 2001. Anàlisi dades 1988-1999

Síntesi i difusió

- Base de dades municipals. Anual. Inici publicació any 2000
- Les Illes Balears en xifres. 6 idiomes. Anual. Inici publicació any 2001
- Carpeta de xifres generals Illes Balears. Inici publicació 2000 i actualització a impremta
- Carpeta turisme. Inici de la publicació any 2001. Actualment en impremta
- Carpeta comerç. Inici de la publicació any 2001. Actualment en preparació
- Daus i dades. Còmic de difusió de l'estadística. Publicat l'any 2000 i reeditat en el 2001
- Captant en un segon. Còmic sobre els censos de població i habitatges 2001
- Butlletí trimestral d'estadístiques laborals. Trimestral. Inici de la sèrie any 2001

A més de suport paper i, CD-Rom, com la base de dades municipal o les taules complementàries de l'estudi sobre població estrangera, les dades d'una part significativa de les publicacions es poden trobar a la pàgina WEB de l'Institut.

L'impuls a l'estadística per part de la Direcció General d'Economia es palesa en la Llei d'estadística de les Illes Balears que s'està tramitant actualment i que, possiblement, pugui aprovar-se abans de finalitzar enguany. Així, l'Institut d'Estadística de les Illes Balears que sorgirà a partir d'aquesta Llei podrà complir un paper molt més actiu en aquest nou projecte estadístic que hem descrit al llarg d'aquesta comunicació.

8. Algunes reflexions finals

Al llarg d'aquest article s'han desglossat les actuacions que ha dut a terme o que ha projectat, a curt o mig termini, l'Institut Balear d'Estadística a partir del model dissenyat per la Direcció General d'Economia del Govern de les Illes Balears. Consideram que el camí emprés, certament innovador i amb un paper molt més actiu dels organismes estadístics públics, conduirà a mig termini a un enriquiment de la cultura estadística de la societat. En aquest sentit, no només les noves publicacions (ús dels còmics, carpetes, puzzles...) o les activitats previstes (carpes, presència a fires culturals, punts d'informació estadística...) són bàsics, sinó que la implicació de múltiples organismes i institucions són el que permetran, en realitat, vertebrar i fer realitat aquest gran projecte estadísticocultural.

Per acabar, hem cregut oportú, fer unes simples reflexions finals entorn al projecte global de producció i difusió de l'estadística que hem presentat:

- Consideram que és necessari incrementar la cultura estadística de la nostra societat.
- És una missió important que han d'abordar els organismes estadístic públics amb la col·laboració real de totes les persones i les institucions que directament treballen en matèries d'estadística.
- La implicació dels organismes amb competències sobre l'activitat docent ha de ser especialment intensa. Així, si s'aconsegueix incidir en la formació específica estadística en l'ensenyament formal obligatori, s'assolirà l'objectiu d'una societat capaç d'entendre les dades generades pels organismes estadístics i s'aconseguirà el que es pot anomenar control democràtic de la informació. És a dir, els administrats podran valorar a partir de dades objectives (estadístics) la gestió dels governs i prendre les decisions adequades gràcies a una visió real de la situació. En el canvi de model de producció i difusió de l'estadística, la feina de base (amb el col·lectiu del més joves de la societat) esdevé una peça clau.
- Per arribar a tots els col·lectius s'han de dissenyar publicacions senzilles i fàcilment comprensibles.
- Hem de sortir al carrer. Tant a nivell de publicacions clàssiques o de format innovador (puzzles, carpetes...) com a de crear punt de consulta estadística en contacte amb la societat (punts d'informació estadística, carpes....). Hem d'abandonar el paper passiu d'actuar en base a les demandes rebudes. Hem de crear aquesta demanda a partir de l'augment dels usuaris reals de les dades estadístiques.
- És imprescindible que les publicacions estadístiques disposin de metodologies clares i resumides que permetin, en tot moment, saber com s'han construït els resultats de les publicacions.
- Finalment, només recordar que com a treballadors públics estam al servei de la societat i, com a treballadors de l'estadística, el nostre treball ha de ser útil. Per això, també necessitam una bona dosi d'humilitat. És necessari que prenguem consciència del paper que ens correspon.

ACTIVIDADES DE DIFUSIÓN DEL INSTITUTO VALENCIANO DE ESTADÍSTICA

Dolors Cueves

Jefa del Servicio de coordinación, Planificación y Difusión del IVE

REFLEXIONES SOBRA LA DIFUSIÓN DE DATOS DE ÁREAS PEQUEÑAS

José L. Cervera Ferri*

Jefe del Área Técnica del IVE

** El autor agradece los comentarios de los Jefes de Servicio del IVE, para la preparación de estas notas.*

ACTIVIDADES DE DIFUSIÓN DEL INSTITUTO VALENCIANO DE ESTADÍSTICA

Los resultados de la actividad estadística realizada por el IVE tienen el carácter de datos públicos y de difusión obligada, según la normativa vigente en materia estadística, orientándose la difusión de estos resultados a la demanda de los diferentes tipos de usuarios. La demanda de información estadística es cambiante en contenidos, plazos de disponibilidad y soportes de acceso, estando motivada, en gran parte, por el continuo desarrollo de la informática y las comunicaciones.

La oferta de productos y servicios que se realiza en la actualidad es la siguiente:

1- Productos estándar, publicaciones impresas y electrónicas que contienen los resultados de las operaciones estadísticas del IVE. Cabe destacar tres tipos de publicaciones:

- **Publicaciones monográficas**, presenta los resultados de forma tabular de una determinada operación estadística, acompañada de gráficos, notas metodológicas y comentarios. Pueden ser de carácter coyuntural o estructural, cubriendo distintos ámbitos territoriales.

Las publicaciones monográficas se agrupan en distintas áreas temáticas:

1. Demografía y sociedad
2. Economía
3. Industria
4. Servicios

- **Publicaciones de síntesis** o recopilación de información procedente de diferentes fuentes que ofrece una visión global de la realidad demográfica, social y económica de la Comunidad Valenciana para el periodo de referencia, permitiendo comparaciones entre distintos ámbitos territoriales.

Son publicaciones de síntesis:

Anuari Estadístic de la Comunitat Valenciana. Publicación impresa y electrónica en CD-ROM de carácter anual que presenta información estructural y coyuntural relevante en el ámbito de la Comunidad Valenciana, desglosada por provincias y comparada con el total nacional. Incluye un capítulo completo dedicado a las comunidades autónomas y a las regiones de la Unión Europea.

La información está organizada en capítulos o grandes áreas temáticas. Estos capítulos se estructuran de la siguiente manera:

- Índice de tablas estadísticas que integran el capítulo
- Conceptos que facilitan la comprensión de las tablas
- Apartados homogéneos que contienen las tablas estadísticas seleccionadas

Anuari Estadístic Municipal i Comarcal. Publicación impresa que incluye soporte CD-ROM, de carácter anual, presenta información municipal y comarcal de carácter anual organizada en áreas temáticas, consta de dos partes:

1. parte impresa, que ofrece la información más reciente
2. CD-ROM contiene series ampliadas de las variables más significativas.

- **Publicaciones de carácter divulgativo** con un fin básicamente promocional, dirigidas a un público muy amplio, de cuidada presentación y que cubren una amplia cobertura temática combinando tablas y gráficos.

Se realizan las siguientes publicaciones:

La Comunidad Valenciana en cifras. Recopilación estadística que ofrece mediante tablas de datos, gráficos y mapas una panorámica socio-económica y demográfica de la Comunidad Valenciana con distintas desagregaciones territoriales. Se trata de un producto destinado a un público general, no especializado. La obra se ofrece en tres versiones, castellano, valenciano e inglés, en edición impresa y electrónica que puede consultarse a través de Internet, accediendo al servidor del IVE.

Datos básicos. Político de información estadística de síntesis que ofrece una breve panorámica socio-económica y demográfica de la Comunidad Valenciana con distintas desagregaciones territoriales. La edición, con carácter anual, se realiza en tres idiomas castellano, valenciano e inglés y se distribuye gratuitamente al gran público (asistentes a ferias y congresos, promociones institucionales, población estudiantil, etc.).

Catálogo de productos editoriales. Obra de recopilación de información general que permite al público conocer mejor la disponibilidad, cobertura y condiciones de adquisición de la producción estadística del IVE. Se estructura en grandes áreas temáticas y recoge las características de los distintos productos y servicios editados y producidos por el Instituto, incluyendo una breve reseña de su contenido. La edición de carácter anual es bilingüe (valenciano-castellano) y se distribuye en soporte papel y accediendo a través del servidor Web del IVE.

2- Oferta estadística en el servidor Web. Con el objeto de ofrecer la información estadística de contenido sociodemográfico y económico a través de un medio con grandes expectativas de crecimiento a un coste moderado y mantener una base de información actualizada sobre la oferta de productos y servicios del IVE, la oferta actual de información estadística en el servidor Web, en versión bilingüe castellano-valenciano se estructura en cinco bloques:

1. Información: aspectos legislativos y organizativos de la actividad estadística en la Comunidad Valenciana.
2. Productos y Servicios: información divulgativa destinada a fines promocionales de productos y servicios editados y producidos por el IVE, catálogo de productos editoriales, servicios de atención al público, etc.
3. Cifras básicas: tablas estadísticas de distintos niveles territoriales, provincial, comarcal y municipal, organizadas en áreas temáticas.
4. Coyuntura: boletín mensual recogiendo los indicadores más significativos de la Comunidad Valenciana , comercio exterior que ofrece datos mensuales del comercio exterior de la Comunidad Valenciana, Índice de Producción Industrial (IPI) e Índice de Precios Industriales (IPRI) con índices y series para los sectores industriales y según el destino económico de los bienes.
5. Enlaces a otros servidores estadísticos nacionales e internacionales.

3- Extracción de información de bancos de datos. Los bancos de datos que mantiene el IVE permiten selecciones de los datos en ellos contenidos que son demandados mediante peticiones de información específica, al tiempo que dan soporte a la elaboración de productos de difusión.

Banco de Datos Municipal y Comarcal (BDM), contiene información estadística de carácter demográfico, económico y social de los municipios y comarcas de la Comunidad Valenciana. Es la principal herramienta de soporte a las tareas de difusión de información estadística de estos ámbitos sirviendo de base a la edición de publicaciones en distintos soportes: Anuari Estadístic Municipal i Comarcal (publicación impresa) e Indicadores Municipales (accesible a través de Internet).

Banco de Datos de Comercio Exterior (IVECEX), contiene información del comercio exterior de bienes de la Comunidad Valenciana, organizada según distintas clasificaciones para países y zonas económicas. Da soporte a las publicaciones anuales y trimestrales de la Estadística de Comercio Exterior.

Banco de Datos de Coyuntura, información estadística económica de carácter coyuntural y amplía cobertura sectorial de la Comunidad Valenciana. De este banco de datos se obtiene el boletín mensual de Indicadores de Coyuntura que se difunde a través del servidor web del IVE.

Banco de Datos Estadístico, En la actualidad, Instituto Valenciano de Estadística está llevando a cabo la implantación de un Banco de Datos Estadístico orientado al almacenamiento, análisis multidimensional y difusión vía Intranet/Internet de la información procedente de las distintas áreas del IVE.

Este banco de datos, dotado de herramientas OLAP, integra las tablas de resultados de las operaciones estadísticas y las series temporales de información coyuntural y estructural, facilitando el tratamiento integrado de la oferta de difusión estadística para su análisis multidimensional, elaboración de productos de difusión en diferentes soportes y obtención de información a medida.

4- Información a medida, elaboración de información estadística que no se contempla en los distintos productos de difusión que elabora el IVE. Utiliza los ficheros básicos de las operaciones estadísticas y requiere un tiempo de estudio, un proceso de elaboración específico, un tiempo de programación y de ejecución del proceso informático.

Acciones futuras

El Plan de Actuación 2002 del IVE contempla la creación **Portal Estadístico de la Generalitat Valenciana**, cuyo proyecto técnico se ha iniciado en el 2001. A través de este portal en Internet se pretende dar difusión a las operaciones estadísticas no sólo del IVE sino de los restantes organismos con competencias en materia de estadísticas incluidas en el Plan Valenciano de Estadística 2001-2004.

Por otra parte, durante 2002 se iniciará la difusión de resultados con apoyo de **cartografía**. Actualmente está en preparación por una parte, la base de información cartográfica al nivel más detallado posible, y por otra parte, la programación de páginas web interactivas (mediante lenguaje Java) que permiten a los usuarios definir sus propios mapas estadísticos.

REFLEXIONES SOBRE LA DIFUSIÓN DE DATOS DE ÁREAS PEQUEÑAS

Estructuraré la presentación de estas reflexiones en tres partes:

- En primer lugar, unas ideas sobre la creciente necesidad de datos de áreas geográficas pequeñas, en un contexto económico y social que aúna al mismo tiempo tendencias de municipalización y regionalización.
- Seguidamente, se expondrán algunas ideas sobre las posibilidades que las nuevas tecnologías pueden ofrecer a las oficinas de estadística para la difusión de datos de áreas pequeñas.
- En tercer lugar, revisaremos algunas implicaciones para los productores de estadísticas oficiales, principalmente a los de carácter regional o local, las oportunidades que se presentan en un futuro próximo de cara a la difusión de los datos demandados y las posibles líneas de I+D que deberían potenciarse.

1. Las necesidades de los usuarios

La demanda de datos estadísticos referidos a unidades geográficas menores que las habitualmente disponibles o a poblaciones pequeñas no está totalmente satisfecha:

- La información derivada de operaciones censales es muy costosa y se limita a una serie de variables de carácter demográfico, social y/o económico cuya referencia temporal, en muchas ocasiones, no tiene la actualización necesaria para el usuario.
- Los registros administrativos, con un enorme potencial de información geográficamente referenciada, no se explotan en medida suficiente. Su aprovechamiento a fines estadísticos plantea, además, frecuentes problemas de correspondencia conceptual entre los datos de origen y las variables estadísticas a generar.
- Dado su elevado coste, las encuestas por muestreo raramente aportan datos representativos para territorios infra-provinciales.
- En el ámbito de la estadística oficial, todavía no están suficientemente implementados los métodos de estimación para pequeñas áreas.

Y por otra parte, su demanda es creciente por varios motivos:

- Las autoridades públicas regionales y locales en toda la UE, por sus propias competencias, las que progresivamente se derivan del principio de subsidiariedad y en general del fenómeno denominado en inglés de 'devolution' (transferencia de competencias hacia las áreas pequeñas), requieren información objetiva – y por tanto, estadísticas – para el diseño y evaluación de sus políticas en sus respectivos ámbitos geográficos. Por restricciones presupuestarias o simplemente por la búsqueda de una mayor eficacia de las políticas, se habla cada vez más de la necesidad de identificar mucho más concretamente los factores, los beneficiarios y los impactos de las acciones públicas, lo cual requiere como mínimo datos estadísticos más 'afinados'.
- Los usuarios privados, tales como empresas de investigación de mercados o los propios departamentos de estudios de las empresas industriales y de servicios, desean afinar sus políticas de marketing a poblaciones o segmentos muy concretos, para lo cual los datos oficiales disponibles son escasos, desactualizados o no existen. Además, las necesidades de datos de pequeñas áreas no sólo corresponden a las localizaciones donde se encuentran las empresas demandantes, sino posiblemente a las de otras regiones o incluso países. De hecho, la creciente mundialización de las actividades económicas no hace sino aumentar la necesidad de datos locales, aunque las localizaciones estén a miles de kilómetros de distancia (piénsese por ejemplo una empresa española que desee instalarse en el mercado de una gran ciudad latinoamericana, y requiera datos de consumo para los distritos de dicha ciudad). Igual ocurriría con decisiones de inversión, por ejemplo, en el caso de una empresa que quisiera establecerse en una región de la cual necesitaría conocer las características de la población activa, los costes de producción o la disponibilidad de infraestructura. En este sentido, la paradoja que supone una demanda

creciente de datos económicos y sociales de áreas geográficas muy concretas en el contexto de la mundialización no es sino el reflejo de la creciente existencia de operadores 'globales' que al mismo tiempo que 'focalizan' sus acciones, amplían su ámbito geográfico de acción.

- Los investigadores académicos requieren, si no registros individuales, sí datos suficientemente desagregados para conocer la realidad económica y social que subyace en los escenarios geográficos objeto de estudio así como para construir, contrastar y validar modelos. Los usuarios disponen además de una capacidad de cálculo muy importante que les permite obtener cualquier tipo de indicadores si se les proporcionan los datos suficientemente desagregados. Entre un total provincial, y la tabla completa de los totales municipales, el investigador preferirá muy probablemente ésta última información, pues obtener la primera no cuesta prácticamente nada y sin embargo la riqueza informativa es mucho mayor.

Por tanto, la tendencia hacia una mayor demanda de datos desagregados geográficamente es evidente, y los productores públicos de estadísticas deben enfrentarse a este reto en cumplimiento de su misión de proporcionar información relevante, fiable, y de forma neutral.

2. Posibilidades tecnológicas para la difusión de datos de áreas pequeñas

La producción y difusión de datos estadísticos debe buscar un equilibrio entre las tecnologías informáticas más avanzadas y las más accesibles. Las oficinas de estadística deberían inclinarse por las tecnologías que permitan el acceso a un mayor número de usuarios (y por tanto, menos complejas o costosas) sin perder por ello la potencialidad de permitir análisis avanzados de la información difundida.

La combinación de Internet, bases de datos y sistemas de información geográfica (SIG) parece ser la tendencia en las oficinas de estadística más avanzadas para la difusión de datos de áreas pequeñas, así como en otros organismos públicos que ponen a disposición de los ciudadanos y las empresas grandes cantidades de información.

Así, una solución tecnológica frecuente para la difusión de este tipo de datos es la combinación de sistemas de gestión de bases de datos distribuidas o residentes en distintos servidores, SIG residente en el productor (o difusor) de los datos, y un simple navegador de Internet al alcance del usuario.

Dado que los datos de áreas pequeñas están intrínsecamente relacionados con una localización geográfica precisa, los SIG pueden utilizarse como elemento de apoyo para su difusión con el fin de proporcionar un entorno que facilite el primer análisis y la interpretación intuitiva de los datos (entre otros, por la posibilidad de visualización de los resultados). Por el momento, son todavía escasos los usuarios que disponen de este tipo de software; no así el acceso a Internet y con éste el acceso a bases de datos remotas.

Un esquema simplificado del proceso sería el siguiente:

1. el usuario realiza una consulta concreta sobre datos estadísticos de áreas pequeñas a través de su navegador (guiado probablemente por algún tipo de menú)
2. la petición es analizada por un servidor de aplicaciones en la oficina estadística que le sirve de 'puerta de acceso' (pero que probablemente no es la productora de todos los datos necesarios en la consulta). Podría pensarse además en un sistema de cálculo de presupuestos y pago 'on-line' por la petición
3. se transmite la instrucción a un sistema de gestión de bases de datos, que a su vez residen en distintos productores de estadísticas o registros administrativos
4. se obtienen los resultados y se presentan al usuario con la información cartográfica requerida, que puede ser leída e importada por el usuario.

3. Implicaciones para la difusión de datos oficiales de áreas pequeñas

Mencionemos algunas implicaciones que tendrá para la actividad de las oficinas públicas de estadística la satisfacción de la demanda de datos de áreas pequeñas utilizando las soluciones tecnológicas disponibles.

Podemos identificar aspectos institucionales, legales y metodológicos que deberán afrontarse, así como algunas líneas de trabajo a acometer que, en algunos casos, requerirán un esfuerzo importante de innovación o incluso de investigación y desarrollo.

3.1 Aspectos institucionales: la coordinación estadística

Una vez reconocida e identificada la demanda de datos estadísticos para áreas pequeñas, cabe plantearse quién debe satisfacer dicha demanda, y en particular, cuál es la distribución de tareas entre las oficinas locales, regionales y nacionales de estadística, y entre otros organismos productores de datos.

Desde la lógica de los productores de datos, la distribución de tareas en la difusión de datos de áreas pequeñas debería obedecer, por una parte, a la asignación de competencias (dada por las correspondientes leyes estadísticas vigentes), y por otra parte, de la eficiencia organizativa y económica.

Aquí nos encontramos con que las administraciones locales y regionales tienen una misión especial en la difusión de datos de interés para esos ámbitos geográficos, mientras que la administración estatal tiene competencias que obligan a la neutralidad de su difusión (no tendría lugar por tanto la difusión desde el INE de datos de áreas pequeñas para una Comunidad Autónoma, y no para las restantes). Por el ámbito y las características de sus competencias y actuaciones, la administración estatal puede ofrecer datos municipales abundantes (procedentes de censos y registros administrativos). Esos datos son muchas veces ofrecidos también por oficinas autonómicas y locales, en unas ocasiones obtenidos como resultado de su propia actuación y, en otras, cedidos por otros organismos o agentes productores de información. La frecuente duplicación de tareas y costes debería ser estudiada para adoptar la solución más eficiente que, a su vez, evite frecuentes molestias al informante y confusiones al usuario.

Desde la lógica de los usuarios de datos de áreas pequeñas – que es la que debería dirigir las actividades 'orientadas al cliente' -, puede pensarse que para localizar un dato éstos especificarán unos metadatos entre los que naturalmente estará el área geográfica de referencia. Para ello, y teniendo en mente la solución tecnológica que proporciona Internet, habría que pensar en una coordinación técnica basada en 'portales estadísticos' que permitieran búsquedas organizadas geográficamente, aprovechando la estructura jerárquica de las desagregaciones territoriales (representada por ejemplo por la nomenclatura NUTS).

3.2 Aspectos metodológicos

La difusión de datos estadísticos para pequeñas áreas requiere necesariamente de su previa disponibilidad. Para aquellos segmentos de información demandados por los usuarios respecto a los que no existen datos, el recurso a procedimientos de estimación alternativos tiene serias implicaciones metodológicas para sus productores.

En dicho sentido, de un tiempo a esta parte vienen siendo objeto de investigación los diferentes métodos estadísticos de cálculo de estimaciones para pequeñas áreas, lo que permitirá en un futuro próximo ampliar con garantía la disponibilidad de información para estos niveles (por ejemplo, puede señalarse el proyecto EURAREA financiado por la Comisión Europea). Sólo mencionaremos que existen muy diferentes técnicas matemático-estadísticas para obtener datos de áreas pequeñas agregando información combinada de censos, encuestas por muestreo y registros administrativos, utilizando información datos de áreas adyacentes o de instantes anteriores, etc.

Por otra parte, sigue siendo necesaria la coordinación entre organismos estadísticos de aspectos metodológicos relacionados con la armonización de conceptos (definiciones de variables e indicadores, delimitación de áreas urbanas, aglomeraciones, clasificaciones, etc.), la formación y actualización de infraestructura (callejeros, directorios, etc.), el diseño de las muestras, los procesos de tratamiento de la información, las acciones de investigación en materia estadística, etc., asuntos respecto a los que todas las partes implicadas tienen algo que aportar.

Además, cuando existe un determinado 'etiquetado espacial' de los datos, no siempre es igual de consistente para los diferentes productores o productos estadísticos. Baste citar como ejemplo la dificultad de actualizar la nomenclatura NUTS al nivel europeo a partir de las modificaciones en las unidades administrativas en todos los Estados Miembros.

Otro caso metodológico problemático de difusión de datos para áreas pequeñas es el de las estadísticas urbanas. Al recopilar información económica, social y medioambiental sobre ciudades para crear 'observatorios urbanos' (una iniciativa de la conferencia internacional Habitat – Estambul 1993), uno se enfrenta a la dificultad de delimitar las grandes ciudades. Se requiere un consenso sobre lo que significan términos como aglomeración urbana, 'megaciudades', área urbana, etc., en los cuales están trabajando grupos de expertos estadísticos como SCORUS (Standing Committee on Urban and Regional Statistics, del ISI).

3.3 Aspectos legales: la confidencialidad estadística

Posiblemente sea la preservación de la confidencialidad estadística uno de los mayores problemas con que tropieza la difusión de los datos de pequeñas áreas, cuando éstos existen. Las leyes estadísticas impiden difundir datos de forma que el informante pueda ser identificado, lo que obliga a diseñar procedimientos de ocultación tales como la microagregación, la supresión de celdas en tablas, etc. En áreas pequeñas, es más probable que una cifra estadística sea combinación de un número muy reducido de datos individuales, cuando no de un único dato.

Ante este problema, se debería trabajar en dos líneas:

- la fijación de normas comunes de difusión con preservación del secreto dentro de cada institución y entre instituciones que permitan homogeneizar las variables objeto de protección, los niveles mínimos de unidades que deben participar en los agregados, etc.
- el desarrollo de sistemas de la protección automática de la confidencialidad de los datos, imprescindible en operaciones masivas. Ha sido objeto de proyectos de I+D de programas comunitarios (por ejemplo, mediante las metodologías y software m-ARGUS y t-ARGUS aplicadas a ficheros individuales y tablas), y debería extenderse a la protección automática de la confidencialidad a partir de la difusión cartográfica de las estadísticas.

3.4 Líneas de trabajo a potenciar: I+D

Teniendo en cuenta que las soluciones tecnológicas esbozadas en el apartado anterior pueden representar la tendencia en la difusión de datos de áreas pequeñas, las líneas de investigación y desarrollo en este campo podrían incluir las siguientes áreas:

- Aunque la definición de protocolos de comunicación y la utilización de software de uso común hace más sencilla la puesta en marcha de este tipo de soluciones, es necesario sin embargo avanzar en la definición de estándares de metadatos de áreas pequeñas (que incorporarán metainformación estadística y cartográfica) para su transmisión entre productores y su proceso automático.
- Un inconveniente que plantea la difusión a medida del usuario es que exige que éste sepa con claridad cuál es el conjunto de resultados (cruces, tablas, mapas, indicadores, etc.) que desea. La combinación de un sistema del tipo anterior con herramientas de análisis exploratorio automático de datos (data mining) sumando técnicas de inteligencia artificial, tecnología de bases de datos y estadística, aplicadas de forma automatizada y que permitieran, a su vez, explotar las capacidades de visualización de datos que presta un SIG, sería de gran ayuda para los usuarios y enriquecería enormemente sus posibilidades de acceso, consulta e interpretación de la información.
- En la obtención de estimaciones para áreas pequeñas definidas por el propio usuario, es posible que éste no sea capaz de escoger entre las diferentes alternativas metodológicas de cálculo. La incorporación de un módulo de análisis estadístico de selección de las 'mejores' estimaciones facilitaría su utilización por usuarios no especializados.

Estas líneas de I+D, junto con las actuaciones de coordinación en todos los niveles (regional, nacional e internacional) así como el aprovechamiento de las experiencias existentes en las oficinas de estadística más avanzadas, se apuntan como algunos de los aspectos a potenciar con el objeto de mejorar la difusión de datos de áreas pequeñas.

STATISTICS AND THE TEACHING OF STATISTICS IN SECONDARY SCHOOLS

ALEA - Local Action Applied Statistics:
An interactive page on the Internet for the advancement
of statistical literacy Jornades Europees d'estadística

*Data collection and analysis is the heart of statistical thinking.
Data collection promotes learning by experience and links the learning process to reality (Snee, 1993)*

Pedro Campos, Sérgio Bacelar

Instituto Nacional de Estatística

Emília Oliveira, José Gome

Escola Secundária Tomaz Pelayo

Short abstract

This text describes some trends concerning the support in the teaching of Statistics in Mathematics subject and introduces ALEA project as a tool to improve statistical literacy. First, some references are made about the new paradigms of teaching Statistics and the construction of the "learning society". Then we present some ALEA (Local Action Applied Statistics) features, concerning the improvement of the statistical literacy. This project began as a joint proposal by Portuguese National Statistical Institute (INE) and the Tomaz Pelayo Secondary School, with Portuguese Education Ministry financial support.

Abstract

The **ALEA** project - Local Action Applied Statistics - is a contribution towards defining new instruments made available to provide support in the teaching of Statistics to Primary and Secondary School students and teachers - setting up a page on the **INE** (National Statistics Institute) web site, creating a CD-ROM and other multimedia products.

Internet is beginning to offer the means for generalising apprentice societies (Figueiredo 1996). In these societies, "information is not only found in the repositories of information accessible to the masses, but also in the collective mind of their citizens (...). These are societies in which, in addition to resorting to schools and to the growing supply of intellectual industries, it is possible to create knowledge through the use of networks in a cumulative process of mutual aid and the shared perception of problems and needs". The type of learning developed by the Internet is what Boris Berenfield calls "co-operative learning"¹.

The teaching of statistics was recently included in the "O" level (7th, 8th and 9th year) and A-level (10th and 11th year) Mathematics syllabus. Initial topics (the gathering and organisation of data, data representation and interpretation, measures of central tendency and probability calculation) are taught at the primary school level while in secondary school, students are introduced to more elaborate concepts such as inductive statistics. Inclusion of this new concept takes us to a wider range of recent reflexions on the usual introductory courses in Statistics. The ALEA project, taking advantage of its complementarity in relation to the classic concept of the lesson, is equipped to satisfy the new paradigms of teaching Statistics. In fact, introductory courses are usually organised as follows:

1. are based on the logic of the survey;
2. use statistical methods and concepts;
3. are presented in a standard order;
4. the teacher does most of the talking.

We now know today that none of the above points are essential. There are current examples of introductory courses in Statistics whose structure is based on presenting time series, planning experiments and analysing variance, multivariate descriptive statistics or regression analysis. Secondly, the structure of the course may substitute a never-changing sequence of methods and concepts with a series of applied questions (vide for example Chance courses (<http://www.dartmouth.edu/~chance/>)).

In fact, after analysing the curricula of several introductory courses in Statistics, certain authors (Roiter and Petrocz, 1996) claim that there are four paradigms in teaching Statistics:

1. Statistics as a branch of Mathematics;
2. as data analysis;
3. as experience planning;
4. as a problem-based matter.

Adopting this last paradigm implies that statistical methods would be used to define a data set and not the other way round. This perspective would make it possible to organise the course as a series of applied problems, problems that could very well be taken from news items with a statistical content found in the mass media. In this sense, the ALEA project aims to create a place where both teachers and students can take part in solving day-to-day problems giving rise to reflections of a statistical nature.

Certain authors defend that it is not necessary to follow any standard order in these courses : descriptive statistics, tests, confidence intervals, etc. For example, they could begin by simply using dichotomised variables, thus involving the students from the very beginning in a series of activities generally reputed to be essential in the learning, active planning and data collection process in order to answer questions of real interest.

Finally, there are courses in which it is suggested that the students read the texts before the lessons, during which only questions regarding the data sets to analyse are discussed. The ALEA project, by placing a vast quantity of available official statistical information at the disposal of the students and by allowing the students to create their own documented databases, complies with this objective.

The ALEA project has a also a page reserved for publicising the best reports handed in by the course students - after being duly 'filtered' by the teacher. Many statisticians state that statistical reasoning must precede statistical methods. "At the introductory level, statistics should not be presented as a branch of Mathematics. Good statistics should be identified with purity and mathematical precision, but it is also more closely associated with the careful thinking" (Hogg, 1991).

In order to demonstrate the power, elegance and beauty of the statistical reasoning, the use of realistic examples of a great variety of courses persuades students that they are using critical thinking skills which may be applied on a daily basis and in any profession. In this sense, the ALEA project represents an opportunity for using interdisciplinary activities by resorting to and serving other subjects besides Mathematics.

In this aspect, many people have discussed the advantages and disadvantages of comparing the data produced by the students with the analysis of data produced by others. While it is true that the latter have a breadth and grasp, many times incomparably greater than what can be produced by the students, they too are not exempt from other effects in the teaching activity. The problem of the examples produced by others is that the students remain passive and do not experience first hand the many questions and problems which arise from the collection and analysis of data.

Developing the statistical reasoning of students consists of incorporating active learning strategies that make it possible to supplement what they have heard and read on Statistics, and actually produce statistics. Experiential learning ('learning by doing') must be supplemented by the written and oral presentation of results. The process of writing about a subject may reinforce and clarify its understanding. It is useful for the projects to be presented by the students to include the proposed objectives, an indication as to how the data was obtained, presenting data-based inferences and finally, questions or reserves concerning the conclusions found.

We believe that this project, by enabling the creation of a wide area of interaction, creates the conditions necessary for the use of the learning process shaped by this objective.

ALEA: Local Action Applied Statistics

The acronym ALEA stands for *Ação Local Estatística Aplicada* (Local Action Applied Statistics). This name has the advantage of being a word whose latin origin gave rise to the term, "aleatório" (random), a word commonly used in statistics.

The main goal of this project is to make known the design process of the statistical project, to gather and process statistical information. On the other hand, the main concern is to process the use of statistics in a way that is direct and comprehensive.



Fig. 1 – The ALEA - Local Action Applied Statistics Home Page

On the home page, appealing expressions will appear revealing curious pieces of statistical information with a view to arousing the target public's interest in accessing the respective item. The home page is also designed to present on-line graphs showing, for example, monthly trends in the Consumer Price Index. The information presented, which will be organised in accordance with the structure described below, will, whenever this is deemed necessary, be divided into two major groups: 7th to 9th (students ranging from the 7th to the 9th year of school) and 10th to 12th (students ranging from the 10th to the 12th year of school).

Other developments

A certain number of educational activities have already been created for the students, such as the "Trivial Statistics" game, based on "Trivial Pursuit". "Other statistical games" will appear. Also a Probability Course page and the programming of a graphic calculator are enabling the user to edit the data. This data can be obtained through reports obtained from classroom or field activities such as questionnaire applications, the collection of data sets, etc. A CD version of the site has been developed and will be delivered during 2001. More options have been created to stimulate the understanding of statistical information in the media: (i) texts extracted from newspapers and magazines, (using graphics and tables) are commented and analysed; (ii) some statistical challenges have been created, with some questions about daily issues using probability problems.

Some Reference Sources

COBB, GEORGE W., (1993) "Reconsidering Statistics Education: A National Science Foundation Conference", *Journal of Statistics Education* v.1, n.1

EÇA, TERESA ALMEIDA, "*Netaprendizagem – A Internet na Educação*" ("Netlearning - The Internet in Education"), Porto Editora, 1998

FIGUEIREDO, A. DIAS "What are the Big Challenges of Education for the XXI Century: Proposals for Action", Invited contribution for the preparation of the White Book of Education and Training for the XXI Century, available on line: (<http://www.dei.uc.pt/~adi/whitebk.htm>)

FIGUEIREDO, A. DIAS, "A Escola do Futuro" ("The School of the Future") available on line: (<http://eden.dei.uc.pt/~adi/express1.htm>)

FULLER, HESTER L., "What do Teachers Say They Need ?", Spring, 1996, available on line: (<http://hugse1.harvard.edu/~fullerhe/need/need.htm>)

HOGG, R. V. (1991), "Statistical Education: Improvements Are Badly Needed," *The American Statistician*, 45, 342-343.

MARTINS, MARIA EUGÉNIA GRAÇA, et al "Estatística", *Manual para Professores (Handbook for Teachers)*, edited by the Ministry of Education, Lisbon, 1997

MORIN, Annie, SAPORTA, G., SPINAKIS; Antonis, "Computer assisted Training in Statistics: Internet and Multimedia: a Survey of Existing Tools", NTTs, 1998, Sorrento, Italy

PAPERT, SEYMOUR, "A Família em Rede" ("The Connected Family"), ed. Relógio d'Água, 1996

ROITER, KATRINA E PETROCZ, PETER (1996) "Introductory Statistics Courses – A New Way of Thinking", *Journal of Statistics Education*, v.4, n.2

SMITH, GARY (1998) "Learning Statistics by Doing Statistics", *Journal of Statistics Education*, v.6, n.3

SMITH, GARY, "Learning Statistics by Doing Statistics", in *Journal of Statistics Education*, v.6,n.3, 1998, available on line: (<http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/v6n3/smith.html>)

SNEE, R. D. (1993), "What's Missing in Statistical Education?" *The American Statistician*, 47, 149-154.

WEST, R. WEBSTER AND OGDEN, R. TODD, (University of South Carolina), "Interactive Demonstrations for Statistics Education on the World Wide Web", in *Journal of Statistics Education*, v.6,n.3, 1998, available on line: (<http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/v6n3/west.html>)

Useful Links:

Chance Magazine

<http://www.math.mcgill.ca/~chance/>

<http://www.dartmouth.edu/~chance/>

Journal of Statistics Education (JSE):

<http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/homepage.html>

WWW RESOURCES FOR TEACHING STATISTICS:

<http://it.stlawu.edu/~rlock/tise98/onepage.html#Section 7.1> (coleção de endereços)

Other links:

<http://www.statsoft.com> (Electronic Statistics Textbook)

Statistics Institutes (with education resources):

<http://www.ine.pt>

<http://www.statcan.ca>

<http://www.statistics.gov.au/>

<http://www.stats.govt.nz/statsweb.nsf>

<http://www.ons.gov.uk/>

<http://www.ine.es/>

Discussion Groups

sci.stat.edu.

OBSTÁCULOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN LOS ESTUDIANTES DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Antonio Fernández Morales

*Profesor Titular de Universidad
Departamento de Estadística y Econometría I
Universidad de Málaga
Plaza El Ejido s.n. 29071 Málaga
E-mail: afdez@uma.es*

INTRODUCCIÓN

Los licenciados en Economía y Administración y Dirección de Empresas (A.D.E.) se mueven en un mundo de incertidumbre en el cual tomar decisiones. Necesitan realizar valoraciones personales de escenarios alternativos, en términos probabilísticos, y calibrar y jerarquizar diferentes tipos de información. Para ello es fundamental una visión clara y una comprensión adecuada de los conceptos básicos de la Teoría de la Probabilidad. A pesar de que en el *currículum* de las licenciaturas de Economía y A.D.E. hay varios cursos donde se afronta la Teoría de la Probabilidad, no siempre se consigue que los contenidos sean asimilados correctamente. Existe una serie de obstáculos que dificultan el aprendizaje de la probabilidad, tanto en alumnos de secundaria como en alumnos universitarios, estudiados por diversos autores como Kahneman y Tversky (1972, 1973), Shaughnessy (1977, 1982), Tversky y Kahneman (1982, 1983), Fischbein y Gazit (1982), Konold (1989, 1991), Konold et al. (1993), Pollastek *et al.* (1987), Hirsch y O'Donnell (2001), Giroto y Gonzalez (2001), Batanero y Serrano (1995), Serrano y Batanero (1996) y Serrano *et al.* (2001) entre otros.

La mayoría de estos estudios indican que los estudiantes comienzan los cursos de probabilidad con intuiciones muy arraigadas, muchas de las cuales son incorrectas y constituyen un obstáculo para el aprendizaje probabilístico. Estas intuiciones son muy difíciles de cambiar porque los sujetos pueden tener concepciones múltiples y a menudo contradictorias de una misma situación particular, Konold (1995). No obstante, no se debe olvidar que hay otros factores que influyen en la asimilación de los contenidos probabilísticos, como la madurez y la experiencia, tal y como señala Jolliffe (1991).

Las ideas preconcebidas erróneas acerca de la probabilidad que muestran los alumnos sin formación previa no sólo son atribuibles a la falta de formación matemática, según demuestran estudios de diversos psicólogos como Tversky y Kahneman, sino que tienen un origen psicológico, Shaughnessy (1982). Algunas de estas creencias erróneas son sistemáticas y otras dependen de los patrones de creencias previas individuales de los sujetos. Entre las de tipo sistemático más estudiadas se encuentra la heurística de la representatividad, que según Kahneman y Tversky (1972) consiste en que los individuos estiman las probabilidades de ocurrencia de los sucesos basándose en la similitud que estos tienen respecto a la distribución de la que procede o respecto al proceso que lo genera. Otra heurística que se ha estudiado es la de la disponibilidad. Diversos estudios indican que los individuos realizan predicciones basándose en lo accesibles que los sucesos sean a su memoria o en la facilidad para construir instancias particulares del suceso. Más recientemente, Konold (1989) ha estudiado el que denomina *outcome approach* según el cual el individuo sin formación estadística usa el modelo de probabilidad para tomar decisiones del tipo sí/no sobre un suceso particular en lugar de fijarse en series largas de sucesos. Estas heurísticas están muy arraigadas y se aplican automáticamente, incluso por sujetos con formación estadística. Konold (1991) las compara con ilusiones ópticas en las que las situaciones no se perciben verdídicamente.

Un primer paso para afrontar este problema en la enseñanza de la probabilidad debe ser una labor de diagnóstico previo de las aptitudes y actitudes frente a los conceptos probabilísticos de los estudiantes de Economía y de A.D.E., labor a la que se pretende contribuir con este trabajo. La enseñanza de la probabilidad debe apoyarse en el conocimiento previo de las concepciones que los estudiantes poseen acerca de los conceptos relativos a la probabilidad, a veces erróneas, ya que cuando se enseña algo nuevo los estudiantes construyen los nuevos conocimientos conectando las nuevas informaciones con las que tenían asumidas previamente, según el punto de vista constructivista de Garfield (1995).

El objetivo de este trabajo no es tanto valorar cuál es la preparación que poseen los estudiantes de primer curso de las licenciaturas de Economía y de A.D.E. procedente de su formación preuniversitaria, sino, sobre todo, analizar sus aptitudes para la asimilación y aprendizaje de los conceptos básicos de la probabilidad, entendiendo estos en un sentido amplio, con el objeto de averiguar si constituyen obstáculos para su aprendizaje correcto de la probabilidad. Es decir, desde los conceptos básicos de la lógica probabilística hasta algunos mucho más generales como la comprensión y homogeneidad en la apreciación semántica de la terminología y vocabulario propios del campo semántico probabilístico, o los mecanismos de actualización de la información o de calibrado de la misma.

Con este empeño, se ha elaborado una encuesta dirigida a los estudiantes de primer curso de Economía y A.D.E., antes de que estudien a fondo los contenidos curriculares del cuatrimestre correspondientes a la Teoría

de la Probabilidad*. El diseño de la encuesta se ha inspirado en los trabajos de Moore, P.G. (1977) y de Corradi, F. y Lombardo, E. (1989), aunque se han realizado diversas modificaciones en el mismo.

Un porcentaje elevado de los encuestados tenían estudios previos de probabilidad. En este sentido no podemos olvidar que los nuevos *curricula* de matemáticas de los niveles de enseñanza obligatoria proponen intensificar el estudio de los fenómenos aleatorios, tanto en España, Batanero (1995), como en otros países Moore (1997). Pero hay que señalar que a pesar de ellos las concepciones heurísticas de la probabilidad y la aleatoriedad que tienen los sujetos antes del aprendizaje de la probabilidad pueden ser tan fuertes que en muchos casos prevalecen con posterioridad a dicho aprendizaje, por lo cual se pueden encontrar en alumnos de primer curso de la licenciatura con formación probabilística previa en el Bachillerato.

OBJETIVOS Y DESCRIPCIÓN DE LA ENCUESTA

El objetivo básico de la realización de esta encuesta consiste en la evaluación de la presencia de obstáculos en los estudiantes de primer curso de Economía y A.D.E. para afrontar el aprendizaje de la probabilidad en un sentido amplio. Es decir, no sólo de los conceptos formales sino también de otros de uso común en la práctica diaria de la vida profesional o laboral del futuro licenciado.

Descendiendo a un estrato más específico, se han analizado las habilidades o capacidades de los estudiantes encuestados para**:

- a) Ordenar expresiones cualitativas de probabilidad.
- b) Actualizar la información a medida que ésta es recibida.

Para cada uno de los objetivos específicos mencionados se ha elaborado una pregunta con varios apartados. Las preguntas del cuestionario que analizamos en este trabajo son las siguientes:

OBJETIVO A

1.- Ordene de menor a mayor probabilidad los siguientes adjetivos (numerándolos de 1 a 12):

- | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> INCIERTO | <input type="checkbox"/> ESPERADO | <input type="checkbox"/> IMPOSIBLE | <input type="checkbox"/> CREIBLE |
| <input type="checkbox"/> CASUAL | <input type="checkbox"/> PROBABLE | <input type="checkbox"/> INCREIBLE | <input type="checkbox"/> VEROSÍMIL |
| <input type="checkbox"/> POSIBLE | <input type="checkbox"/> DUDOSO | <input type="checkbox"/> INVEROSIMIL | <input type="checkbox"/> CIERTO |

OBJETIVO B

2.- De un grupo de reconocidos profesionales de nuestro país, formado en un 70% por Ingenieros y en un 30% por Abogados se han seleccionado al azar cinco representantes. Asigne la probabilidad (entre 0 y 1) de que cada uno de ellos sea ingeniero, sabiendo que:

- a) El Sr. García habla bien en público y es muy activo políticamente. Se interesa mucho por los problemas de los jóvenes y la lucha contra el SIDA
- b) La Sra. López tiene 38 años, está casada y tiene tres hijos. Está escribiendo una novela en sus ratos libres.
- c) El Sr. Sánchez cursó sus estudios en Barcelona y trabaja desde hace diez años en Madrid. Es muy hábil manejando los ordenadores.
- d) La Sra. Gómez trabaja y vive en San Sebastián, le gustan los muebles de diseño moderno y actual y también la floricultura.
- e) Del Sr. Pérez no se dispone de ninguna información.

* En los planes de estudios de las licenciaturas de Economía y de Administración y Dirección de Empresas de la Universidad de Málaga actualmente en vigencia hay tres cursos obligatorios de Estadística y uno optativo.

** La encuesta es más amplia y también se han introducido preguntas sobre el cálculo de probabilidades de uniones e intersecciones, distinguiendo entre sucesos dependientes e independientes, y sobre la calibración de la información. No obstante, por razones de espacio no se explotan en este artículo.

Además, se han incluido dos preguntas que hacen referencia al sexo y a tener cursados estudios previos de probabilidad en el bachillerato, de forma que permiten realizar análisis comparativos en función de estas variables.

El cuestionario se pasó a los estudiantes de primer curso de las licenciaturas antes mencionadas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Málaga, antes de comenzar con la materia correspondiente al curso relativo a la Teoría de la Probabilidad.

El número de cuestionarios cumplimentado fue de 569. No obstante, se ha depurado la información eliminando algunos casos, (distintos según la pregunta de que se trate), por estar incompletos o por contener respuestas inconsistentes. El número de casos finalmente analizados es de 430 para la pregunta del objetivo (a) y 484 para la pregunta del objetivo (b).

RESULTADOS

En esta sección describimos la explotación de la encuesta, tratando por separado los dos aspectos mencionados más en la descripción de la encuesta, a los que aluden las preguntas primera y segunda, respectivamente.

EXPRESIÓN VERBAL DE LA PROBABILIDAD

El uso de los conceptos de la Probabilidad en la práctica cotidiana pasa necesariamente por el filtro del lenguaje. No basta con un conocimiento exhaustivo de las leyes de la Probabilidad sino también de cómo transmitirlo a través de la expresión verbal. Moore (1977) menciona acertadamente que en el mundo de los negocios la incertidumbre se expresa verbalmente con términos como «probable, posible, ...». Este esquema sólo puede resultar satisfactorio si tanto el emisor como el receptor asignan el mismo significado preciso a cada término.

Ya desde niveles de edad inferiores se detectan dificultades en el uso del lenguaje para codificar los grados de la probabilidad. En el estudio de Green (1982) con niños del Reino Unido se concluye entre otros aspectos que los estudiantes encuentran problemas para comprender y usar el lenguaje común de la probabilidad, con términos tales como al menos, cierto o imposible. Ortiz, Batanero y Serrano (2001) señalan que en el lenguaje ordinario hay expresiones y referencias al azar y la probabilidad que no siempre coinciden con el significado que le asignan las matemáticas, lo cual dificulta a su vez la enseñanza de la probabilidad.

El lenguaje sirve para codificar los grados de la probabilidad, que habitualmente se traducen a través de adjetivos. Estos nos llevan a ordenaciones o gradaciones de la probabilidad de los sucesos. La experiencia que se ha realizado en este trabajo consiste en estudiar en qué grado una serie de adjetivos frecuentes son empleados o comprendidos de forma homogénea por los sujetos^{***}. Para realizar esta prueba se propone a los estudiantes que ordenen de mayor a menor grado la probabilidad que le inspiran la serie de adjetivos siguiente:

INCIERTO	ESPERADO	IMPOSIBLE	CREIBLE
CASUAL	PROBABLE	INCREIBLE	VEROSÍMIL
POSIBLE	DUDOSO	INVEROSÍMIL	CIERTO

Además de depurar los casos inconsistentes o incompletos, se ha necesitado reordenar los 27 casos que aparecieron con una ordenación en sentido inverso a la requerida en la pregunta.

Una primera impresión de los resultados obtenidos al analizar las respuestas muestra un grado aceptable de homogeneidad en las mismas. El estadístico W de Kendall (ver tabla 1) arroja un valor de 0,8459 para el conjunto de todas las observaciones (el valor asociado del estadístico χ^2 es de 4000,95, que hace rechazar la hipótesis nula de independencia entre las clasificaciones de los diferentes encuestados)^{****}.

^{***} Moore (1977) realiza un experimento semejante encuestando a 250 empresarios del Reino Unido acerca de los términos: quite certain, expected, likely, probable, not unreasonable that, possible, hoped, not certain, doubtful y unlikely.

^{****} En el estudio de Corradi y Lombardo (1989) para estudiantes de primer curso de Ciencias Económicas de la Universidad La Sapienza de Roma se encuentra un estadístico W de 0,89, bastante parecido al obtenido aquí.

El orden o gradación de menor a mayor probabilidad que resulta de la encuesta, atendiendo a las medias y medianas, se ha reflejado en la tabla 1 y no se encuentra en él ninguna anomalía importante.

Buscando un mayor detalle, se observa que los adjetivos con distribución de menor varianza son precisamente los extremos: imposible y cierto. Estos son por lo tanto los que menor confusión semántica crean (el 87% de los encuestados dieron al lugar 1 a imposible y el 90% dieron el lugar 12 a cierto).

Dentro de la homogeneidad apreciada aparecen algunos grupos de adjetivos que revelan un alto grado de sinonimia (reflejada en los diagramas de cajas de la figura 1): inverosímil-increíble, probable-posible-creíble-esperado, siendo más acusado en el caso de inverosímil-increíble por mostrar, además, varianzas menores. Por otra parte, las mayores varianzas observadas corresponden a los adjetivos posible, verosímil, probable y esperado, que además muestran recorridos muy amplios.

Atendiendo a la diferencia por sexo, en el gráfico de la figura 1, vemos que la distribución correspondiente a las mujeres ofrece una configuración ligeramente más homogénea, dato que viene corroborado por un estadístico W igual a 0,8588, mayor que el de los varones (0,8330). De la misma forma, las diferencias entre los estudiantes que no recibieron enseñanzas previas de probabilidad resultan en una distribución ligeramente más homogénea que los que sí la recibieron (0,8646 frente a 0,8417).

Descendiendo a los matices con más detalle, vemos por ejemplo que la diferencia entre probable y posible, si bien es pequeña, no es bien apreciada, puesto que en todos los grupos estudiados aparece probable con una gradación (media) inferior a posible, cuando debería ser al contrario (el 49% de los encuestados dieron una posición de mayor probabilidad a posible que a probable). Por otra parte, a verosímil se le da un rango mayor que a creíble, mientras que a increíble y a inverosímil les corresponde prácticamente el mismo lugar.

Tabla 1: Estadísticos descriptivos de las respuestas a la pregunta 1:

	TOTAL			MUJER			HOMBRE			CON ESTUDIOS PREVIOS			SIN ESTUDIOS PREVIOS		
	x-	Me	s ²	x-	Me	s ²	x-	Me	s ²	x-	Me	s ²	x-	Me	s ²
Imposible	1,18	1	0,29	1,22	1	0,39	1,13	1	0,17	1,19	1	0,31	1,15	1	0,22
Increíble	3,01	3	1,39	3,04	3	1,21	2,97	3	1,61	3,06	3	1,49	2,82	3	0,98
Inverosímil	3,01	3	1,20	2,96	3	0,89	3,09	3	1,55	3,01	3	1,19	3,03	3	1,23
Incierto	3,30	4	1,85	3,12	3	1,77	3,51	4	1,89	3,31	4	1,99	3,25	3	1,34
Dudoso	5,30	5	1,25	5,31	5	1,11	5,29	5	1,42	5,29	5	1,37	5,34	5	0,80
Casual	6,07	6	1,74	6,10	6	1,69	6,04	6	1,82	6,04	6	1,66	6,18	6	2,04
Probable	8,51	8	2,81	8,49	8	2,51	8,53	9	3,18	8,57	9	2,95	8,26	8	2,24
Posible	8,73	9	3,14	8,86	9	2,92	8,57	8	3,36	8,67	9	3,00	8,94	9	3,64
Esperado	8,86	9	2,67	8,63	9	2,43	9,13	9	2,83	8,93	9	2,77	8,61	9	2,24
Creíble	8,97	9	2,46	9,09	9	2,28	8,82	9	2,64	8,94	9	2,59	9,10	9	1,93
Verosímil	9,24	10	2,89	9,32	10	2,83	9,15	9	2,96	9,18	10	3,00	9,51	10	2,41
Cierto	11,82	12	0,41	11,85	12	0,27	11,78	12	0,57	11,82	12	0,38	11,80	12	0,51
N	430			232			198			342			88		
W	0,8459			0,8588			0,8330			0,8417			0,8646		

Nota: W representa el estadístico W de concordancia de Kendall.

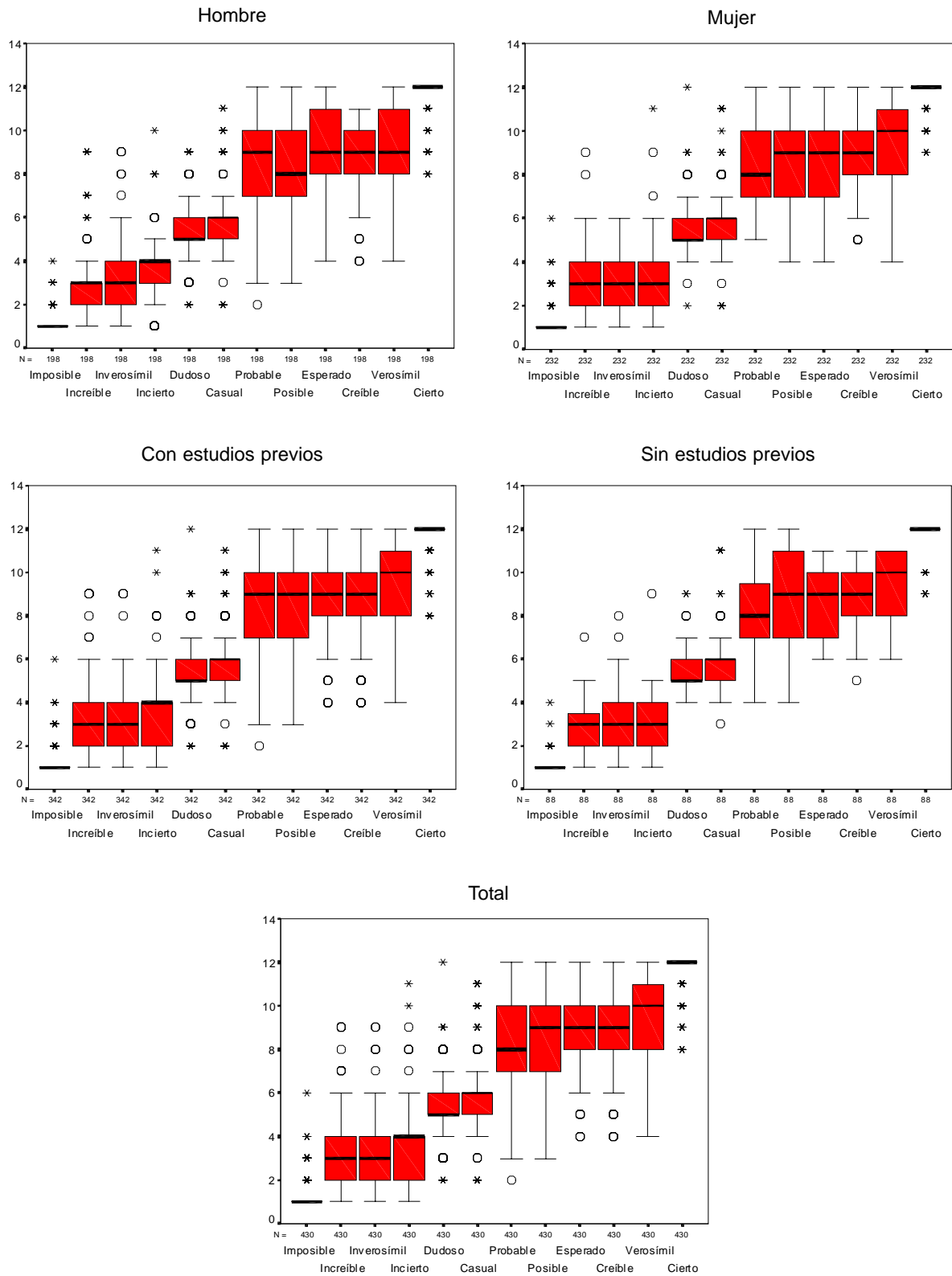


Figura 1: Representación de las distribuciones de las respuestas a la pregunta 1 (por sexo y estudios previos de probabilidad)

Los resultados de la explotación de esta pregunta muestran que los conceptos más básicos son entendidos y codificados con claridad y homogeneidad, sobre todo los casos extremos y la diferencia entre estos y los adjetivos del centro de la gradación.

No obstante, el alto grado de solapamiento en la distribución de los adjetivos y las discrepancias en las apreciaciones de los matices ponen de manifiesto la posible falta de práctica en la codificación al lenguaje verbal de los términos probabilísticos, advirtiéndose diferencias no muy grandes entre alumnos con y sin formación previa. En este punto podemos hacer referencia al estudio de Ortiz, Batanero y Serrano (2001) sobre el lenguaje probabilístico en dos de los libros de texto más usados en el Bachillerato.

En uno de ellos no aparecen graduaciones cualitativas de la probabilidad y en el que ofrece una mayor riqueza verbal no se encuentran todos los términos que se han usado en este trabajo. En este sentido, parece adecuado insistir en los cursos de probabilidad y estadística en general en la necesidad de realizar trabajos escritos para fomentar las habilidades escritas (u orales) de los estudiantes en relación con la probabilidad.

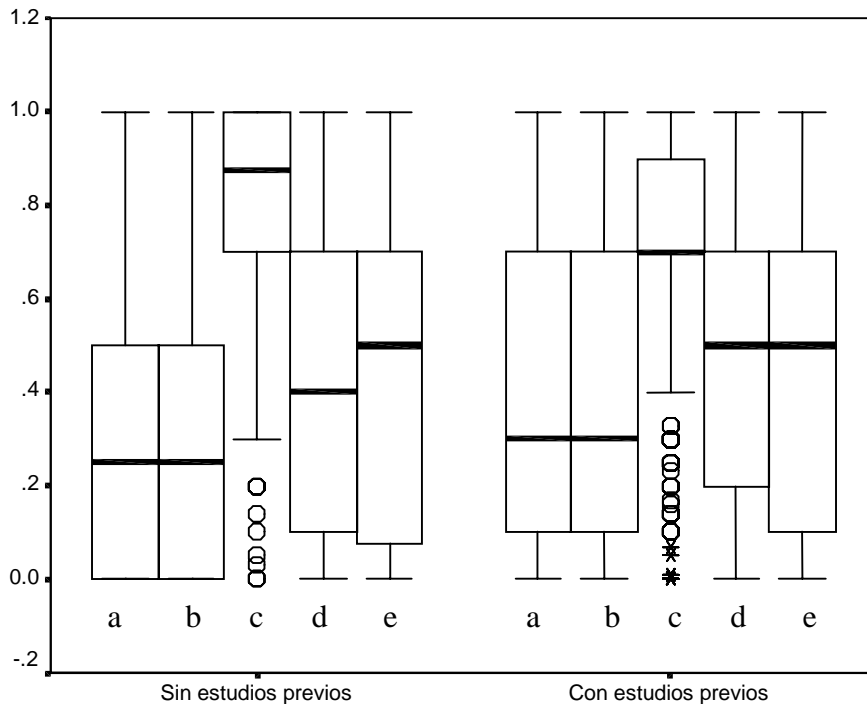
3.2. ACTUALIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Una adecuada actualización de la información es fundamental para la organización de información, sobre todo cuando se manejan grandes cantidades. Esto es frecuente en la actividad cotidiana de los licenciados en Economía y en A.D.E. Es necesario internalizar esquemas que organicen, clasifiquen y sistematicen los diferentes componentes de la información y les asignen su primacía correspondiente, sabiendo valorar informaciones objetivas y subjetivas en su justa medida, y también evitar que se vean distorsionadas por efectos temporales, dando más importancia a informaciones posteriores frente a las anteriores.

Es muy frecuente que los sujetos tiendan a dar más importancia a la información que reciben en último lugar frente a la que disponen con anterioridad. Cuando se produce una secuencia de informaciones relativas a la probabilidad de diversos sucesos, los individuos deberían ir actualizando su esquema probabilístico a medida que se incorpora nueva información. Además, los sujetos no familiarizados con la Estadística suelen dar más fe a la descripción o representación de los atributos de la población que a la información cuantitativa. Esto es lo que Tversky y Kahneman (1982) denominan *base-rate fallacy*, que es una consecuencia de la aplicación de la heurística de la representatividad (los sujetos sin formación estadística suelen estimar las probabilidades de ocurrencia de una muestra según ésta se parezca más o menos a la representación de alguno o algunos aspectos que conoce de la población).

Para estudiar la eficiencia y coherencia de este proceso se ha elaborado la pregunta 2, detallada en el epígrafe 2. El objetivo de la misma es analizar el proceso de asignación de probabilidades a medida que se va incrementando la información disponible, y cómo esta se va actualizando para formar las probabilidades.

El enunciado de la pregunta contiene la información inicial, común para las cinco cuestiones, la cual conduce a una asignación de probabilidad 0,7 a cada uno de los sucesos propuestos. Sin embargo, para cada uno de ellos se ofrece una información adicional que puede ser interpretada subjetivamente por cada estudiante llevando a cualquier asignación de probabilidad consistente. No obstante, en la cuestión e) no se ofrece información adicional (esto queda explícitamente mencionado), de forma que la probabilidad correcta debe ser la mencionada inicialmente 0,7 (puesto que sólo la información inicial es relevante). Este caso es más simple que el problema del taxi estudiado en Shaughnessy (1982) y Tversky y Kahneman (1980), en el cual los estudiantes se enfrentan a una probabilidad de Bayes y la mayoría ignora las probabilidades iniciales del enunciado. Aún así, este caso se puede enmarcar dentro de la categoría de errores derivados de ignorar la información de las tasas iniciales (*neglecting base rates data*). Según Shaughnessy (1982), entre otros, este error es muy frecuente cuando sujetos no familiarizados con las leyes de la probabilidad hacen estimaciones de probabilidades usando varias piezas de información que tienen que ser integradas.



En el diagrama de cajas de la figura 2 se puede apreciar que la distribución de respuestas según cada cuestión está claramente centrada en los valores 0,7 y 0,3 para las tres primeras cuestiones y en 0,5 para la cuarta y la quinta. Los sujetos que no seleccionan la probabilidad 0,7 están realizando la estimación de probabilidad usando sus sistemas de creencias en lugar de realizar un razonamiento probabilístico Shaughnessy (1982). De acuerdo con este autor, la información de base se olvida si viola el sistema de creencias o ideas preconcebidas del sujeto. Parece ser que las informaciones adicionales ofrecidas en las cuestiones a, b y c han parecido relacionadas con los sucesos del enunciado (ser abogado o ingeniero), mientras que la información del apartado d y la falta de información del apartado e han llevado a muchos a seleccionar la probabilidad 0,5, ignorando la información inicial del enunciado. Los diagramas de cajas diferenciados según si poseen nociones previas de probabilidad, presentan distribuciones prácticamente similares, posible síntoma de que las nociones previas que se poseen no han reforzado los mecanismos correctos de actualización la información a medida que ésta es recibida para asignar probabilidades a sucesos concretos.

En la tabla 2 se encuentran los resultados de la tabulación de las respuestas al apartado e). En ella se observa que sólo el 32,44% de los encuestados dieron una respuesta consistente con el mecanismo correcto de actualización de la información. En el diagrama de cajas de la figura 3 (en el que están representadas las distribuciones de respuestas para las cinco cuestiones) se observa que los que dieron 0,7 al apartado e ofrecen distribuciones muy parecidas entre sí, con menos variación de una cuestión a otra, y curiosamente, todas con mediana en 0,7.

En cambio, aquéllos individuos que asignan una probabilidad 0,5 a suceso del apartado e han ignorado por completo la información inicial. El porcentaje de individuos que han asignado esta probabilidad asciende al 20,45% del total de los encuestados. En el diagrama de cajas se aprecian distribuciones marcadamente distintas entre cuestiones.

Otra desviación muy frecuente respecto a la respuesta adecuada es la que propone el valor 0 a la cuestión e). Este caso se lleva el 22,31% de las respuestas. La interpretación de este comportamiento podemos analizarla acudiendo al diagrama de cajas de la figura 3. En el observamos que los individuos que dieron probabilidad nula a la cuestión e) han dado en su gran mayoría respuestas unitarias o nulas a las restantes cuestiones, que en el gráfico se refleja con distribuciones muy asimétricas, tanto frente a 0 (respuestas a,b y d) o frente a 1

(respuestas c y e). Nos encontramos en estos casos con individuos que polarizan su percepción de la probabilidad en los extremos del intervalo y parecen encontrar dificultad en asignar probabilidades dentro del intervalo (0,1). Esta polarización está en consonancia con los resultados del estudio realizado por Green (1982) en el Reino Unido en el que se detecta que en niños de 11 a 16 años las probabilidades altas se identifican muy a menudo con la certeza y las probabilidades bajas con la imposibilidad. En este sentido, Konold (1989) menciona en su estudio como una de las consecuencias del denominado *outcome approach* la reducción de los valores de la

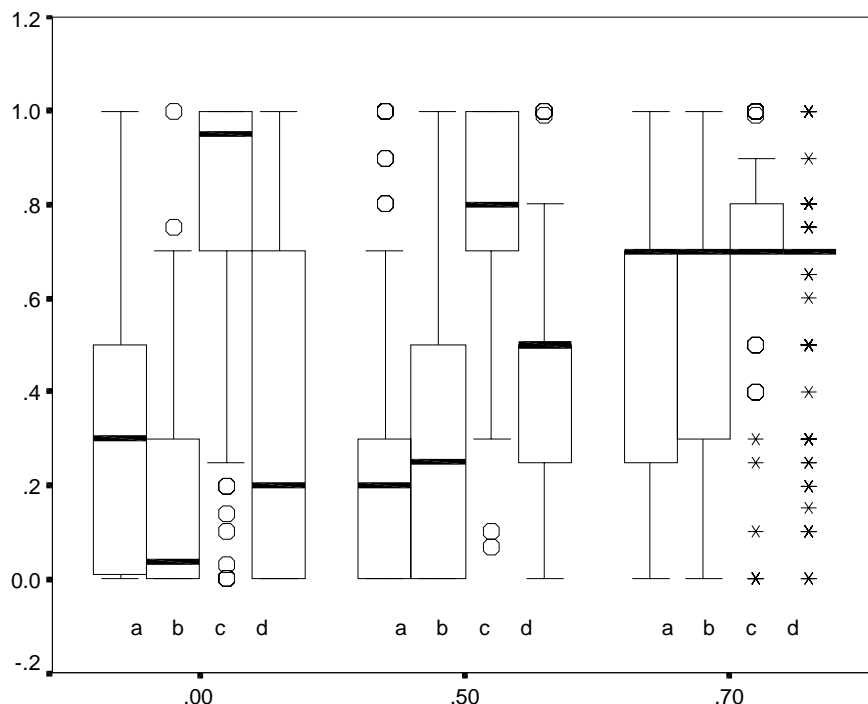


Figura 3: Distribuciones de frecuencias de las respuestas a 2.a, 2.b, 2.c y 2.d según la respuesta a

Tabla 2: Distribución de frecuencias de las respuestas a 2.e)

Probabilidad	Total	Con estudios previos (%)	Sin estudios previos (%)
0,00	22,21	21,91	23,96
0,10	9,09	9,02	9,38
0,20	4,55	4,90	3,13
0,30	4,75	4,38	6,25
0,40	0,41	0,26	1,04
0,50	20,45	20,10	21,88
0,60	1,03	1,03	1,04
0,70	32,44	34,54	23,96
0,80	1,24	1,29	1,04
0,90	0,00	0,00	0,00
1,00	3,72	2,58	8,33

CONCLUSIONES

En primer lugar hay que señalar que los resultados obtenidos en este trabajo no pueden ser considerados, en modo alguno, generalizables. Hay que tener en cuenta que se han obtenido de una muestra de estudiantes de primer curso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Málaga y por tanto se refieren exclusivamente a este ámbito. A pesar de ello, las conclusiones del estudio pueden ser reveladoras de patrones que se repiten en otros lugares, dadas las coincidencias con estudios similares reseñados en el texto.

Una primera y clara constatación que se ha revelado en este trabajo es la dificultad encontrada en algunos estudiantes para asignar, subjetiva y objetivamente, probabilidades dentro del intervalo (0,1). Una parte de estos se decanta con frecuencia por los valores extremos (asignando probabilidades nulas y unitarias) y otra parte tiende a trabajar sólo con subdivisiones de amplitud 0,5 o 0,25. Estos estudiantes están utilizando para asignar probabilidades el *outcome approach* de Konold (1989). Esta apreciación se ve reforzada con la diferencia observada en la gradación de los adjetivos entre la clara unanimidad en los relativos a los extremos, por un lado, y la mayor dispersión en los adjetivos que corresponden al interior del intervalo (0,1) por otro. Además, se ha encontrado que estos estudiantes tienen problemas para la asignación de probabilidades a la unión y a la intersección de sucesos, sobre todo en caso de dependencia.

Entre los aspectos generales estudiados, tenemos, por un lado, que el experimento realizado sobre la codificación verbal de la probabilidad (gradación de los adjetivos) ofrece una distribución bastante homogénea, con apreciaciones incorrectas sólo en pequeños matices. En cambio, en el estudio sobre la actualización de la información encontramos que sólo la tercera parte de lo encuestados ha respondido de forma correcta.

Un aspecto importante que se ha tratado de analizar es las diferencias entre los estudiantes que han tenido una experiencia previa en contenidos de probabilidad (la mayoría, en torno al 80%) y los que no se han enfrentado nunca a los mismos. La principal conclusión en este terreno es que sólo se revelan diferencias en aspectos muy concretos y éstas no parecen muy altas. No obstante, la magnitud de estas discrepancias es inferior a las importantes divergencias e inconsistencias encontradas dentro de cada grupo. Esto parece indicar que las ideas intuitivas en ambos grupos de estudiantes son tan parecidas que no han sido modificadas sustancialmente en aquellos que han recibido una formación previa; o que los estudiantes que tenían concepciones erróneas acerca de la probabilidad las poseían con un grado de arraigo tan fuerte que la formación estadística que recibieron no ha conseguido cambiarlas, tal y como señalan, entre otros Konold (1995) y Garfield (1995).

Por ello parece adecuado insistir aquí en la necesidad de afrontar la enseñanza de la probabilidad y la estadística en general desde una perspectiva amplia, en la que se tengan en cuenta los obstáculos analizados en este trabajo con los que el docente debe enfrentarse.

Es muy importante, por un lado, desarrollar adecuadamente la percepción verbal, puesto que condiciona mucho la imagen mental del espacio muestral y de la información inicial para formular las probabilidades. Y por otro la posterior codificación al lenguaje de los resultados obtenidos o simplemente intuitivos. En el *curriculum* de Estadística en la licenciaturas de Economía y A.D.E. puede lograrse empleando siempre referencias al mundo económico y empresarial, que hay que traducir al lenguaje formal de la Estadística para su análisis y finalmente verter los resultados de nuevo al lenguaje verbal y su referente económico.

También es necesario reforzar mediante la enseñanza de la probabilidad y de la estadística en general los mecanismos mentales o internos de organización y actualización de la información para poder obtener un rendimiento adecuado de la misma. En el epígrafe 3.2 hemos visto que hay un porcentaje elevado que no realiza esto bien y cae en la «trampa» de emplear sólo la última información recibida, olvidando la primera. Este objetivo debe estar presente en el curso de probabilidad, enseñando a valorar la información y sobre todo a ordenarla según su importancia y no temporalmente. En la misma línea, habría que tratar de habituar al estudiante a evaluar su propia información o percepción de la probabilidad.

Así mismo, se debe familiarizar a los estudiantes a desarrollar hábitos críticos para que se pregunten, tal y como proponen Garfield y del Mas (1991), al resolver cualquier problema cuestiones como «¿es posible que esté haciendo una presunción incorrecta?» o «¿hay alguna información que no esté usando y debería usar?».

Estas últimas sugerencias se pueden materializar en los cursos de probabilidad y de estadística en general introduciendo casos prácticos en los que hubiera que tratar con informaciones o apreciaciones de la realidad económica, con diversas informaciones para calibrar, evaluar y organizar, en los que se planteen toma de decisiones basadas en resultados de la evaluación o el procesamiento de la información y en los que se requiera una expresión verbal final de los resultados, ya sea oral o escrita. Con este proceder se puede conseguir que los estudiantes no asimilen los conceptos aislados en un espacio abstracto, sino que los integren en la realidad a la que tendrían que enfrentarse en su futura vida profesional.

Para concluir este trabajo se debe señalar que los profesores también pueden extraer beneficios del conocimiento de las concepciones previas a la formación estadística (aunque sean incorrectas) que poseen los alumnos. De acuerdo con Shaughnessy (1992) los profesores deben familiarizarse con las concepciones estocásticas preexistentes de los alumnos antes de enseñar los conceptos matemáticos y estadísticos y para ello se necesita realizar más investigación sobre estos aspectos, sobre todo la conducente al desarrollo de instrumentos para la evaluación de dichas preconcepciones con formatos accesibles y un uso sencillo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero, C. y Serrano, L. (1995): "La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas", *Uno* 5, pp. 15-28.

Corradi, F. y Lombardi, E. (1989): «L'insegnamento della probabilità: Da dove cominciare?», *Statistica Applicata*, Vol. 1, n°4, pp. 417-436.

Dawid A. P. (1982): «The Well-Calibrated Bayesian», *Journal of the American Statistical Association* 77, 379, pp. 605-613.

Fischbein, E. y Gazit, A. (1982): "Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions?", en *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, II, Universidad de Sheffield, pp. 738-752.

Garfield, J. (1995): "How Students Learn Statistics?", *International Statistical Review* 63, 1, pp. 25-34.

Garfield, J. y del Mas, R. (1991): "Students Conceptions of Probability", *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, Otago University Press, Dunedin, Nueva Zelanda, pp. 340-349.

Garfield, J. y Gal, I. (1999): "Assessment and statistics education: current challenges and directions", *International Statistical Review* 67,1, pp.1-12.

Giroto, V. y González, M. (2001): "Solving probabilistic problems: a matter of information structure and question form", *Cognition* 78, pp. 247-276.

Green, D. R. (1982): "A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years", en *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, II, Universidad de Sheffield, pp. 766-783.

Hirsch, L.S. y O'Donnell, A. M. (2001): "Representativeness in Statistical Reasoning: Identifying and Assessing Misconceptions", *Journal of Statistics Education*, 9, 2.

Joliffe F.R. (1991): "The Loss of Intuition- A Lesson for the School Teacher?", *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, Otago University Press, Dunedin, Nueva Zelanda, pp. 350-356.

Kahneman, D. y Tversky, A. (1972): "Subjective probability: A judgement of representativeness", *Cognitive Psychology* 3, pp. 430-454.

Kahneman, D. y Tversky, A. (1973): "Availability: An heuristic for judging frequency and probability", *Cognitive Psychology* 5, pp. 207-232.

Konold, C. (1989): "Informal Conceptions of Probability", *Cognition and Instruction*, 6, pp. 59-98.

Konold, C. (1991): "Understanding students: beliefs about probability ", en Glasserfeld, E. (ed.) *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 139-155.

- Konold, C. (1995): "Issues in Assessing Conceptual Understanding in Probability and Statistics", *Journal of Statistics Education* 3, 1.
- Konold, C., Pollastek, A., Well, A., Hendrickson, J. y Lipson, A. (1991): "The Origin of Inconsistencies in Probabilistic Reasoning of Novices", *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, Otago University Press, Dunedin, Nueva Zelanda, pp. 357-362.
- Konold, C., Pollastek, A., Well, A., Lohmeier, J. y Lipson, A. (1993): "Inconsistencies in Students' Reasoning About Probability", *Mathematics Education* 24, 5, pp. 392-414.
- Moore, P. G. (1977): "The Manager's Struggles with Uncertainty", *Journal of the Royal Statistical Society A* 140, pp. 129-165.
- Moore, P. G. (1997): "New pedagogy and new content: the case of statistics", *International Statistical Review* 65, 2, pp. 123-137.
- Ortiz, J. J., Batanero, C. y Serrano, L. (2001): "El lenguaje probabilístico en los libros de texto", *Suma* (en prensa).
- Serrano, L., Batanero, C. y Ortiz, J. J. (1996): "Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato", *Suma* 22, pp.43-49.
- Shaughnessy, J. M. (1977): "Misconceptions of probability: An experiment with a small-group activity-based model building approach to introductory probability at the college level", *Educational Studies in Mathematics* 8, pp.285-316.
- Shaughnessy, J. M. (1982): "Misconceptions of probability, systematic and otherwise: teaching probability so as to overcome some misconceptions", en *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*, II, Universidad de Sheffield, pp. 784-801.
- Shaughnessy, J.M. (1992): "Research in Probability and Statistics: Reflections and directions", en Growus, D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan, Nueva York, pp. 465-494.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1980): "Causal schemes in judgement under uncertainty", en Fischbein, M. (ed.) *Progress in social psychology*, L. Erlbaun, Hillsdale, N.J.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1982): "Judgements of and by representativeness", en Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (eds.) *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*, Cambridge University Press, pp. 84-100.
- Tversky, A. y Kahneman, D. (1983): "Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgement", *Psychological Review* 90, 4, pp.293-315.

ENSENYAR ESTADÍSTICA A CATALUNYA: UNA FEIXUGA I ENGRESCADORA EXPERIÈNCIA COL·LECTIVA

Barceló Vidal, Carles

*Càtedra «Lluís Santaló» d'Aplicacions de la Matemàtica,
Universitat de Girona
carles.barcelo@udg.es_ <http://ima.udg.es/~cls/>*

Gomà Nasarre, Antoni

*IES «Joanot Martorell», Esplugues (Barcelona)
Subdirecció General de Tecnologies de la Informació
de la Conselleria d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya
agoma@pie.xtec.es_ <http://www.xtec.es/>*

1. Antecedents

A les primeres pàgines del llibre «*Teaching Statistics 11-16*»^[9] publicat pel *Schools Council Project on Statistical Education* podem llegir:

«Durant els anys 60 a Anglaterra i al País de Gal·les hi havia una creixent insatisfacció sobre l'estadística que s'explicava a les escoles d'ensenyament secundari. Els professors estaven descontents pel fet d'haver d'explicar una matèria per a la qual no havien estat preparats. Molts professionals de l'estadística consideraven que l'estadística que s'ensenyava a les escoles no reflectia suficientment la naturalesa eminentment pràctica d'aquesta matèria, no tenia en compte la dificultat de comprensió subjacent en molts conceptes de tipus estadístic i, finalment, es limitava a l'aplicació rutinària d'una sèrie de fórmules. ...»

A mitjans dels anys 80 –amb una mica de retard, doncs, amb relació al Regne Unit– una part del professorat de matemàtiques de l'ensenyament secundari a Catalunya feia també seves aquestes crítiques a l'estat de l'ensenyament de l'estadística als centres de batxillerat catalans, i actuant més com a «franc tiradors» que no pas en el marc d'un pla global d'actuació intentava buscar alternatives d'actuació. És en aquest context que, gràcies a la iniciativa del professor E. Bonet, el Consorci d'Informació i Documentació de Catalunya i la CIRIT organitzaren l'any 1986 unes jornades sobre «L'Estadística a l'ensenyament i a la societat» en el qual es va donar a conèixer el material elaborat pel *Schools Council Project on Statistical Education*^[8,9,10] abans esmentat, sota la supervisió del Departament de Probabilitats i Estadística de la Universitat de Sheffield (Regne Unit).

Aquestes jornades, juntament amb l'estada durant un mes del professor C. Barceló en el *Centre for Statistical Education* –dirigit pel professor P. Holmes de la Universitat de Sheffield– per conèixer de primera mà l'aplicació i el desenvolupament del projecte de reforma de l'ensenyament de l'estadística a les escoles anglosaxones, varen ser els detonats de les accions posteriors encaminades a la reforma de l'ensenyament d'aquesta disciplina als centres de secundària catalans. La Direcció General de Batxillerat de la Conselleria d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya va difondre a tots els centres educatius l'informe^[5] elaborat per C. Barceló després de la seva estada al Regne Unit, i a partir d'aquí es va crear l'any 1986 el Seminari Permanent d'Estadística de Catalunya que, amb el suport de l'Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona, va mantenir la seva activitat fins a 1991.

Durant aquests cinc anys d'activitat del Seminari Permanent es va generar un intens debat intern sobre quins havien de ser els continguts d'Estadística que s'havien d'introduir en els currículums escolars de secundària, i quina havia de ser la metodologia que s'havia d'aplicar. En qualsevol cas, es compartien plenament els principis inspiradors del projecte de reforma anglès i el material didàctic «*Statistics in your world*»^[10] era punt de referència constant.

2. El projecte anglès «L'Estadística en el vostre món»

El fet que les activitats inicials de la reforma de l'ensenyament de l'estadística als centres de secundària de Catalunya fossin fortament inspirades en la reforma duta a terme al Regne Unit en el mateix sentit, justifica que dediquem un apartat a presentar de forma esquemàtica i molt abreujada els principis inspiradors d'aquest projecte anglès^[9] i a comentar molt ràpidament el material didàctic elaborat^[10]. El que segueix, doncs, ha estat confegit a partir de transcripcions literals o adaptacions de les traduccions al català^[9,10] d'aquestes dues publicacions.

L'ensenyament de l'estadística dels 11 als 16 anys

Què és l'estadística?

L'estadística no cal considerar-la ni com una part de la matemàtica ni com un conjunt de tècniques que cal aprendre i fer servir. Qualsevol definició de l'estadística hauria de ser suficient ampla per tal d'abastar des de la feina que fa l'investigador estadístic fins la que realitzen els responsables governamentals de la confecció de les estadístiques oficials. D'aquesta manera, l'estadística apareix com una disciplina eminentment pràctica dedicada a l'obtenció i al processament de conjunts de dades amb la finalitat d'obtenir conclusions o inferències que sovint es poden fer extensives més enllà de les pròpies dades. L'estadística es preocupa d'obtenir dades

que siguin correctes, el que fa que hagi de tractar tota la problemàtica relacionada amb els dissenys experimentals i l'elecció de mostres. Les dades amb què treballa són reals i procedeixen de contextos i aplicacions molt diferents (socials, comercials, mèdics, ciències físiques i ciències biològiques).

Per tant, caldria definir l'estadística com la ciència que es dedica a l'estudi i a l'anàlisi de dades. Això fa que l'estadística hagi de tractar tots els problemes derivats de la recollida, ordenació, representació, anàlisi i interpretació dels diferents tipus de dades amb les quals ens podem trobar. També ha de tractar tota la temàtica relacionada amb la formulació de prediccions i inferències, i en la presa de decisions. Tot plegat fa que el context en el qual es recullen les dades esdevé d'una importància vital i no pot ésser ignorat. El fet que qualsevol tipus de dades porti implícit la presència d'un cert grau d'incertesa fa que també es defineixi l'estadística com l'àrea del coneixement que tracta tota la problemàtica que gira al voltant de la presa de decisions davant de situacions d'incertesa. La probabilitat ens proporciona la manera de mesurar aquesta incertesa, i per aquest motiu els models probabilístics són els fonaments de gran part de la teoria estadística. Resulta, doncs, imprescindible disposar d'uns mínims coneixements de la teoria de la probabilitat si es vol profunditzar mínimament en els mètodes estadístics.

Per què ensenyar estadística dels 11 als 16 anys?

- *L'estadística és una part integral de la nostra cultura.* Vivim en un món que fa servir cada vegada més idees estadístiques tot esperant que els ciutadans les entenguin. Si volem preparar els nostres alumnes per viure en aquest món hem d'iniciar-los en el coneixement de moltes idees bàsiques: la interpretació d'enquestes, la convivència amb la incertesa, la presentació i la realització de deduccions a partir de conjunts de dades, la utilització d'estimacions encara que no siguin prou aproximades, el coneixement de la informació que ens proporcionen –i també de la que no ens proporcionen– els valors mitjans, la informació que ens proporcionen les taules estadístiques i els pictogrames, ... Els alumnes haurien d'arribar a ser conscients que la variabilitat és un fet intrínsecament estadístic –present, p.e., en els jocs amb apostes– i que les estimacions només poden millorar-se tot incrementant el nombre d'observacions.
- *L'estudi de l'estadística ajuda a desenvolupar les habilitats numèriques bàsiques dels estudiants.*
- *L'estadística és present en el treball de moltes persones.*
- *L'estudi de l'estadística ajuda al desenvolupament personal dels alumnes.* La realització d'investigacions estadístiques ajuda l'alumne a prendre consciència dels problemes que es presenten a l'hora de buscar la veritat de les coses i de reflectir-la fidelment. Això l'ha d'ajudar a adquirir una maduresa crítica en la lectura d'informes i d'altres documents, sobretot a l'hora de valorar fins a quin punt el contingut d'aquests resulten dignes de crèdit. També el prepara per a la millor redacció d'aquests tipus d'informes. Si l'ensenyament de l'estadística es realitza amb aquest enfocament, ajudarem a incrementar el coneixement crític del alumne. També l'ajudarem en la seva maduració pel fet de tractar problemes del món en què viu i del món futur en què viurà. I possibilitarem també la creació de lligams entre el desenvolupament educatiu de l'alumne i el món dels adults.
- *L'estadística suposa una important aplicació de les matemàtiques.*
- *L'estadística és una part important de moltes matèries del currículum.* Cada vegada més hi ha la tendència a introduir aspectes quantitius en moltes matèries del currículum escolar. Els biòlegs dissenyen experiments de control que sovint comporten comparacions de tipus estadístic: estudien l'evolució temporal del creixement i d'altres fenòmens naturals, fan estimacions del nombre d'unitats de determinades poblacions amb ajuda de mostres o aplicant mètodes de captura-recaptura, etc. Els físics realitzen mesures amb la major aproximació que els és possible però fan servir la mitjana aritmètica per millorar l'aproximació tot tenint en compte la variabilitat dels resultats obtinguts en successives repeticions d'un mateix experiment. Els geògrafs utilitzen les dades dels censos de població per fer previsions sobre la duració dels recursos naturals o el creixement i l'evolució de les ciutats, etc.
- *L'ensenyament de l'estadística a l'ensenyament secundari posa els fonaments per la seva utilització en l'educació superior.*

Quin tipus d'estadística s'ha d'ensenyar?

· *Una estadística per a tothom.* Donat que l'estadística és important per a tots els ciutadants ha de formar part del currículum escolar obligatori. Ha d'estar concebuda per què sigui útil tant al ciutadà normal que deixarà l'escola als 16 anys com per a aquell que continuarà estudis més especialitzats.

· *L'estadística és una disciplina que treballa amb dades.* El treball estadístic a classe ha de procurar fonamentalment mostrar als alumnes de quina manera han de tractar els problemes que sorgeixen d'un context pràctic. Per tal que resulti útil i comprensible per a tots els alumnes, el treball no podrà ser ni massa teòric ni massa abstracte. Si l'aproximació a un determinat tema es realitza a partir de l'experimentació i de l'anàlisi de dades reals es millorarà substancialment la comprensió per part de l'alumne.

Alguns conceptes estadístics, com ara els relacionats amb la inferència, són importants, però la seva fonamentació teòrica requereix d'un substrat matemàtic superior al que posseeixen la majoria dels alumnes de secundària. En aquest casos s'han de buscar estratègies basades en simulacions, jocs, etc. per tal d'incrementar la comprensió d'aquests conceptes per part dels alumnes sense recórrer a la utilització cega de la «recepta matemàtica».

· *L'estadística és útil i ajuda a resoldre problemes reals.* L'ensenyament de l'estadística ha d'estar basat en problemes reals. Si de les dades se'n desprenen conclusions reals, encara que siguin molt simples, s'han de presentar als alumnes. Sempre que sigui possible, s'han d'utilitzar dades reals ja que aleshores serà possible extreure conclusions útils dels problemes que hagin pogut generar el conjunt de dades. La utilització de dades falses o fictícies no predispesa gaire a l'obtenció de conclusions. Més aviat, predispesa a pensar que són molt més importants les tècniques que s'utilitzen que no pas els resultats finals que se'n deriven.

Objectius bàsics de l'ensenyament de l'estadística

L'ensenyament de l'estadística d'11 a 16 anys persegueix dos objectius fonamentals:

· Arribar a conèixer i apreciar la importància del paper que juga l'estadística a la nostra societat. És a dir, conèixer la majoria de camps en què es fan servir conceptes estadístics sense oblidar el paper que juga l'estadística en altres disciplines acadèmiques.

· Mostrar l'àmbit d'aplicació de l'estadística. És a dir, tenir una idea del tipus de preguntes que es poden respondre amb l'ajuda de l'estadística i conèixer les potencialitats i les limitacions del pensament estadístic.

Aquest enfocament de l'ensenyament de l'estadística comporta que els alumnes apliquin les idees estadístiques en la major varietat possible de situacions pràctiques per tal que vagin adquirint experiència dels camps en què es pot aplicar l'estadística i dels diferents nivells de decisió estadística que es poden realitzar, sempre d'acord amb l'edat i la capacitat dels alumnes. Aquest doble objectiu es pot interpretar fàcilment a partir de la següent taula de doble entrada:

a El paper de l'estadística en l'escola i la societat

b. L'abast de l'Estadística	Matemàtiques	Humanitats	Ciències	Ciències Socials	Altres
Recollida de dades					
Tabulació i representació de dades					
Resum de dades					
Probabilitat					
Interferència					

Jornades europees d'estadística

L'ensenyament i la difusió de l'estadística

La forma tradicional d'ensenyar l'estadística pren com a punts de sortida les cinc categories de conceptes indicades en les cinc files del quadre anterior. Cada categoria és tractada en tota la seva extensió d'una forma més o menys aïllada. Una conseqüència immediata d'aquest enfocament és que les àrees d'aplicació de l'estadística juguen un paper secundari, i apareixen només en els exercicis dels alumnes gairebé com una curiositat. Per altra part, les diferents tècniques estudiades difícilment es posen en pràctica de forma simultània per tal de resoldre una determinada situació. Un altre inconvenient és que, amb aquest enfocament, en molt pocs casos l'alumne es troba amb la necessitat de prendre una decisió sobre el tipus de tècniques estadístiques que resulta millor aplicar. Tampoc té en compte l'efecte del context en les dades que està tractant i per tant no desenvolupa ni l'apreciació ni la comprensió que se suposa ha de tenir qualsevol futur ciutadà i qualsevol futur usuari de l'estadística en estudis posteriors.

Per tal de superar les deficiències d'aquest plantejament tradicional, cal prendre com punts de sortida les cinc categories que figuren en les columnes del quadre anterior. Fins allà on és possible, es pren un problema o situació que es considera interessant i a l'abast de l'alumne, i en el decurs de la seva resolució o aprofundiment es van presentant les tècniques estadístiques apropiades que es necessiten.

L'estadística en el currículum

L'estadística és per naturalesa una matèria inter i multidisciplinària. És interdisciplinària pel fet d'emprar uns conceptes i unes tècniques que són emprades també en altres disciplines. I és multidisciplinària pel fet que moltes disciplines utilitzen l'estadística a l'hora d'abordar determinats problemes. Fins ara molt pocs centres escolars tenen departaments específics d'estadística i molt pocs professors es consideren especialistes en estadística, tot i que molts professors han d'utilitzar tècniques estadístiques en les seves classes.

Aquesta combinació de circumstàncies no facilita la inclusió de l'estadística en el currículum escolar. El seu caràcter multidisciplinari fa que trobem l'estadística enormement repartida en moltes parts del currículum escolar, i explicada, per tant, per professors molt diferents. Això comporta que ni els alumnes ni els professors arriben mai a adquirir una visió global del paper que juga l'estadística. Per altra part, es produeix una repetició de conceptes ja que tot sovint els professors d'un seminari desconeixen el que expliquen els col·legues dels altres seminaris didàctics.

Tot i que molts professors hi poden estar interessats, sovint cap d'ells es considera un expert. Se senten incòmodes a l'hora de presentar una temàtica per a la qual no han estat preparats. De vegades ho provoca el fet que la matèria que expliquen ha evolucionat tot introduint una major quantificació de la que era present quan la van començar a explicar. Això fa que, sovint, els professors de matèries aplicades no utilitzin tots els recursos estadístics que es podrien aplicar, fet que incrementaria la comprensió de la pròpia matèria.

Els professors no especialistes tampoc s'adonen de les situacions en què seria profitós utilitzar l'estadística i, d'aquesta manera, els alumnes perden la possibilitat de tractar un tema que podria resultar interessant i, alhora, de comprovar la potència i profunditat del pensament estadístic.

Quan no hi ha departament d'estadística, aquesta és considerada com una part de les matemàtiques i es presenta com una lliçó més del currículum de matemàtiques. D'aquesta manera, l'alumne adquireix una visió molt diferent de la que hagi pogut adquirir en altres disciplines. Tot sovint, hi ha un abisme entre la forma un tant avorrida i molt tècnica amb què es presenta l'estadística a les classes de matemàtiques sense gairebé preocupar-se de les seves aplicacions a problemes reals, i la manera molt menys rigorosa amb què se sol presentar en altres disciplines a l'hora d'abordar la resolució de determinats problemes. Aquesta divergència pot venir motivada pel fet que el matemàtic no es preocupa de les aplicacions que utilitzen les tècniques que vol explicar, mentre que els professors de les altres matèries no són conscients de l'amplitud o de la limitació de les tècniques que podria utilitzar i que li permetrien presentar millor els temes que explica. També s'hi ha d'afegir el neguit de la falta de temps que fa que molts professors, a l'hora de presentar un tema, prescindixin de les tècniques estadístiques, tot i ser conscients que aquelles ajudarien a entendre millor el tema.

En cas que els professors de diferents matèries decidissin utilitzar tècniques estadístiques, sorgiria immediatament el problema de la temporalització. ¿Com assegurar que les tècniques adients són presentades en l'ordre correcte i en el moment adequat? Els professors d'aquestes matèries necessiten saber si els seus alumnes poden entendre les tècniques estadístiques que pretenen utilitzar i, si no, quins són els treballs preliminars que han de

realitzar els alumnes per aconseguir-ho. Si no és així, es corre el perill de presentar l'estadística com una col·lecció de receptes vagament compreses pels alumnes. Una manera de solucionar aquest problema seria creant en cada escola la figura del professor responsable de la supervisió de l'ensenyament de l'estadística en tot el currículum. El seu paper seria eminentment de coordinació. No es tractaria que ensenyés tota l'estadística, sinó que hauria d'assegurar que tots els alumnes tractessin les àrees d'aplicació de les tècniques estadístiques i que, les més importants, fossin presentades en el moment adequat. També hauria de ser l'assessor de tots els professors de l'escola que ensenyessin i utilitzessin l'estadística.

Les unitats didàctiques del projecte «L'Estadística en el vostre món»

El projecte anglès va culminar amb la publicació de 27 unitats didàctiques ^[10] especialment dissenyades per a ser utilitzades pels professors de secundària a les seves aules. Aquestes unitats ser prèviament experimentades amb alumnes de diferents edats: les del nivell 1, amb alumnes de 11 a 12 anys; les del nivell 2, amb alumnes de 12 a 13 anys; les del nivell 3, amb alumnes de 13 a 14 anys; i les del nivell 4, amb alumnes de 14 a 15 anys. Tot i això, les unitats didàctiques poden utilitzar-se amb molta flexibilitat per a un ventall molt ampli d'edats dels alumnes. A més, cada unitat didàctica dirigida a l'alumne es va acompanyar amb una guia explicativa per al professor.

D'acord amb els principis inspiradors de la reforma que impulsava el projecte anglès, cada unitat didàctica gira al voltant d'una determinada situació real, mes o menys propera a l'alumne, a partir de la qual es van introduint els diferents conceptes estadístics. En la guia del professor que acompanya la unitat s'especifiquen els requisits necessaris per abordar la unitat i es detallen els conceptes nous que s'introdueixen. Alhora, es donen indicacions molt precises sobre la manera de presentar la unitat als alumnes i les dificultats que es poden presentar.

Tot aquest material va ser traduït al català, i adaptat a l'entorn i als interessos dels alumnes de Catalunya ^[10]. Els títols de les unitats didàctiques de la versió catalana són els següents:

- *Nivell 1, 11-12 anys.* 1.- Treure un cinc. 2.- La loteria de la classe. 3.- Coneguem la nostra classe. 4.- Jocs d'atzar. 5.- La pràctica ens ajuda a millorar. 6.- Plou o fa sol. 7.- Lleure i diversió. 8.- Taules estadístiques.
- *Nivell 2, 12-13 anys.* 9.- Autors anònims. 10.- Gool! 11.- No és cert tot el que es veu. 12.- Jocs de fira. 13.- Què en penseu de ...? 14.- Mesures.
- *Nivell 3, 13-14 anys.* 15.- Més i més cotxes. 16.- Quants n'hi ha? 17.- Control de qualitat. 18.- Piràmides de població. 19.- Dibuixos que enganyen. 20.- Enquestes d'opinió.
- *Nivell 4, 14-15 anys.* 21.- Margarina o mantega? 22.- Quantifiquem el futur. 23.- Censos de població. 24.- Mostres aleatòries. 25.- L'índex de preus al consum. 26.- Tabac i salut. 27.- A igual treball, igual sou.

Tal com donen a entendre els títols de les unitats didàctiques, és la situació a analitzar i no la tècnica estadística a introduir la que juga el paper principal en totes i cadascuna de les unitats didàctiques.

3. Activitats del Seminari Permanent d'Estadística de Catalunya (1986-1991)

El Seminari Permanent d'Estadística creat l'any 1986 va veure de seguida que per portar a la pràctica les seves idees de reforma de l'ensenyament de l'estadística al nivell educatiu de secundària, calia avançar en dues direccions:

- 1) En l'elaboració de material didàctic específic per a l'ensenyament de l'estadística
- 2) I en la formació específica del professorat de matemàtiques de secundària en l'àmbit de l'estadística i la seva didàctica.

Atès que l'època de constitució del Seminari va coincidir en el temps amb els primers anys de l'experimentació de la reforma educativa a Catalunya, cap a ella es van adreçar una part dels esforços «editorials» del Seminari. Es varen elaborar propostes de continguts d'estadística adequats a cada cicle de l'ESO i del batxillerat ^[2,3,4]. Es

varen redactar unitats didàctiques que, a més del material per l'alumne, s'acompanyaven amb la corresponent guia pel professor i, en alguns casos, amb programes didàctics per a ordinador ^[1,6,7,11] que es distribuïen des del Programa d'Informàtica Educativa (PIE) depenent del Departament d'Ensenyament. Ara ja han passat uns quants anys i –tot i que l'ESO ha anat fent la seva singladura per una ruta que no era ben bé l'esperada i, per altra banda, el món de la informàtica ha evolucionat d'una manera potser impensable fa 15 anys– creiem que aquells primers materials mantenen bona part de la seva vigència.

Paral·lelament, un grup de treball del Seminari Permanent d'Estadística va emprendre la traducció i adaptació al català de les unitats didàctiques del projecte anglès «*Statistics in your world*»^[10] i del llibre «*Teaching Statistics 11-16*»^[9]. L'edició va anar a càrrec de l'ICE de la Universitat Autònoma de Barcelona amb la col·laboració del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya. Les moltes vicissituds que es van haver de superar han fet que la feina s'allargués gairebé deu anys. Però malgrat això, gairebé totes les idees i principis inspiradors de l'ensenyament de l'estadística que es recullen en aquestes traduccions segueixen plenament vigents.

És per això que donar a conèixer aquestes idees –i els materials «propis» que se'n derivaven– va ser el «leimotiv» dels molts cursets sobre didàctica de l'estadística impartits per professors del Seminari Permanent en diferents escoles d'estiu i en el marc dels plans de formació organitzats pels diferents ICE de les universitats catalanes.

Aquestes iniciatives, juntament amb la instauració de la matèria de «Matemàtiques-II» al COU amb continguts d'estadística, varen fer que finalment cristal·litzés una col·laboració estable entre el PIE i el Seminari Permanent per a l'elaboració d'un curs dirigit als professors de secundària per introduir-los en els principis bàsics de l'estadística amb l'ajuda dels recursos informàtics. Aquest curs es va iniciar de forma experimental l'any acadèmic 1988-89 i es va consolidar l'any següent sota el títol «*Fonaments d'estadística amb eines informàtiques*». El curs es va oferir a més de 500 professors, durant sis anys acadèmics, amb 15 convocatòries diferents repartides arreu del territori català

En el curs «*Fonaments...*» s'abordava el treball estadístic en la seva globalitat: des del disseny d'una experiència, passant per la recollida, descripció, presentació i anàlisi de dades, fins arribar a tractar aspectes relacionats amb la inferència estadística. Per aquest motiu l'èmfasi del curs es posava més en *l'estadística* i no tant en *l'ensenyament de l'estadística*. El fet que part del professorat que assistia al curs no fos especialista en matemàtiques va aconsellar presentar els conceptes estadístics de forma més intuïtiva que no pas formal. Per tal que els participants del curs executessin de forma efectiva totes les fases pròpies del treball estadístic es proposava en cada convocatòria un tema d'estudi que comportava el treball col·lectiu de tots els professors. Aquests recollien en els seus centres educatius les dades de l'estudi a partir d'un qüestionari –que es passava als alumnes o als companys en la docència– i que prèviament s'havia elaborat i discutit col·lectivament entre tots els participants. Les dades s'aplegaven en un únic arxiu i tot seguit cada participant elaborava el seu treball estadístic com a culminació del curs. La diversitat de procedència de les dades permetia en molts de casos contrastar hipòtesis inicialment insospitades (En un annex final es detallen els diferents temes tractats en els treballs estadístics proposats en les diferents edicions del curs).

El curs «*Fonaments...*» es recolzava en el programa informàtic *Statgraphics*, que era el paquet estadístic que el PIE havia decidit traduir al català i distribuir a tots els instituts de Catalunya. Alhora, les exposicions del curs s'acompanyaven també amb l'ús d'altres programes informàtics didàctics del programari propi del PIE ^[1,6,7,11] i d'altres recursos audiovisuals, com són els vídeos d'estadística de la sèrie Universitat Oberta de la BBC, traduïts al català per TV3.

4. El curs telemàtic «*Fonaments d'estadística i ús del programa MINITAB*»

Posteriorment es van adaptar els continguts del curs «*Fonaments...*» i es va redactar un nou material didàctic enfocat com un curs d'auto-estudi i auto-aprenentatge i, a partir del curs 1992-1993, s'imparteix també com un curs amb suport telemàtic a càrrec del PIE.

A partir del 1996 i fins avui el curs telemàtic utilitza les facilitats de la xarxa Internet i s'imparteix amb el nom «*Fonaments d'estadística i ús del programa MINITAB*». Es pot trobar més informació a l'adreça:

<http://www.xtec.es/formacio/curstele/d28>

El paquet estadístic *Statgraphics* ha estat substituït pel paquet *MINITAB*, traduït també al català. Tot i el canvi del suport informàtic, l'estructura global del curs i els principis en els quals es fonamenta continuen essent els mateixos que els inicials.

Aquest, doncs, serà l'onzè curs de formació per via telemàtica i, al llarg dels deu cursos acadèmics anteriors s'hi han inscrit més de 700 professors, dels quals l'han acabat al voltant de 450.

5. L'estat actual de l'ensenyament de l'Estadística a Catalunya

L'Estadística a l'ESO

Els continguts d'Estadística i el tractament de l'atzar i la probabilitat que figuren en el desplegament curricular de l'ESO a Catalunya són, essencialment, els mateixos que apareixen al Reial Decret que fixa els mínims comuns per tot l'estat espanyol. Per aquesta raó, ens limitarem en aquest apartat a comentar algunes circumstàncies que afecten les Matemàtiques en general i, més en particular, l'ensenyament de l'Estadística als centres de secundària de Catalunya.

La principal d'aquestes consideracions rau en el fet que a Catalunya, en el desplegament de l'ESO, les Matemàtiques només tenien assignades inicialment l'equivalent de dues hores setmanals, una menys que a la resta d'Espanya. Aquesta distribució horària és evidentment del tot insuficient i, com ha passat tantes vegades en plans d'estudis anteriors, els continguts d'Estadística en el millor dels casos s'impartien amb pressa i, per tant, malament perquè les presses no permeten *fer estadística*, que és el que convé en aquest nivell escolar. La introducció del tractament de l'atzar i les nocions fonamentals de probabilitat –i potser el mateix podríem dir de la geometria, de les funcions, de la resolució de problemes, etc.– pateixen del mateix mal.

La normativa indicava que amb les dues hores setmanals s'havien d'assolir els continguts que assenyala el decret de mínims –cosa que ja s'ha comentat que és del tot impossible– i que l'aprenentatge dels alumnes s'havia de completar en la franja de *crèdits variables*. La realitat, però, és sovint molt diferent: la franja de crèdits variables s'utilitza per poder assolir els continguts mínims i, fet i fet, resulta impossible *fer matemàtiques* de veritat.

Ara bé, com que aquesta necessitat de poder *fer matemàtiques* –i, en particular, estadística– s'ha constatat de manera general, les disposicions que estableixen el marc curricular estan canviant últimament per tal d'augmentar la franja horària destinada a les Matemàtiques comunes. Així a Catalunya s'implanten tres hores setmanals però, alhora, en moltes altres zones de l'estat espanyol ja se n'estan fent quatre.

I per això, els problemes continuen. I encara més quan l'ampliació horària s'ha fet a partir d'una reducció de les hores de crèdits variables i, d'aquesta manera, s'han limitat les possibilitats d'experiències didàctiques innovadores. A més, no és cap secret que bona part del professorat de secundària *fuig de l'estadística*. Llavors, pel que ja s'ha comentat amb anterioritat, la franja de crèdits variables es fa servir, en bona part, per assolir millor els continguts comuns i per reforçar-los. No creiem que sigui especialment significativa –més aviat al contrari– la proporció de crèdits variables destinats a l'Estadística i la Probabilitat.

L'Estadística al batxillerat

Objectivament, *el disseny curricular de les Matemàtiques del batxillerat a Catalunya no compleix el decret de mínims de l'estat espanyol*. La justificació d'aquesta afirmació, que alguns poden considerar agosarada, la trobem, essencialment, en el tractament dels continguts d'Estadística i Probabilitat que, sorprenentment, han desaparegut de les Matemàtiques del batxillerat, tant en les modalitats tecnològica i científica com en la modalitat humanística i de ciències socials. Sembla difícil imaginar un curs de «*Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials*» sense continguts d'estadística. Però això és el que està passant als centres de secundària de Catalunya.

Les autoritats acadèmiques a Catalunya argumenten la supressió de continguts d'Estadística i Probabilitat de les matèries de Matemàtiques dient que, donat que la formació en Estadística ha de ser d'abast general, convé oferir-la com una matèria optativa per totes les modalitats. Ara bé, com que les Matemàtiques del batxillerat a Catalunya tenen també, com a l'ESO, menys hores assignades que a la resta d'Espanya, s'acaba per suprimir els continguts d'Estadística de les matèries de modalitat.

És cert que el fet que l'Estadística es presenti com una optativa i que aquesta matèria no entri a les PAAU, té un avantatge molt clar: es pot fer un disseny curricular interessant i flexible. Interessant i actual perquè permet que l'alumnat tingui com una de les seves eines de treball imprescindible l'ordinador i l'ús del programari estadístic. Flexible perquè marca com a línia directriu del desenvolupament de la matèria la realització d'un treball estadístic en totes les seves fases. I, amb aquestes consideracions bàsiques, adopta el que en podríem dir un punt de vista *estadístic* per damunt del *probabilístic*, i desenvolupa tots els continguts presents en el disseny curricular del batxillerat a Espanya .

Ara bé, el caràcter optatiu de l'Estadística té, segurament, més inconvenients que avantatges. Per una banda la flexibilitat en l'organització de la matèria i la constatació del baix nivell de coneixements amb què arriben els alumnes de l'ESO, fan que hi hagi centres on bona part de la matèria es dedica bàsicament a refer els continguts de l'ESO –estadística descriptiva– fins a altres en què l'èmfasi de la matèria es posa en la probabilitat, sense lligar-la amb l'estadística, repetint d'aquesta manera l'error de les Matemàtiques de l'antic COU de ciències. I, per l'altra banda, donat que no tots els centres poden oferir l'Estadística com a matèria optativa, ens allunyem del principi segons el qual *la formació en estadística ha de ser d'abast de tothom*. Si analitzem per què en alguns centres no s'imparteix Estadística donaríem dues raons fonamentals: la primera, els condicionants administratius i pressupostaris que condicionen la plantilla assignada als centres, que no contempla de manera clara l'oferta d'optatives; i la segona, l'escassa formació estadística del professorat.

Aquesta situació «irregular» de l'ensenyament de l'Estadística en l'ESO i en el batxillerat dels centres escolars de Catalunya coincideix amb una disminució significativa els darrers anys de la inscripció al curs telemàtic «*Fonaments d'estadística i ús del programa MINITAB*». Potser és només una coincidència fortuïta però molt ens temem que la situació descrita hagi pogut contribuir a disminuir entre el professorat de secundària la consciència de la necessitat de tenir una formació estadística bàsica.

En qualsevol cas, cal continuar treballant des de totes les instàncies per aconseguir recuperar per l'ensenyament de l'Estadística a Catalunya els principis pels quals molts professors hi varen esmerçar tants esforços i il·lusions.

Referències

- [1] Alsinet, J., Barceló, C. i Gomà, A. (1987), *MITJMED* (Interpretació de la mitjana i la mediana). *DESVTIP*. (Interpretació de la desviació tipus o estàndard). *CORREGL*. (Correlació i regressió lineal). *BOLES* (L'atzar). *MOSTRES* (Estimació d'una mitjana). Programes didàctics per a ordinador. Programa d'Informàtica Educativa del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- [2] Alsinet, J., Barceló, C. i Gomà, A. (1989), *Estadística i probabilitat 1* (1r cicle d'ESO). Materials didàctics. Programa Experimental de Reforma Educativa. Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- [3] Alsinet, J., Barceló, C. i Gomà, A. (1990), *Estadística i probabilitat 2* (segon cicle d'ESO). Materials didàctics. Programa Experimental de Reforma Educativa. Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- [4] Alsinet, J., Barceló, C. i Gomà, A. (1991), *Estadística i probabilitat 3* (Batxillerat). Materials didàctics. Programa Experimental de Reforma Educativa. Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- [5] Barceló, C. (1986a), *Investigació dels aspectes didàctics i metodològics relacionats amb l'ensenyament de l'Estadística en el nivell escolar secundari comprès entre els 14 i els 16 anys*. Direcció General de Batxillerat del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- [6] Barceló, C. (1986b), *ESTADÍSTICA*. Programa didàctic per a ordinador. Programa d'Informàtica Educativa del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- [7] Barceló, C. i Gomà, A. (1991), *DESVTIP. Versió 2. Comparació de distribucions*. Programes didàctics per a ordinador. Programa d'Informàtica Educativa del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.

[8] Holmes, P. i altres (1981), *Statistics in schools 11-16: a review*. Report of the Schools Council Statistical Education Project. Schools Council Working Paper 1969. Edited by Daphne Turner, Methuen Educational, London.

[9] Holmes, P. i altres (1980a), *Teaching Statistics 11-16*. Published for the Schools Council by Foulsham Educational, England. Traducció i adaptació a la llengua catalana a càrrec de Barceló, C., Borrell, F., Pol, A. i Saguer, E., *L'ensenyament de l'estadística dels 11 als 16 anys*. (1998), Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona. Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.

[10] Holmes, P. i altres (1980b), *Statistics in your world*. Published for the Schools Council by Foulsham Educational, England. Traducció i adaptació a la llengua catalana a càrrec de Barceló, C., Borrell, F., Pol, A. i Saguer, E., *L'Estadística en el vostre món* (1990, 1991, 1996), Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona. Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.

[11] Hurtado, F. (1990), *ARTIDAT. Mostreig i generació de llistes univariants de dades estadístiques*. Programa didàctic per a ordinador. Programa d'Informàtica Educativa del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, Barcelona.

Annex

Treballs col·lectius realitzats en el marc dels cursos «Fonaments d'Estadística i ...»

· En cursos presencials:

1. «*Contrast de qualificacions*», (1988-89). Enquesta realitzada sobre una mostra de professors de matemàtiques per analitzar la coherència o la diversitat de les puntuacions atorgades pels professors a les respostes donades per diferents alumnes a tres problemes de matemàtiques.
2. «*Estimació del percentatge d'alumnes esquerrans a Catalunya*» (1989-90).
3. «*Estètica de les proporcions bàsiques i altres estudis sobre percepció visual*.» (1990-91). Enquesta realitzada a una mostra d'alumnes de secundària.

· En cursos telemàtics:

4. «*La valoració que fem els docents de la nostra tasca i la nostra professió*», (1992-93).
5. «*Estudi d'algunes característiques sociològiques, d'hàbits, d'afeccions...i la seva possible influència en el rendiment escolar*», (1993-94). L'enquesta es va realitzar amb alumnes de 12 a 16 anys.
6. «*El veritable ús del català a Catalunya... dins i fora de l'aula*», (1994-95). L'enquesta es va realitzar amb alumnes de 12 a 16 anys.
7. «*Coneixement que té l'alumnat de secundària sobre les calculadores i les eines informàtiques i telemàtiques*», (1997-98). L'enquesta es va realitzar amb alumnes de 12 a 18 anys.
8. «*Docents, com valoreu la nostra feina?*», (1999-00). L'enquesta s'adreça a professionals de l'ensenyament no universitari, preferiblement de l'ensenyament secundari. Els resultats es varen comparar amb els de l'enquesta feta sobre el mateix tema el curs 1992-93, curs d'implantació del nou sistema educatiu.

**ALEA: UM CONTRIBUTO PARA A PROMOÇÃO
DA LITERACIA ESTATÍSTICA**
(ANÁLISE DE DADOS E ENSINO DA ESTATÍSTICA NAS ESCOLAS SECUNDÁRIAS)

Pedro Campos, Sérgio Bacelar

Instituto Nacional de Estatística

Emília Oliveira, José Gomes

Escola Secundária Tomaz Pelayo

1. Resumo

Este texto descreve algumas tendências nas formas de ensino e aprendizagem da Estatística na disciplina de Matemática, e introduz o projecto ALEA, como potenciador da melhoria da literacia estatística. Na primeira parte é feita uma breve referência aos **Paradigmas do ensino da estatística** e da **Construção da sociedade da aprendizagem**, seguindo-se uma abordagem a alguns problemas relacionados com a **literacia estatística** onde se apresentam algumas funcionalidades do ALEA (Acção Local de estatística Aplicada), projecto desenvolvido em parceria entre o Instituto Nacional de Estatística e a Escola Secundária Tomaz Pelayo com o apoio do Ministério da Educação

palavras chave: Ensino da estatística, Internet, Análise de Dados, Literacia Estatística, ALEA

This text describes some trends concerning the support in the teaching of Statistics in Mathematics subject and introduces ALEA project as a tool to improve statistical literacy. First, some references are made about the new paradigms of teaching Statistics and the construction of the "learning society". Then we present some ALEA (Local Action Applied Statistics) features, concerning the improvement of the statistical literacy. This project began as a joint proposal by Portuguese National Statistical Institute (INE) and the Tomaz Pelayo Secondary School, with Portuguese Education Ministry financial support.

Keywords: Statistical education, Internet, Data Analysis, Statistical Literacy, ALEA

1. Introdução

O consenso da comunidade científica, assumido claramente ao longo das últimas duas décadas, quanto à necessidade de aprofundar a análise descritiva, motivou o contínuo desenvolvimento de técnicas estatísticas designadas por "Data Analysis" que se prendem com uma outra forma de "ver" a Estatística, contribuindo até para estabelecer uma maior ligação entre os aspectos descritivos e inferenciais da Estatística: a Análise Exploratória de Dados e a Análise Confirmatória de Dados (Murteira, 1990 I: 1).

Esta forma de abordar a estatística tem alertado para o facto de a análise prévia dos dados poder, inclusivamente, conduzir melhor um processo inferencial, no sentido em que confere ao utilizador maior conhecimento dos dados que tem em seu poder. Este apelo à coerência na análise de dados está patente na frase de Norusis que refere que *a boa análise de dados é uma mistura de senso comum, conhecimentos técnicos e curiosidade* (Norusis, M. 1997).

No entanto, segundo Graça Martins (1998: 73-74), *"não se tem dado a devida atenção aos processos simples de redução e representação dos dados"*. É que (citando Chatfield, 1985) *"common sense is not common but needs to learn"*. (...) *"One reason why IDA (Initial Data Analysis) may be rather neglected is that it is sometimes argued that scientists perform IDA naturally and intuitively, and that the subject is too straightforward and well understood to warrant serious discussion"*. Os exemplos citados neste artigo mostram como mesmo os instrumentos e processos da Estatística do "senso comum" (que muitos negligenciam, por ser intuitiva) estão a ser incorrectamente utilizados e interpretados.

No que respeita ao ensino da estatística nas Escolas Secundárias este aspecto não pode ser esquecido. O "bom senso" deve ser treinado. Graça Martins refere ainda (1998: 73-74): *"Penso que a grande confusão está em que da parte dos matemáticos há um grande desconhecimento sobre a prática contemporânea da estatística, confundindo-a com o ensino tradicional"*.

O projecto ALEA apresentado sucintamente neste texto incorpora novas preocupações em matéria de formação dos professores que actualmente leccionam Estatística, nos níveis de ensino básico e secundário e mostra a necessidade de uma abordagem da Estatística: **Centrada nos Dados** e não tanto **centrada na Matemática**. O Prof. C. R. Rao, no seu artigo *"A Cross Disciplinary Approach to Teaching of Statistics"*^{*}, explica a importância da Estatística como lógica e ciência da resolução de problemas de muitas outras disciplinas. Os **métodos gráficos** e a utilização de **software estatístico** deveriam ser de uso corrente por qualquer professor de Estatística, a este nível, pois *"a mathematician without the experience of handling real life data sets (collecting, cross examining, formulating problems through exploring data sets) is not qualified to be a statistics teacher"*.

^{*} Citado na IASE Review, Novembro de 1997

2. Paradigmas do ensino da estatística

Os programas de Matemática do 3º ciclo do ensino básico (7º, 8º e 9º anos), bem como os do secundário (10º e 11º) passaram a incluir desde há pouco tempo o ensino da estatística. Segundo Bacelar (1999), a inclusão desta nova temática remete-nos para um conjunto alargado de reflexões que têm vindo a ser recentemente produzidas a propósito dos cursos usuais de iniciação à Estatística.

Na verdade, os cursos introdutórios, são normalmente organizados da seguinte forma:

1. com base na lógica do inquérito;
2. através de métodos estatísticos e conceitos;
3. apresentados numa ordem padronizada;
4. e em que o professor produz a maior parte das despesas discursivas.

Sabe-se hoje que nenhum destes pontos é essencial. Há exemplos actuais de cursos de introdução à Estatística cuja estrutura é baseada na apresentação da temática das séries cronológicas, do planeamento de experiências e de análise de variância, de estatística descritiva multivariada ou de análise de regressão.

Em segundo lugar, a estrutura do curso pode substituir uma sequência estanque de métodos e conceitos por uma série de questões aplicadas (v. por exemplo os cursos de Chance (<http://www.dartmouth.edu/~chance/>))

Na verdade, da análise dos currículos de diversos cursos introdutórios de Estatística, consideram alguns autores (Roiter e Petrocz, 1996) existirem quatro paradigmas do ensino da Estatística:

1. Estatística como um ramo da Matemática;
2. como análise de dados;
3. como planeamento de experiências;
4. como um assunto baseado em problemas.

A adopção deste último paradigma implica que os métodos estatísticos serviriam para **enquadrar um conjunto de dados e não o conjunto de dados para servir os métodos** (Benzecri, 1960). Esta perspectiva permitiria organizar o curso como uma série de problemas aplicados, problemas esses que com grande vantagem poderiam ser retirados de notícias com conteúdo estatístico provenientes da comunicação social.

Finalmente, há cursos em que se sugere aos estudantes que leiam os textos antes das aulas e nestes se discutam apenas questões sobre conjuntos de dados a analisar. Nesta óptica, o **tempo das aulas é usado para descobrir os princípios estatísticos e aplicar as técnicas estatísticas**. Pede-se, assim, aos estudantes, para analisar e explorar dados genuínos, alguns recolhidos de fontes disponíveis e outros através de recurso a inquéritos de turma ou experimentações.

O insucesso de muitos cursos introdutórios de Estatística leva alguns autores a pensar que eles devem ser redireccionados da técnica matemática para a análise de dados. Há também quem advogue mudanças na pedagogia, substituindo aulas passivas por aulas activamente participadas. A utilização, em suplemento das aulas teóricas, de uma sequência de projectos de grupo **com relatórios orais e escritos sobre os resultados** constitui uma das soluções testadas (Smith, 1998).

Muitos estatísticos afirmam que o **raciocínio estatístico deve preceder os métodos estatísticos**. "No nível introdutório, a estatística não deve ser apresentada como um ramo da Matemática. A boa estatística não deve ser identificada com pureza ou rigor matemático, **mas está mais de perto associada com pensamento cuidado** [careful thinking]" (Hogg, 1991).

Para demonstrar o poder, elegância e beleza do raciocínio estatístico, a utilização de exemplos realistas duma grande variedade de disciplinas persuade os estudantes de que estão a utilizar aptidões de pensamento críticas que podem ser aplicadas quotidianamente e em qualquer profissão.

Neste aspecto, têm sido bastante discutidas as vantagens e desvantagens comparadas dos **dados produzidos pelos alunos** por relação com a análise de dados produzidos por outros. Se é verdade que estes possuem uma dimensão e um alcance, muitas vezes incomparável com o que pode ser produzido pelos alunos, não são também isentos de outros efeitos na actividade pedagógica. O problema dos exemplos produzidos por outros

é o de que os estudantes **permanecem passivos** e não experimentam em primeira mão as várias questões e problemas que surgem na recolha e na análise de dados.

É assim preferível que sejam os estudantes a gerar os seus próprios dados. As actividades que assumem a forma de projecto fornecem aos estudantes experiência na formulação de questões, na definição de problemas, na formulação de hipóteses e definições operacionais, planeamento de experiências e inquéritos, recolha de dados e relativamente à forma de lidar com o erro de medida, elaborar resumos de dados, analisá-los, como comunicar as descobertas e planejar as experimentações e a sobre a forma como complementar as ideias sugeridas pelas descobertas.

A recolha e a análise de dados é o coração do pensamento estatístico. A recolha de dados promove a aprendizagem pela experiência e relaciona o processo de aprendizagem com a realidade (Snee, 1993).

Desenvolver o raciocínio estatístico dos estudantes consiste em incorporar estratégias de aprendizagem activa que permitam complementar o que ouviram e leram sobre a Estatística, fazendo realmente estatística.

3. Construção da sociedade da aprendizagem

A questão do futuro do ensino, com recurso às novas tecnologias (relacionadas com a Internet), poderá ser analisada em quatro planos diferentes (Eça, 1998):

- A **Escola**, que hoje está limitada às quatro paredes da sala de aula, abrirá as portas ao mundo e estará em permanente interacção com outras escolas, família, comunidade. Os períodos lectivos serão variáveis, não se limitando aos tradicionais 50 minutos.
- A **Aprendizagem** centrar-se-á no aluno em vez do professor. Deverá basear-se em projectos. Será multi e interdisciplinar. A internet poderá ter aqui um papel fundamental.
- O **Aluno** assumirá um papel cada vez mais activo na sua formação, deixando de ser um receptor passivo de informação. Trabalhará em colaboração com outros colegas.
- O **Professor** deverá ser um guia da aprendizagem em vez de um transmissor de conhecimentos.

Poderá igualmente partilhar ideias, estimulando a colaboração com outros colegas, onde quer que se encontrem. Como refere Figueiredo (1996), o papel do professor deveria ser o do mestre, no modelo medieval do mestre e do aprendiz.

Ainda segundo Figueiredo (1996), "*a Internet começa a oferecer os meios para a generalização das sociedades aprendizes*". Nestas sociedades, acrescenta, "*a informação não se encontra só em repositórios de informação acessíveis às massas, mas também na mente colectiva dos cidadãos (...). São sociedades em que, para além do recurso às escolas e à crescente oferta das indústrias intelectuais, é possível a criação de saber, através de redes, num processo cumulativo de ajuda mútua e percepção partilhada de problemas e necessidades*". O tipo de aprendizagem fomentado pela internet é designado por Boris Berenfield como "cooperative learning". **Trata-se de uma forma de aprendizagem com recurso às redes mas, essencialmente, "em rede"**.

4. A promoção da literacia estatística e o projecto ALEA

O **projecto ALEA** (<http://alea-estp.ine.pt>) surge neste contexto da promoção da literacia estatística e é, primeiramente, destinado a Escolas*. Pretende contribuir para a construção de um espaço de recolha, participada por professores e alunos, de **problemas do dia-a-dia** susceptíveis de reflexão estatística. Ao colocar à disposição dos alunos uma vasta quantidade de informação estatística oficial disponível e ao permitir a constituição de bases de dados documentadas, produzidas pelos próprios alunos, cumpre este objectivo de conduzir os estudantes na análise e exploração de **dados genuínos**, alguns recolhidos de **fontes disponíveis** e outros através de recurso a **inquéritos** de turma ou experimentações.

* O projecto ALEA - Acção Local Estatística Aplicada - constitui-se como um contributo para a elaboração de novos suportes de disponibilização de instrumentos de apoio ao ensino da Estatística para os alunos e professores do Ensino Básico e Secundário - construção de um web site, criação de CD-ROM e outros produtos multimédia. Este projecto nasceu de uma ideia conjunta da Escola Secundária Tomaz Pelayo e do INE, assente nas necessidades e estruturas que os intervenientes possuem.



Fig. 1 – N' o meio envolvente, o aluno pode encontrar informação da sua região, concelho e mesmo freguesia através da pesquisa de um mapa. São apresentados vários indicadores estatísticos oficiais tais como a população residente, número famílias e número edifícios existentes em cada unidade geográfica observada no mapa.

Pretende-se ainda abrir um espaço para grupos de discussão para professores e alunos, de modo a facilitar a criação de condições para a definição colectiva e discutida das características fundamentais da estrutura do curso.

No âmbito da **apresentação oral e escrita** dos trabalhos apresentados (uma das técnicas sugeridas por Smith, 1998), o projecto ALEA segue esta indicação, existindo no site um espaço reservado à publicitação dos melhores trabalhos realizados pelos alunos no âmbito da disciplina –após terem sido devidamente 'filtrados' pelo professor.



*Fig. 2 – Na Galeria Virtual, o aluno pode apresentar os seus trabalhos à comunidade. Neste momento apresentam-se excertos dos trabalhos de projecto de Estatística, realizados por alunos com base em questionários por eles conduzidos, tendo como tema aglutinador «Estatísticas da Escola Secundária Tomaz Pelayo». São abordados temas como **distância de casa do professor à escola, situação profissional dos funcionários, acessibilidades dos alunos aos meios de comunicação, etc.***

O ALEA surge, também, como uma oportunidade para o exercício de **actividades interdisciplinares**, recorrendo e servindo outras disciplinas, para além da Matemática. São disso exemplo os tópicos incluídos no capítulo *Dossiers & Recursos*.



*Fig. 3 – Os **Dossiers Didáticos** (nº1 – População e Demografia) apresentam assuntos variados para apoio nas aulas de Estatística, Geografia, Economia e outras. Irão incluir ainda outros títulos como «Técnicas de Amostragem», «Inquéritos», «Inflação e Preços», «Gráficos em Estatísticas» e «Desemprego».*

Quanto à utilização da Internet como meio de divulgação do ALEA, lembre-se um trabalho de Webster e Ogden, que, num artigo publicado no *Journal of Statistical Education* sobre demonstrações interactivas na *World Wide Web*, sugerem que a maioria dos recursos relacionados com a Estatística na Internet não são ainda efectivamente diferentes de um meio impresso clássico.

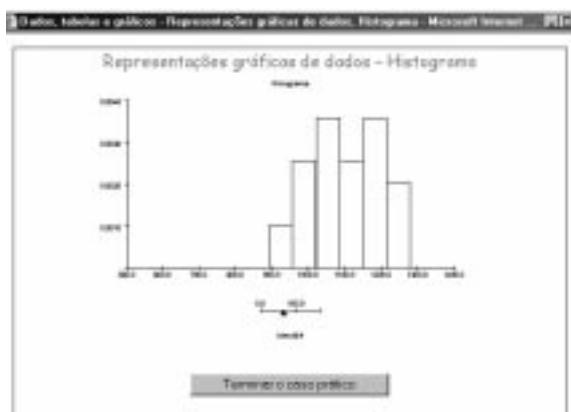


Fig. 4 – As noções de estatística e os applets interactivos

Com o desenvolvimento da linguagem Java (ver <http://java.sun.com/docs/books/tutorial>), referem que, “it is now possible to add interactive components designed to aid in the understanding of a concept and also stimulate a student’s interest by providing a “hands on” learning experience”. Estes pequenos programas podem ser utilizados em cursos de estatística introdutórios, como o que consta do ALEA e que se refere à construção de um **histograma**.

O histograma é um dos primeiros procedimentos discutidos quando se ensinam técnicas gráficas na descrição de dados. Um dos cuidados importantes a ter na construção de um Histograma é a escolha da amplitude e do número de classes de acordo com um determinado conjunto de observações. Muito alunos têm dificuldade em perceber o efeito da amplitude das classes na forma de um histograma. O ALEA integrou no módulo de noções de estatística **Dados, Tabelas e Gráficos** um *applet* cujo original pode ser consultado em: <http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/v6n3/applets/Histogram.html>

Na Fig. 4, os *applets* inseridos nas **Noções de Estatística** possibilitam o desenvolvimento da interactividade junto dos utilizadores. Neste Histograma o movimento do cursor por baixo do eixo dos XX permite controlar a amplitude das classes e, assim, obter diferentes padrões no Histograma. Deste modo, os alunos compreenderão melhor o efeito de alguns parâmetros no desenho dos gráficos.

5 . Conclusão e perspectivas

A estatística do “senso comum” (que muitos negligenciam, por ser intuitiva) está a ser, em muitos casos, incorrectamente utilizada, pelo que é necessário construir meios para promover um melhor aprendizagem da estatística no Ensino Secundário. O projecto ALEA, (Acção Local de estatística Aplicada), desenvolvido em parceria entre o INE e a Escola Secundária Tomaz Pelayo, surge neste contexto da promoção da literacia estatística, utilizando as novas vantagens do ensino colaborativo fortalecido pela Internet e é, primeiramente, destinado a Escolas. Pretende contribuir para a construção de um espaço de recolha, participada por professores e alunos, de **problemas do dia-a-dia** susceptíveis de reflexão estatística.

Pretende-se valorizar esta forma participativa de ensino/aprendizagem incentivando:

- a participação activa dos professores das escolas secundárias através da introdução de novas ideias, adaptadas às suas necessidades prioritárias;
- uma efectiva utilização do ALEA por parte dos alunos;
- a continuação do apoio da escola Tomaz Pelayo (como escola piloto e de referência) no desenvolvimento do projecto e respectiva animação;
- o apoio explícito da Sociedade Portuguesa de Estatística e da Associação Portuguesa de Análise de Dados, organização científicas que podem contribuir para o desenvolvimento deste projecto;
- a garantia do apoio continuado do Instituto Nacional de Estatística na senda do desenvolvimento do exercício da pedagogia da informação por ele produzida e difundida quotidianamente.

Referências Bibliográficas

[1] BACELAR, S., OLIVEIRA, E. CAMPOS, P., MARTINS, R., GOMES, J. (1999), "As Estatísticas e o Ensino da Estatística nas Escolas Secundárias - ALEA – Acção Local Estatística Aplicada: Um espaço de interacção na Internet em favor da literacia estatística", - Challenges 99 - Universidade do Minho.

[2] COBB, GEORGE W., (1993) "Reconsidering Statistics Education: A National Science Foundation Conference", Journal of Statistics Education v.1, n.1

[3] EÇA, TERESA ALMEIDA (1998), "Netaprendizagem – A Internet na Educação", Porto Editora.

[4] FIGUEIREDO, A. DIAS "What are the Big Challenges of Education for the XXI Century: Proposals for Action", Invited contribution for the preparation of the White Book of Education and Training for the XXI Century, disponível on line: (<http://www.dei.uc.pt/~adi/whitebk.htm>)

[5] FIGUEIREDO, A. DIAS, "A Escola do Futuro" disponível on line: (<http://eden.dei.uc.pt/~adi/express1.htm>)

[6] FULLER, HESTER L., "What do Teachers Say They Need ?", (1996, SPRING), disponível on line: (<http://hugse1.harvard.edu/~fullerhe/need/need.htm>)


[7] HOGG , R. V. (1991), "Statistical Education: Improvements Are Badly Needed," The American Statistician", 45, 342-343.

[8] IASE Review (1997, Novembro) - International Assotiation for Statistical Education, disponível on line em: <http://www.stat.ncsu.edu/info/iase/review97.html>

[9] ISI - International Statistical Institute (Helsínquia, Finlândia), Agosto 1999; (ver sessões dedicadas ao ensino da Estatística: Teaching Basic Statistics, Educating statistical majors, Statistical education, Teaching statistics for non-statisticians e Statistical literacy. Papers disponíveis on line em: <http://www.stat.fi/isi99/proceedings.html>)

[10] MARTINS, MARIA EUGÉNIA da GRAÇA, (1997) et al "Estatística" , Manual para Professores, editado pelo Ministério da Educação, 1997.

[11] MARTINS, MARIA EUGÉNIA da GRAÇA (1998), "A Estatística no ensino Secundário. Algumas



REFLEXIONES SOBRE EL LENGUAJE PROBABILÍSTICO EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Juan J. Ortiz y L. Serrano

*Departamento de Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada*

Los libros de texto constituyen un recurso didáctico fundamental en todos los niveles educativos. Las modernas teorías psico-pedagógicas sobre el aprendizaje de las matemáticas conceden un papel esencial al lenguaje, pero con frecuencia se olvidan los posibles conflictos interpretativos que los alumnos, especialmente los niños puedan tener, al no poseer un dominio completo del vocabulario técnico. En este trabajo presentamos un análisis del vocabulario empleado en tres libros de texto publicados en tres momentos de la reforma educativa y de ello deducimos algunos criterios a tener en cuenta, respecto al lenguaje, en la elaboración de libros de texto para la enseñanza de la probabilidad en la educación secundaria.

1. Introducción

En los diseños curriculares recientes para la enseñanza no universitaria se sugiere adelantar la enseñanza de la probabilidad, y utilizar una metodología apoyada en la simulación y experimentación, indicando como un punto fundamental la adquisición de un lenguaje preciso en relación con el azar y la probabilidad. Por ejemplo, en el diseño curricular del Ministerio de Educación y Ciencia para la enseñanza secundaria obligatoria (M.E.C., 1992), en el bloque 5, denominado «*Tratamiento del azar*» encontramos como concepto a presentar a los alumnos: «*Fenómenos aleatorios y terminología para describirlos*». Dentro de los procedimientos, se hace referencia a la «*utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar*».

En los estándares curriculares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) se especifica, que los profesores deben ayudar a sus alumnos a construir los conceptos progresivamente, a partir del desarrollo del vocabulario del niño y que los estudiantes del ciclo medio deben aprender la terminología básica en esta materia. En los trabajos de la Comisión Inter-Irem para la enseñanza de la probabilidad y estadística en Francia (Henry, 2001) se sugiere que «*conviene precisar el vocabulario, de forma que a cada nivel de descripción se asocien términos específicos que permitan a los alumnos tener en cuenta el punto de vista en que nos situamos: realidad sensible, modelo pseudo-concreto, modelo probabilista*» (p. 164). Todas estas recomendaciones son importantes, puesto que, cuando el alumno se inicia en el estudio de la probabilidad, ha usado en sus juegos y vida diaria términos y expresiones para referirse a los sucesos aleatorios, que con frecuencia no tienen el mismo sentido preciso que adquieren en estadística. En el lenguaje ordinario, tanto en las conversaciones, como en la prensa o literatura encontramos con frecuencia referencias al *azar* y lo *aleatorio*, aunque el significado que se da a estos términos no siempre coincide con el que tratamos de enseñar.

Una preocupación fundamental del profesor es facilitar el aprendizaje de los alumnos, contando para ello con diversos recursos y materiales didácticos, entre los que destaca el libro de texto. Como se afirma en el informe Cockcroft (1985) «*los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula*» (p. 114). Por su parte Romberg y Carpenter (1988) indican que «*el libro de texto es visto como la autoridad del conocimiento y guía del aprendizaje. La propiedad de las matemáticas descansa en los autores del libro de texto y no en el maestro.*» (pg.867).

Cuando queremos plasmar en un texto la probabilidad y estadística que están en continuo desarrollo y expansión, los imperativos didácticos nos obligan a realizar una transposición didáctica (Chevallard, 1985), para transformar el *saber sabio* en *saber escolar*, asequible a los alumnos, reduciendo el contenido, simplificando su presentación y tratando de buscar ejemplos que motiven a los alumnos y sean comprensibles por ellos. Es preciso seleccionar y secuenciar una materia que, en general, no tiene una estructura lineal, ya que las relaciones entre los conceptos son múltiples. Este delicado proceso introduce a veces sesgos o carencias en el significado que de los conceptos se presenta a los alumnos, que pueden tener una influencia en el aprendizaje de los alumnos. Todo ello implica que el lenguaje de los libros de texto es un aspecto relevante en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, por lo que creemos suficientemente justificado nuestro estudio.

En este trabajo nos hemos interesado por el lenguaje específico, que en torno al azar y la probabilidad se presenta en los libros de texto, realizando un estudio empírico de los términos y expresiones utilizados en tres libros de texto. Continuamos con ello nuestros estudios previos sobre el tratamiento de la probabilidad en los libros de texto (Ortiz, 1999) y la comprensión de la idea de aleatoriedad por parte de los alumnos (Batanero y Serrano, 1999). Para fundamentar nuestro estudio, hacemos un breve resumen de las implicaciones que el lenguaje tiene en el estudio de las matemáticas.

2. El Lenguaje y su Papel en el Aprendizaje de las Matemáticas

De acuerdo con la teoría de Vygotsky (1962) todas las funciones psicológicas superiores, como el pensamiento y el lenguaje aparecen en el desarrollo del sujeto primero como actividad colectiva, social, con una función inter-psicológica y sólo en una segunda fase como actividad individual intra-psicológica, mediante un proceso gradual de internalización. Para este autor es característico de la actividad humana la cooperación con otros y la producción de herramientas (físicas y mentales) para operar sobre el medio y modificarlo. Este autor define la zona de desarrollo próxima, como la diferencia entre lo que una persona o un alumno es capaz de realizar por sí mismo, en función de su desarrollo cognitivo y lo que puede hacer cuando es ayudado por otros, que les proporcionan herramientas semióticas. Ello explica la importancia de las interacciones sociales y de lograr un significado compartido del lenguaje y los conceptos, que es destacada por numerosos autores que trabajan sobre la construcción social de la inteligencia (Carvalho, 2001).

Orton (1990) recuerda que hay muchos aspectos del lenguaje que pueden afectar al aprendizaje de las matemáticas, y que muchos chicos no entienden los términos que empleamos en clase como parte del vocabulario matemático. Puede que existan problemas incluso cuando el alumno parece emplear un vocabulario apropiado, porque a veces atribuyen a las palabras un significado no acorde con el que pretendemos darle en la clase, por ejemplo, las investigaciones de Truran (1994) sugieren que muchos niños confunden los términos *imposible* y *muy poco probable*. Lo que resulta problemático no son los términos imposible, seguro, etc. en sí mismos, sino los conceptos y procesos subyacentes que se están comunicando y el significado que transmiten. Pimm (1987) también llama la atención sobre el uso de palabras del lenguaje cotidiano, con sentido matemático particular, lo cual puede ocurrir en el caso de los términos probabilísticos. Sin embargo, también considera que la analogía (metáfora) por medio de palabras cotidianas es muy importante para la construcción del significado matemático (Love y Pimm, 1996).

Dickson y cols. (1991) resumen diversas teorías que señalan la importancia del lenguaje en el desarrollo del pensamiento matemático, desde la tradición conductista americana que consideraba el pensamiento como «habla no vocalizada» hasta el constructivismo de Piaget quien consideraba el pensamiento como «acciones interiorizadas». Para él, el lenguaje solo podrá reflejar y no determinar el desarrollo cognitivo y la adquisición del lenguaje y los conceptos subyacentes no es en modo alguno pasivo. La comprensión del lenguaje y su uso por el niño depende de su implicación en las situaciones en que se utiliza. Por ello considera esencial que el niño y el maestro analicen los diversos significados e interpretaciones de las palabras, de manera que cada uno sepa claramente lo que el otro quiere decir al usar determinadas formas lingüísticas.

Rothery (1980) diferencia tres categorías de palabras usadas en la enseñanza de las matemáticas:

1. Palabras técnicas que, normalmente, no forman parte del lenguaje cotidiano. Una de las características distintivas del discurso sobre las matemáticas es el uso generalizado del vocabulario técnico. Los matemáticos han desarrollado una serie de términos específicos para comunicarse entre sí, que pueden causar problemas en las clases de matemáticas en caso de que los alumnos no lleguen a dominarlo.
2. Palabras que aparecen en las matemáticas y en el lenguaje ordinario, aunque no siempre con el mismo significado en los dos contextos. Pimm (1987) indica que la mayor parte de las clases de matemáticas se desarrollan en una mezcla de lenguaje corriente y lenguaje matemático (es decir usando términos ordinarios del lenguaje con un sentido matemático). A causa de interpretaciones lingüísticas diferentes se producen innumerables confusiones cuando el profesor emplea términos "del dialecto matemático" y los alumnos lo interpretan de acuerdo al lenguaje ordinario.
3. Palabras que tienen significados iguales o muy próximos en ambos contextos.

3. Propósito del Estudio

En el caso de la enseñanza de la probabilidad en niveles no universitarios, la mayoría de los vocablos pertenecen a las dos últimas categorías, aunque, si el niño no está muy familiarizado por el uso, muchas palabras de la categoría 3) se convertirán en términos de la categoría 2), lo que podrá crear dificultades de comunicación en el aula. Todas estas consideraciones nos han llevado a analizar el lenguaje empleado en los libros de texto.

Para llevarlo a cabo hemos seleccionado tres libros de texto, que designaremos como [A], [B] y [C] en el resto del trabajo y que aparecen referenciados en un anexo. Estos libros fueron elegidos entre los más utilizados por

los 26 profesores de secundaria a los que se realizó una entrevista y por ser de los más completos en cuanto al tema de probabilidad. Corresponden, además, a tres editoriales distintas, el libro [B] correspondiente al año 1975, el libro [A] al año 1991 y el texto [C] al año 1998. Estos son los años de comienzo de la reforma correspondiente al período llamado de las Matemáticas Modernas, al de la Reforma LOGSE y de consolidación de la misma, respectivamente, por lo que esperamos encontrar diferencias significativas entre ellos. Los objetivos concretos pretendidos son los siguientes:

1. Mostrar la riqueza de los medios expresivos probabilísticos en los libros de texto, incluso cuando se trata de unidades pensadas para una primera introducción al tema. Tras esta riqueza de medios expresivos subyace una riqueza conceptual que apunta, por un lado, a la complejidad de los significados de los conceptos matemáticos subyacentes, y por otro, a sus múltiples interrelaciones y a la rica fenomenología de lo aleatorio.
2. Mostrar las diferencias de medios expresivos en los textos analizados, para ejemplificar como, para un mismo nivel de enseñanza y unos mismos conceptos, es posible una gama de significados a presentar a los alumnos, en función del lenguaje empleado y el modo en que se usa este lenguaje.

A continuación presentamos nuestros resultados, clasificándolos en dos puntos: el lenguaje de lo aleatorio y el lenguaje de la probabilidad.

4. El lenguaje de lo Aleatorio

Un primer punto analizado en nuestro estudio son las palabras y términos usadas para hacer referencia al concepto de experimento aleatorio, la aleatoriedad, sus propiedades y ejemplos de situaciones aleatorias. En la tabla 1 recogemos este lenguaje, alfabetizado para cada uno de los tres libros analizados. Podemos clasificar estas palabras y expresiones en los siguientes grupos diferenciados:

- a) Expresiones referidas a la aleatoriedad
- b) Expresiones referidas a la idea de experimento aleatorio o sus resultados
- c) Vocablos relacionados con los dispositivos generadores de resultados aleatorios

Expresiones referidas a la aleatoriedad

Son las que evocan este concepto, sirven para definirlo o precisar sus características. Hemos encontrado entre ellas sustantivos como *azar*: «*El azar es considerado como lo más opuesto al orden, cualquier regla, a toda previsión. ¿Cómo poner leyes a algo imprevisible?*» (Texto [A], p. 234). En algunas de estas expresiones se personaliza el azar, atribuyéndole, además un carácter imprevisible: «*La mano que mece el mundo, no nos engañemos, la guía el azar, el infatigable e imprevisible azar*» (Texto [C], p. 346). Sin embargo, aunque es cierto que cada resultado aislado de un experimento es imprevisible, cuando consideramos un gran número de experimentos aparecen leyes de probabilidad. En este sentido la afirmación del texto no es del todo precisa, siendo más completa la siguiente: «*Esta es la llamada ley del azar: Al repetir numerosas veces un experimento aleatorio, la frecuencia relativa de cada uno de los resultados tiende hacia un determinado número*» (Texto [C], p. 330).

Otros vocablos utilizados para caracterizar estas situaciones aleatorias son *incertidumbre*, *inseguridad*: «*Estos ejemplos te dan la clave fundamental para empezar a poner números a la incertidumbre; para manejarte bien a pesar de la inseguridad*» (Texto [A], p. 223). En otro texto incluso se aporta la siguiente definición: «*Se llama situación de incertidumbre a la provocada por un experimento aleatorio y, por tanto, de la que no se conoce con seguridad el resultado que pueda surgir de la misma*» (Texto [C], p. 325). Asimismo se hace referencia a que «*No se puede predecir el resultado*» (Texto [B], p. 40). Esta es una característica que sirve para discriminar experimentos aleatorios y no aleatorios: «*Fijate en que cada vez que realizas los experimentos a), b) y d) no puedes predecir el resultado, ya que en a) puede ser cara o cruz; en b) puede salir 1,2,3,4,5 o 6, etc. En cambio, en el experimento c) si puedes predecir el resultado: el trozo de plomo no flota en el agua. Por ello decimos que los experimentos a), b) y d) son aleatorios y que el experimento c) no es aleatorio*» (Texto [B], p. 40). En otro texto hace la distinción entre juegos deterministas y juegos aleatorios, de la siguiente forma: «*Un juego es determinista si existe alguna estrategia para ganar, en caso contrario es aleatorio*» (Texto [C], p.380). Esta definición puede inducir a confusión, puesto que hay juegos aleatorios en los que una cierta estrategia tiene ventaja para aumentar la probabilidad de ganar o la esperanza matemática.

A veces encontramos adjetivos que se emplean para calificar las experiencias, resultados o situaciones en las que interviene el azar y para describir sus características, como en el siguiente ejemplo en las que se consideran sinónimos *azaroso* e *imprevisible*: «*La palabra azaroso se utiliza como sinónimo de imprevisible*» (Texto [A], p. 234). Otro término más técnico es el de *aleatoria*, *aleatorio*: «*Los acontecimientos cuya realización depende del azar se llaman sucesos aleatorios*» (Texto [A], p. 227). En otras ocasiones la palabra *azar* no se emplea como sustantivo, sino como adjetivo para calificar una situación, especialmente, en lo referido a los juegos: «*Se empezó con juegos de azar*» (Texto [A], p. 222). Estos juegos se describen en la siguiente forma en el texto [B], p. 39: «*Una de las características de los llamados «juegos de azar» consiste en que sus resultados están substancialmente de acuerdo con las probabilidades «a priori»*» (Texto [B], p. 39).

Con una connotación de control del azar o bien de resultado inesperado, aparece a veces la idea de *suerte*. De este modo, y coincidiendo con lo expuesto por Hawkins y cols.(1992), se diferencia entre aleatoriedad que es no controlable y la suerte que podría ser controlable o podría favorecer o perjudicar a una persona: «*Tuve una tarde de suerte: tiré el dado 180 veces y salió el 6 en 84 ocasiones*» (Texto [A], p. 234). Como indica Rescher (1995) la suerte solo tiene sentido si existe aleatoriedad o inseguridad y si el suceso, en cuestión favorece o perjudica a una persona determinada y ocurre, a pesar de no ser previsible su ocurrencia.

Tabla 1. Lenguaje utilizado en relación con el experimento aleatorio

Texto [A]	Texto [B]	Texto [C]
Aleatoria (experiencia)	Bolas en urnas	Azar
Azar, azaroso	Dado	Baraja española
Baraja, española, francesa	Experimento aleatorio	Bingo
Bolsa (con bolas)	Fichas numeradas	Dados: cúbico, tetraédrico, 8 caras, sesgado, equilibrado
Cargado, correcto (dado)	Impredecible	Elegir (una persona, una tira de números)
Carta	Juegos de azar	Extracción
Chincheta	Lanzar (dados, moneda)	Extraer (devolviéndolas/sin devolver)
Dado (caras, trucado, irregular)	Moneda	Ficha
Extraer (una bola)	Observar (un resultado)	Generar (números aleatorios)
Extracción	Obtener (un resultado)	Imprevisible
Ficha	Predecir (un resultado)	Incertidumbre (situación de)
Función Random	Proceso (define un)	Internet
Imprevisible	Resultado	Jugar
Incertidumbre, incierto	Rifas (con números premiados)	Juegos: justos/no justos
Inseguridad	Sacar (una carta, una moneda, bolas de urnas)	Juegos deterministas
Juegos de azar: ganar/ perder	Sucesión de elementos (permite obtener una)	Juegos de azar: ganar/perder
Jugada		Lanzar
Lanzar (un dado, moneda)		Ley del azar
Moneda		Lotería
Números aleatorios		Lotería primitiva
Resultado		Monedas: correctas, trucadas
Ruleta		Números aleatorios
Sacar (una carta)		Obtener números aleatorios (con ordenador o calculadora)
Secuencia (de resultados aleatorios)		Observar (el resultado)
Simétrica (simetría)		Palillos
Sondeo		Pasar (una encuesta)
Suerte		Predecir (un resultado)
Tirar (un dado, moneda)		Ruletas
		Sacar (una carta)
		Simulación (técnicas de)
		Simular
		Sortear
		Tablas de números aleatorios
		Tableros de juegos

Expresiones referidas a la idea de experimento aleatorio o sus resultados

En general en estos libros son pocas las ocasiones en que se sugiere a los alumnos realizar experimentos aleatorios y observar sus resultados. La introducción de la idea de aleatoriedad se hace preferentemente de un modo descriptivo y por ello los matices del lenguaje cobran un papel primordial en tal descripción. Las características atribuidas a los resultados de estos experimentos se realizan con palabras tales como *imprevisible*, *incierto*, con las que se pretende que el alumno evoque las propiedades de tales fenómenos, pero cuyo significado no suele clarificarse, quedando abierta la posibilidad de una interpretación ambigua. También la palabra *aleatorio* se usa como calificativo, por ejemplo *número aleatorio* (Texto [C], p. 325), a pesar de no haberse dado una definición explícita de dicho término.

Algunos verbos evocan tipos característicos de experimentos considerados aleatorios, como *extraer* (una bola), *lanzar* (un dado, moneda), *sacar* (una carta), *tirar* (un dado, moneda). Asimismo encontramos referencias a «*obtener un resultado*» y «*observar un resultado*»: «*Lanzar una moneda al aire y observar el resultado*» (Texto [B], p. 40). Estos verbos evocan una serie de acciones familiares a la experiencia del niño con los juegos que están presentes en su cultura, a la vez que generalmente les recuerdan unos convenios implícitos en los mismos. Por ejemplo, tiramos o lanzamos un dado, para estudiar el número que resulta en la cara superior, pero no nos preocupamos de su color y suponemos que el dado no cae de canto. Sacamos o extraemos una carta de la baraja, habiendo barajado ésta previamente y sin hacer trampas, suponiendo que la baraja está completa etc.

Solo hemos encontrado en el texto [B], una mención a la posibilidad de no considerar algunos de los resultados: «*Lanzar al aire el dado de la figura 11 y observar el resultado. Supongamos que hay sólo seis resultados posibles (prescindimos de la posibilidad de que el dado quede apoyado en una arista o en un vértice)*» (Texto [B], p. 46). Suponemos que el alumno comprende bien todos estos convenios, pero no solemos comprobarlos en la clase, por falta de tiempo y algunos investigadores han mostrado como los niños tienen ideas subjetivas respecto a los experimentos aleatorios, por ejemplo, pueden pensar que si se concentran pueden conseguir un tipo dado de resultados, esto es, controlar los experimentos aleatorios (Truran, 1994).

Otro caso en que aparecen convenios implícitos en los libros de texto es cuando se hace una referencia a la palabra *sondeo* o *encuesta*: «*Se desea pasar una encuesta de valoración del Gobierno Andaluz a lo largo del último año entre la población andaluza*» (Texto [C], p. 333). Esta palabra implica la idea de una población subyacente de la que se ha tomado una muestra, de modo que ésta sea representativa de dicha población, es decir, donde se supone los elementos de la muestra han sido elegidos de alguna forma aleatoria que impide la inclusión de sesgos respecto a los resultados obtenidos. Aunque «*sondeo*» es un término técnico, su uso se está incorporando progresivamente al lenguaje ordinario, debido al uso creciente de encuestas y *sondeos de opinión*, especialmente por parte de la prensa, por lo que creemos debe resultar familiar a los alumnos a los que van dirigidos los libros.

En el caso de los *juegos de azar* nos referimos a juegos en que interviene un elemento aleatorio que nos impide tener la seguridad de ganar siguiendo una estrategia dada y también encontramos vocablos específicos asociados a este tipo de juegos, como *ganar*, *perder*, *jugada*. Las ideas sobre si el juego es justo o no lo es y sobre si es posible encontrar estrategias para ganar, son desarrolladas ampliamente en el libro de texto [C], a través de ejemplos y ejercicios propuestos: «*Nico propone a Quini el siguiente juego: Nico lanza un dado. Si en el dado resulta un número impar, gana Nico una ficha. Si en cambio, resulta un número compuesto, gana Quini una ficha. Juega con algún compañero o compañera de clase varias veces, ¿qué jugador desearías ser, Quini o Nico? ¿Es justo este juego?*» (Texto [C], p. 351).

Otra expresión característica es la de *secuencia* (de resultados aleatorios) que evoca una serie de resultados obtenidos al repetir en las mismas condiciones un experimento aleatorio un número dado de veces y que potencialmente podemos continuar en las mismas condiciones iniciales: «*Con un programa adecuado se pueden obtener en muy pocos minutos los resultados de una supuesta secuencia de miles de tiradas de dado con la misma eficacia que si, realmente, se efectuaran los lanzamientos*» (Texto [A], p. 230). También hemos encontrado para referirse a los resultados de un experimento aleatorio, la palabra *sucesión*, utilizada en el mismo sentido que la de *secuencia*: «*En el capítulo anterior has estudiado los fenómenos aleatorios. Cada uno de éstos define un proceso que permite obtener una sucesión de elementos*» (Texto [B], p. 58).

Así mismo aparece la idea de *convergencia* de las frecuencias relativas: “¿A qué valores convergen las frecuencias relativas de aparición de cada uno de los dígitos?” (Texto [C], p.338). Recordamos que hay que atender a la posible confusión de los alumnos con la idea de convergencia de sucesiones numéricas, aunque la palabra convergencia tiene un sentido muy diferente en uno y otro caso.

Vocablos relacionados con los dispositivos generadores de resultados aleatorios.

Al analizar el concepto de aleatoriedad desde un punto de vista teórico, podemos separar dos componentes: los resultados o secuencias de resultados, y el experimento en sí mismo o bien del dispositivo experimental que produce los resultados aleatorios (Zabell, 1992). En los libros hemos encontrado gran variedad de vocablos que se refieren a los dispositivos que generan resultados aleatorios. La riqueza de este tipo de vocabulario implica la consideración de ejemplos variados de experimentos aleatorios, que no siempre son isomorfos y que según Truran (1994) pueden ser considerados como no equivalentes por los niños, incluso en el caso de ser isomorfos.

En primer lugar, nos encontramos con los dispositivos físicos productores de resultados aleatorios, que son suficientemente conocidos por los alumnos a través de sus experiencias con juegos de azar, muy extendidos en nuestra cultura. Entre otros, en los textos se hace referencia a la *baraja (española y francesa)*, *bolsa (con bolas)*, *chincheta*, *dado*, *ficha*, *moneda*, *ruleta*. Una moneda o un dado pueden ser similares para el alumno, con la diferencia del número de sucesos del espacio muestral implicado, puesto que en ambos casos hay un conjunto discreto de resultados determinados por la posición física del objeto (moneda o dado) al caer después de un lanzamiento. En estos casos, tanto como en la extracción de bolas en urnas es más fácil visualizar la relación parte-parte en el cálculo de probabilidades, lo que hace que en ocasiones los alumnos no lleguen a usar fracciones sino a comparar los valores absolutos de casos favorables y desfavorables para asignar probabilidades.

Una ruleta visualiza mejor la relación parte-todo y por tanto la regla de Laplace y, además, permite al alumno utilizar consideraciones de tipo geométrico. Tanto este caso como la chincheta permite proponer ejemplos de sucesos no equiprobables. La baraja o la bolsa con bolas permite trabajar situaciones de muestreo sin reemplazamiento que no es fácil ejemplificar con los dispositivos anteriores.

Otras veces se usan contextos de tipo cotidiano para ejemplificar experimentos aleatorios como «*Anota algunas situaciones de incertidumbre en las que te hayas encontrado durante esta semana*» (Texto [C], p. 338), o problemas relacionados con el tráfico, como en el ejemplo siguiente: «*Los expertos de tráfico, sin conocer las intenciones personales de cada conductor, prevén con mucha precisión qué flujo de coches va a haber en cada carretera a cada hora de la semana. Y lo que es más sorprendente, vaticinan con tino el número de accidentes que se van a producir. Estos no son más que algunos de los muchísimos ejemplos que se pueden dar sobre regularidades en situaciones completamente aleatorias*» (Texto [A], p. 234).

Se menciona la *función random* de un microordenador, que es un dispositivo determinista que permite obtener resultados que a efectos prácticos pueden ser tomados como aleatorios: «*Los microordenadores tienen una función (RANDOM) con la que se pueden conseguir números aleatorios. Con un programa adecuado se pueden obtener en muy pocos minutos los resultados de una supuesta secuencia de miles de tiradas de un dado*» (Texto [A], p. 230).

En el libro de la época más reciente aparece, como no podía ser de otra manera, la red de redes, internet, como un medio de obtener información sobre experimentos aleatorios o de realizarlos: «*Como en la práctica, esto llevaría mucho tiempo, se han realizado programas de ordenador que simulan la experiencia de forma que puede realizar miles de repeticiones de la misma en pocos segundos. Uno de estos programas lo podemos encontrar en una página WEB de Internet cuya dirección es: <http://www.geocities.com/capecanaveral/lab/1719/experimentos.html>.*» (Texto [C], p. 377).

En ocasiones se especifican las condiciones que deben seguir estos generadores para ser considerados como aleatorios, introduciendo, por ejemplo, la idea de *dado correcto* o *moneda indistinguible* que hace referencia implícita a la equiprobabilidad de sus diferentes resultados, aunque explícitamente no se analizan estas propiedades: «*Hemos calculado y representado en los siguientes diagramas, las frecuencias relativas de los resultados de lanzar un dado correcto*» (Texto [A], p. 229). «*El espacio muestral asociado al experimento aleatorio*

"lanzar al aire dos monedas indistinguibles y observar el resultado" es: $E = \{(c,c), (c,f), (f,c), (f,f)\}$ (Texto [B], p. 41).

La equiprobabilidad de los distintos resultados se conceptualiza también mediante el término *simétrico* (*simetría*) o *equilibrado*: "Si el dado tetraédrico del apartado a) está bien equilibrado, todos los números (1, 2, 3 y 4) tienen la misma probabilidad de salir" (Texto [C], p. 356), que implica que es posible aplicar el principio de indiferencia, debido a las propiedades físicas del objeto o, por el contrario, se introducen adjetivos como *cargado* para indicar los dispositivos que no cumplen estos requisitos. Estas palabras del lenguaje ordinario adquieren así un significado específico dentro del tema de probabilidad. «Un dado es una figura muy simétrica, a menos que esté preparado (*cargado*). Hay las mismas razones para esperar que, al lanzarlo al aire, salga el 5 que el 4» (Texto [A], p. 222). A veces este término es sustituido por *irregular*, como en el siguiente ejemplo: «Vamos a jugar con un dado, pero sospechamos que es irregular» (Texto [A] p. 252).

Las técnicas de simulación de experimentos aleatorios ocupan un lugar muy importante en el libro de texto [C], indicando que aunque muchas de las experiencias se pueden llevar a cabo mediante materiales manipulables, como dados, ruletas, cartas, monedas, etc., hay otros experimentos que por diversas razones no se pueden realizar directamente, pero que mediante las técnicas de simulación pueden ser reproducidos fácilmente en el aula o en el taller de matemáticas, o también cuando queremos repetir un gran número de veces un experimento: "Simulemos ahora el lanzamiento de un dado con 6 caras numeradas del 1 al 6 con la orden o tecla de generación de números aleatorios de la calculadora" (Texto [C], p. 329).

En consecuencia, el vocabulario usado con relación a la idea de aleatoriedad sirve para precisar las características atribuidas a este concepto, así como a la idea de experimento aleatorio y para describir diferentes generadores de resultados aleatorios.

Del análisis detallado de la tabla 1 observamos una mayor riqueza del lenguaje empleado para referirse a la aleatoriedad en los textos [A] y sobre todo en el [C]. Por un lado, es mucho más variada la gama de adjetivos y expresiones usadas para describir este concepto. Por otro aparecen ejemplos de generadores aleatorios, como la chincheta, para cuyos resultados no puede aplicarse la regla de Laplace y que están, por tanto asociados a una concepción frecuencial de la probabilidad. En el texto [C], se hace una amplia referencia a los números aleatorios y a las distintas formas de generarlos, mediante calculadoras, ordenadores, tablas de números aleatorios, el texto [A] hace alguna referencia a este concepto y se habla de la función random de los microordenadores. Todo ello apunta a un mayor énfasis en estos dos libros mencionados del concepto de aleatoriedad y experimento aleatorio, así como por la fenomenología del azar que en el texto [B] y sugiere una ampliación gradual a lo largo del tiempo del vocabulario empleado en los libros para el mismo nivel de enseñanza. En consecuencia se amplía progresivamente la riqueza de aplicaciones y matices presentados respecto a la idea de aleatoriedad.

5. El lenguaje de la Probabilidad

En segundo lugar hemos repetido nuestro análisis en relación con la idea de probabilidad, para la cual hemos encontrado, asimismo, una gran variedad en el vocabulario usado para referirse al concepto y la asignación de probabilidades a los sucesos, para graduar las probabilidades de distintos sucesos o para referirse a diferentes tipos de probabilidades. Este vocabulario se presenta en la tabla 2, que también podemos agrupar en diferentes apartados:

1. Concepto, interpretación, tipos de probabilidades y concepciones sobre la probabilidad.
2. La probabilidad como función y asignación de sus valores.
3. Graduación de probabilidades.

Concepto, interpretación, tipos de probabilidad, concepciones

Un primer grupo de vocablos y expresiones se refiere al concepto de *probabilidad* y a su interpretación, que reviste diversos matices que indican la concepción de probabilidad subyacente, que puede ser laplaciana, frecuencial, subjetiva o formal. Por ejemplo, en la acepción subjetiva, se considera la probabilidad como el grado de creencia personal en la realización de un suceso. Como tal grado de creencia, diferentes personas podrían asignar diversas probabilidades al mismo suceso.

Tabla 2. Lenguaje utilizado en relación con la probabilidad

Texto [A]	Texto [B]	Texto [C]
«A priori»	Aplicación	Cálculo (de probabilidades)
Asignar (probabilidad)	«a priori»	Diagrama del árbol
Apuestas (acertar)	Asignamos (probabilidad)	Equiprobable/No equiprobable
Cálculo (de la probabilidad)	Cálculo matemático	Fracción
Casi seguro	(de la probabilidad)	Frecuencia relativa
Chances	Ganar (probabilidad de)	(como medida de probabilidad)
Combinatoria, combinatorio	Grado de confianza	Grado de posibilidad
Confianza	Igualmente posibles	Grado de probabilidad
Grado de incertidumbre	Igual probabilidad	Hallar (la probabilidad)
Grado de inseguridad	Juicio de credibilidad	Imposible, casi imposible
Equiprobable	Juicio de probabilidad	Ley de Laplace
Estimar	Número no negativo	Ley de los grandes números
Igualmente probables	Posible (resultado)	Ordenar (grado de posibilidad)
Imposible (casi imposible)	Probabilidad	Posibilidad
Ley de Laplace	Probable	Posibilidades
Medir (la probabilidad)		(proporción de, tiene muchas, tiene pocas)
Odds		Probabilidad
Permutación		Probable (poco, muy)
Probable (muy, muy poco, poco, medianamente)		Recuento (técnicas)
Probabilidad		Seguro, casi seguro
Probabilidad teórica/experimental		Suceso
Probabilístico (conocimiento, estudio)		Suceso (A o B; A y B)
Posibilidad (mayor, menor)		Tabla de doble entrada
Seguro, asegurarnos		Ventaja (el jugador tiene)
Simetría		
Suceso raro (muy)		
Triángulo combinatorio		

Hemos encontrado esta acepción de probabilidad cuando se habla de *confianza* personal en la realización de un suceso, como en el siguiente ejemplo: «*Si el hombre del tiempo nos dijera que la probabilidad de que mañana esté despejado es del 80 por ciento, querría significar que, de 100 días con las circunstancias meteorológicas observadas hoy, el día siguiente, en 80 de los 100 casos, se ha presentado despejado. Como ves, no te quita las dudas de lo que vaya a pasar mañana, pero no por eso la información deja de serte útil. Puedes preparar tu excursión con bastante confianza de que no será pasada por agua*» (Texto[A], p. 222). Una acepción parecida, aunque no totalmente equivalente es cuando la probabilidad se interpreta como *grado de incertidumbre o inseguridad*. En el ejemplo que sigue no queda claro si este es un grado subjetivo (dependiente de cada persona en particular) u objetivo (asociado al suceso en cuestión): «*El grado de incertidumbre es mayor o menor en cada caso*» (Texto [A], p. 227) o *grado de inseguridad*: «*La probabilidad es la parte de las matemáticas que trata de manejar con números la incertidumbre (grado de inseguridad)*» (Texto [A], p. 223). En la definición anterior se hace referencia al carácter numérico de la probabilidad. El texto [B], al introducir la definición axiomática de la probabilidad, utiliza los *números* para definirla de la siguiente forma: «*A cualquier suceso S se le puede asociar un número no negativo p(S) que se llama probabilidad de dicho suceso*» (Texto [B], p. 47). En esta acepción no se dota de un significado intuitivo a la probabilidad, sino sólo de unas reglas formales que debe cumplir para satisfacer unos axiomas.

La palabra probabilidad se toma en algunos libros como sinónimo de *posibilidad*, aunque matemáticamente estos dos términos no son estrictamente equivalentes: «*Llamamos probabilidad de un suceso al grado de posibilidad que tiene de ocurrir en una escala de 0 a 1*» (Texto [C], p. 354). Por otro lado, se diferencia entre *probabilidad teórica* o «*a priori*», que es la que viene dada por el cálculo matemático de probabilidades siguiendo la regla de Laplace y *probabilidad experimental*, que es la obtenida a partir de las frecuencias relativas de resultados experimentales, es decir, donde la probabilidad se presenta en su acepción frecuencial: «*Podrás*

decir que la probabilidad experimental de que la chincheta quede con la punta hacia arriba es 30/100» (Texto [A], p. 241).

En el texto [B] incluso se menciona explícitamente estas diversas interpretaciones del término «Probabilidad»: *«Sin embargo, en cada caso nos referimos a un tipo diferente de juicios de «probabilidad». Así, el primero es un ejemplo de lo que podríamos llamar juicio de probabilidades «a priori» y está relacionado con el cálculo matemático de probabilidades; el segundo es un ejemplo de lo que, a falta de mejor expresión, llamaríamos un juicio de credibilidad, y es una medida del grado de confianza que tenemos en la verdad de un cierta afirmación o en el acaecimiento de determinado suceso» (Texto [B], p. 39).*

Otro término introducido en el texto [A] que guarda relación con el concepto de probabilidad es el de *odds* o *chances*, que no suele ser muy utilizado en los libros de texto, por lo que posiblemente el autor ha preferido no traducir esta palabra al castellano, donde podría usarse “posibilidades” para estos términos: *“En el mundo anglosajón, tal vez por la afición de las apuestas, en lugar de hablar de la probabilidad de un suceso A, hablan muy a menudo de las “odds in favour of A”, que expresaremos en castellano, para evitar confusiones con probabilidad, aunque tal vez de un modo no muy ortodoxo, las chances a favor de A” (Texto [A], p. 254).*

Por último, los textos emplean también el adjetivo *probabilístico* para calificar las situaciones en que se emplea el cálculo de probabilidades: *«Pero incluso el conocimiento físico de los últimos elementos constituyentes de la materia es también probabilístico» (Texto [A], p. 224).*

La probabilidad como función y asignación de sus valores

En el apartado anterior hemos analizado los términos que aluden a la probabilidad como valor numérico, o medida, con diversas variantes. Donde aparece claramente el concepto de probabilidad como función es en el texto [B], que concluye la definición axiomática de la probabilidad así: *“El conjunto formado por el espacio muestral E, el conjunto de sucesos y la aplicación p se llama espacio probabilístico y se representa por (E, B, p)” (Texto [B], p. 47).*

Además de los términos que se refieren al concepto, hemos encontrado un vocabulario bastante variado en lo que se refiere a la forma de asignar o calcular probabilidades. Se usan a veces como sinónimos palabras que podrían tener un significado diferenciado, como *asignar* (probabilidad), *calcular* o *medir*. Por otro lado este último término tiene un carácter ambiguo que podría llevar al alumno a confusión, debido a la diferencia que toma respecto al significado de “medir” en otros contextos, donde implica una acción física empleando instrumentos de medida: *«Asigna tú mismo la probabilidad» (Texto [A], p. 241), cálculo (de la probabilidad), medir (la probabilidad): «La frecuencia relativa como medida de la probabilidad» (Texto [C], p. 358).*

El procedimiento empleado para realizar estos cálculos puede basarse en la *combinatoria*, o ser de tipo *combinatorio*, o emplear el *triángulo combinatorio*. En el texto [C] se dedica un apartado a las técnicas de recuento, indicando las tablas de doble entrada y los diagramas del árbol como las más usadas, sin hacer mención en ningún momento al cálculo combinatorio: *“Escribe mediante una tabla de doble entrada o un diagrama del árbol, todos los sucesos elementales del experimento aleatorio “lanzar dos dados cúbicos” (Texto [C], p. 364).*

Se hace también referencia, como método de cálculo a la *ley de Laplace*: *«Para que te entrenes con la ley de Laplace, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos al lanzar un dado dodecaédrico con las caras numeradas del 1 al 12” (Texto [C], p. 358).* Para poder aplicar esta fórmula se exigen condiciones de *simetría* que se refiere a que no hay más razones a favor de uno u otro resultado, pero que no se suele clarificar: *«En el dado, en la moneda, en la ruleta,..., la simetría de la situación nos conduce a un cálculo directo de la probabilidad teórica de los sucesos correspondientes» (Texto [A], p. 241).*

Todos estos vocablos evocan el enfoque clásico de la probabilidad. En otros casos se alude a que los sucesos son *«igualmente posibles»*: *«Enumerar los casos igualmente posibles del experimento aleatorio que consiste en tirar dos dados a la vez» (Texto [B], p. 54).*

En caso de emplear una aproximación frecuencial, se habla de *estimar* o *aproximar* la probabilidad: *«Aplicando la ley de los Grandes Números, la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales se puede aproximar por la frecuencia relativa, cuando el número de repeticiones es grande” (Texto [C], p. 360).* Finalmente el término *apuestas* puede evocar una asignación de tipo subjetiva: *«Las primeras consideraciones matemáticas profundas a propósito de los juegos de azar y de las apuestas» (Texto [A], p. 223).*

Graduación de probabilidades

Los libros de texto emplean diferentes vocablos para expresar de modo cualitativo una graduación de la probabilidad de los diferentes sucesos. De este modo, hemos encontrado los siguientes vocablos, que hemos ordenado según la mayor o menor probabilidad implicada: *Seguro, asegurarnos, casi seguro, probable (muy, muy poco, poco, medianamente), equiprobable, igualmente probables, suceso raro (muy), imposible (casi imposible)*: «La probabilidad es el número de resultados favorables m , dividido por el número de resultados posibles n , supuesto que éstos sean equiprobables» (Texto [A], p. 222). La única mención que hemos encontrado en el texto [B] sobre este aspecto la realiza en la introducción, donde afirma: «*En el lenguaje ordinario se usan palabras como probabilidad, probables, ..., al referirnos a determinados sucesos. Así, por ejemplo, se habla de la probabilidad de obtener dos seises al lanzar sobre una mesa dos dados. De que es probable que determinado país consiga la medalla de oro en la prueba de los 100 metros masculinos, en las próximas Olimpiadas*» (Texto [B], p. 39).

Sobre el grado de probabilidad y grado de posibilidad también se habla en el texto [C]: «*Busca en el periódico 8 frases que utilicen palabras que determinen un cierto grado de posibilidad, como por ejemplo "es posible, seguramente", "es casi imposible", "es muy probable", etc., y ordénalas según el grado de probabilidad que indiquen*» (Texto [C], p. 377), que como hemos indicado anteriormente puede crear cierta confusión en los alumnos entre ambos conceptos.

De nuevo la riqueza de vocabulario es mucho mayor en los textos [A] y [C], confirmándose la tendencia a una mayor variedad en los textos más recientes. En el texto [B] no aparecen gradaciones cualitativas de las probabilidades de los sucesos, sino simplemente valores numéricos de las mismas. Se aísla así el trabajo de probabilidades realizado en el aula del uso del mismo en la vida diaria donde con frecuencias hacemos valoraciones del tipo «muy probable», «bastante posible», etc. para referirnos a la verosimilitud de un cierto suceso aleatorio.

No hay tampoco alusión a modos diferentes de obtener los valores de probabilidad, diferentes del «cálculo matemático», puesto que las concepciones subjetivas y frecuencial de la probabilidad no se presentan en el texto. Por consiguiente, no hay referencia a la «estimación» o «asignación subjetiva» de probabilidades. Tampoco se presenta la distinción entre «probabilidades teóricas» y «experimentales», confirmando la falta de conexión entre este tema y el estudio de la estadística. Finalmente, no hemos encontrado tampoco conexión con el tema de combinatoria, puesto que, a pesar de que la mayor parte de los problemas se deben resolver usando conceptos combinatorios, no hay referencias explícitas ni vocabulario o notación que indique esta conexión.

6. Implicaciones Didácticas

En este estudio hemos intentado destacar la importancia del libro de texto como recurso didáctico, que como hemos visto es uno de los más utilizados por el profesorado, así como las posibles limitaciones que pueden existir. Ha quedado igualmente de manifiesto la relevancia que tiene el lenguaje en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y la gran riqueza y diversidad de términos existentes en los textos analizados. También nos ha mostrado la variabilidad de expresiones que con relación a la aleatoriedad y probabilidad pueden aparecer en tres libros que han sido escritos para el mismo nivel de enseñanza. Estos dos puntos sirven de nuevo para mostrar el importante papel de los escritores de libros de texto que marcan un nuevo nivel en la transposición didáctica del tema, al fijar y concretar lo establecido en los diseños curriculares, así como del profesor que, finalmente en el aula decide no sólo el libro de texto que recomienda a sus alumnos sino las partes de éste a usar en la enseñanza y los recursos con que debe ser complementado. Esperamos con este trabajo contribuir a la mejora de la enseñanza de la probabilidad en la Educación Secundaria, así como facilitar la labor del profesorado en el aula.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte del Proyecto BSO-2000-1507. MEC. Madrid.

Referencias

- Batanero, C. y Serrano, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Statistics Education*, 30(5), 558-567.
- Carvalho, C. (2001). Inteação entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico, no 7º ano da escolaridade. Tesis Doctoral. Universidad de Lisboa.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grénoble: La Pensée sauvage.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Labor.
- Hawkins, A., Jolliffe, F. y Glickman, L. (1992). *Teaching statistical concepts*. London: Longman.
- Henry, M. (2001). Notion d'expérience aleatoire. Vocabulaire et modèle probabiliste. En M. Henry (Ed.), *Autour de la modélisation en probabilités* (pp. 173-186). Paris: PUFC.
- Love, E. y Pimm, D. (1996). 'This is so': A text on texts. En A. J. Bishon y cols. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 371-409). Dordrecht: Kluwer.
- M.E.C. (1992). *Matemática secundaria obligatoria*. Madrid: M.E.C.
- N.C.T.M. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA; N.C.T.M. <http://standards.nctm.org/>
- Ortiz, J. J. (1999). *Significado de conceptos probabilísticos en los textos de Bachillerato*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: M.E.C. y Morata.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically*. New York: Routledge and Kegan Paul.
- Rescher, N. (1995). *Luck. The brilliant ransomness of everyday life*. Canadá: Harper Collins.
- Romberg, T. A. y Carpenter, T. P. (1986). Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. En M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*, (pp. 850-869). New York: Mac Millan.
- Rothery, A. (1980). *Children reading mathematics*. Worcester: College of Higher Education.
- Truran, K. (1994). Children's understanding of random generators. Short oral communication. *Proceeding of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. University of Lisbon.
- Vygotsky, L. S. (1962). Thought and language. Massachussets: Instituto de Tecnología (traducción del original ruso, publicado en 1934).
- Zabell, S. L. (1992). Randomness and statistical applications. En F. Gordon and S. Gordon (Eds.), *Statistics for the XXI Century*. The Mathematical Association of America, (pp. 139-166).

ANEXO: Libros de texto analizados

- [A]: Guzmán, M., Colera, J. y Salvador, A. (1988). *Matemáticas, Bachillerato 1º*. Madrid: Anaya,
- [B]: Valdés, J. y Marsinyach, S. (1975). *Matemáticas Bachillerato 1º*. Madrid: Bruño.
- [C]: Berenguer, L. y otros (1998). *Construir las matemáticas. 3º E.S.O.* Granada: Proyecto Sur de Ediciones.

CONTINGUTS ESTADÍSTICS A L'ENSENYAMENT PRIMARI

Àlex Costa Sáenz de San Pedro

Subdirector de l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat)

acosta@idescat.es

amb la col·laboració de Maribel García Gil (Idescat)

*a les meves filles Mireia i Clara,
estudiants de primària*

Si es consulten els materials docents que, sobre la societat, es fan servir al cicle superior de l'ensenyament primari, resulta indiscutible la rellevància dels continguts estadístics. No tant per les dades estadístiques o l'estadística matemàtica que s'hi pot trobar, sinó perquè l'aproximació a la societat que es presenta en aquests materials està fonamentada en unes tècniques i conceptes que són estadístics. En concret, es tracta d'uns conceptes i tècniques propis d'una «nova» disciplina estadística que anomenem **fonts de l'estadística oficial**. Això és perfectament visible des de la perspectiva dels professionals de l'estadística oficial, més segurament que des de l'òptica de l'estadístic teòric o matemàtic.

En conseqüència, en aquests nivells educatius la qüestió no és com s'ensenyava l'estadística com a branca de les matemàtiques, sinó una altra: *el paper dels conceptes i mètodes estadístics de les fonts de l'estadística oficial en l'aproximació a la societat*.

Un element relativament atípic d'aquest treball és la consideració de les *fonts de l'estadística oficial* com una disciplina estadística. En efecte, les fonts de l'estadística oficial són una disciplina estadística empírica especialitzada, equivalent a d'altres com la mecànica estadística, l'econometria o l'estadística actuarial. Aquesta disciplina no és equiparable, al nostre entendre, a una simple estadística aplicada. La raó d'aquest fet és que les fonts de l'estadística oficial tenen, de la mateixa manera que les altres disciplines estadístiques empíriques, uns marcs conceptuals clarament delimitats, que no són un simple recull de coneixements ordinaris. Els marcs conceptuals de l'estadística oficial tenen, tanmateix, una singularitat epistemològica derivada de les limitacions de les anomenades "ciències socials" (sociologia, economia, etc.): es tracta d'uns marcs conceptuals *convencionals* que es fan objectius no per la força de les veritats de la ciència, sinó pel consens internacional. Els marcs conceptuals de l'estadística oficial es troben en manuals i altres documents d'organismes internacionals com l'ONU, l'OIT, l'OMS o l'OCDE. Conceptes com l'esperança de vida o el producte interior brut, per exemple, són bàsics per conèixer les societats concretes en les quals vivim, encara que se situïn (malgrat les ambicions de les ciències socials) a mig camí entre el coneixement ordinari i professional, d'una banda, i el coneixement científic, de l'altra.

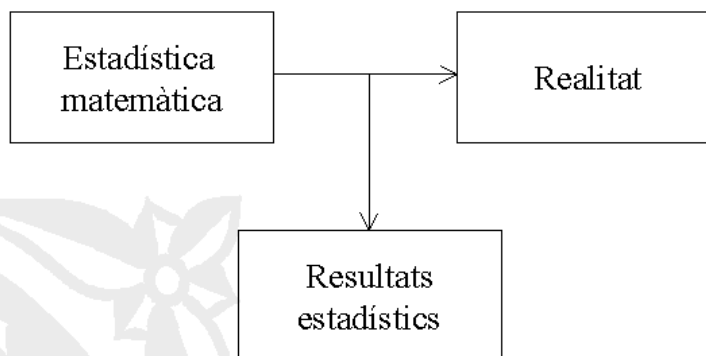
Com es pot apreciar en els materials docents de primària, els conceptes i els mètodes de l'estadística oficial que es fan servir són extremadament útils i eficaços perquè les nostres filles i fills tinguin una idea molt empírica i vàlida (més que en generacions anteriors) de la societat en què viuen.

Si el que es diu en aquest treball és cert, és possible que la frase premonitòria de H.G. Wells sobre l'estadística que han de saber els ciutadans del futur, pugui referir-se més als conceptes empírics i als mètodes de l'estadística oficial, que no pas a quelcom tan important però tan abstracte com la fórmula matemàtica de la distribució normal.

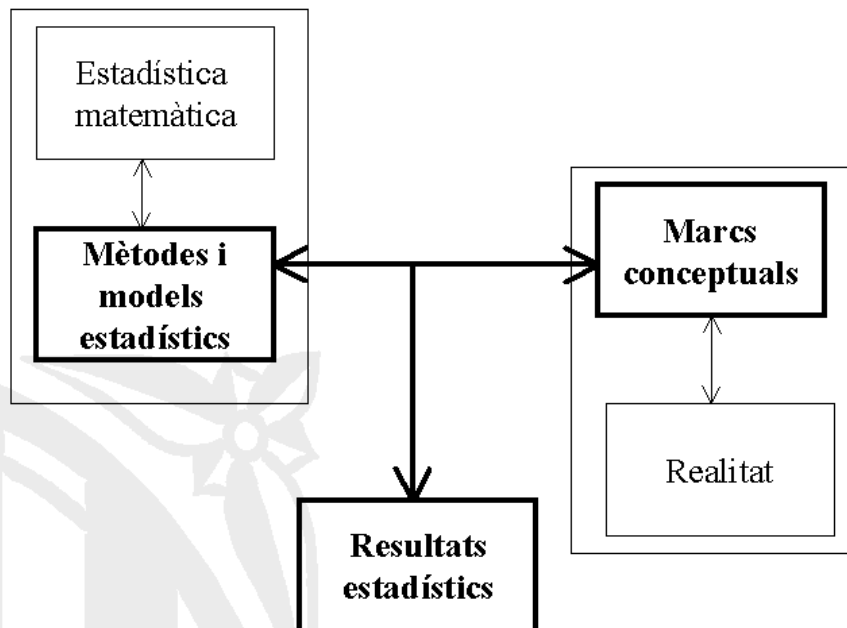
Què vol dir... continguts estadístics?

- **Conceptes matemàtics**
 - » mitjana
 - » variància
 - » probabilitat
 - » estimador
 - » ...
- **Conceptes empírics**
 - » taxa de natalitat
 - » esperança de vida
 - » taxa d'atur
 - » producte interior brut
 - » ...
- **Mètodes i models**
 - » gràfics
 - » enquestes
 - » mostres
 - » models lineals
 - » ...
- **Dades**

Estadística i estadístiques



Els continguts estadístics



Marc conceptuals

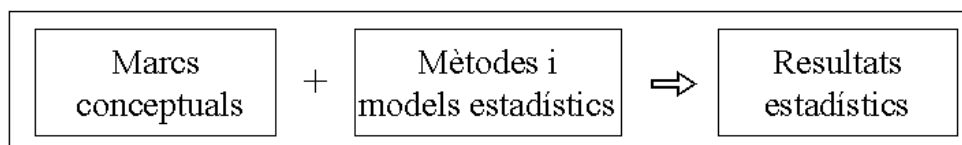
- mecànica de partícules
- genètica
- biologia
- psicologia
- teoria econòmica
- teoria de l'assegurança
- processos industrials
-
- coneixement ordinari

Mètodes i models estadístics

- estadística descriptiva
- disseny de mostres
- mètodes multivariants
- estadística no paramètrica
- disseny d'experiments
- models de regressió
- models de sèries temporals
- ...

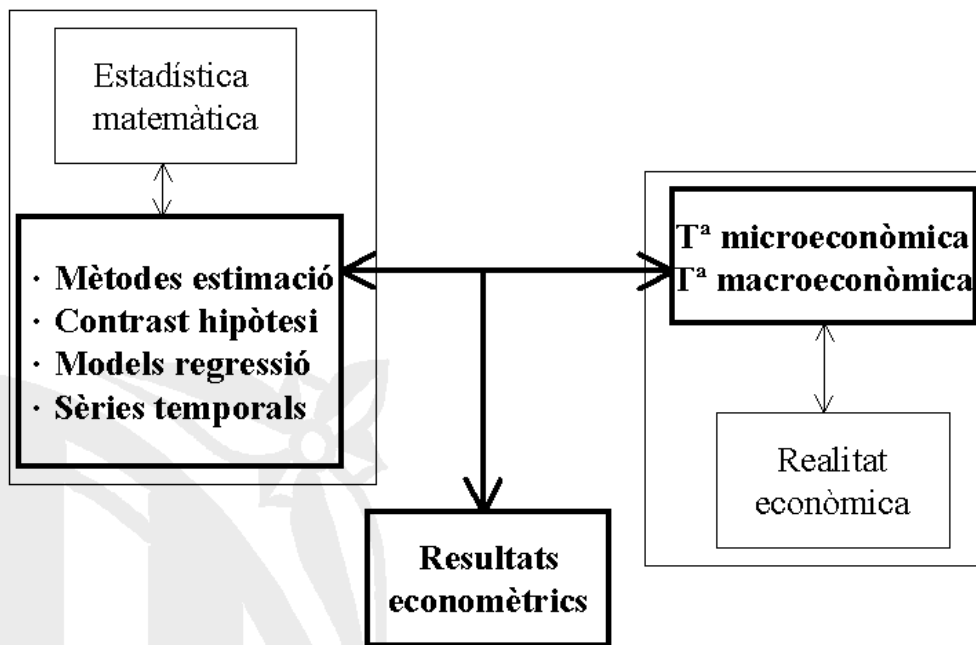


Disciplines estadístiques

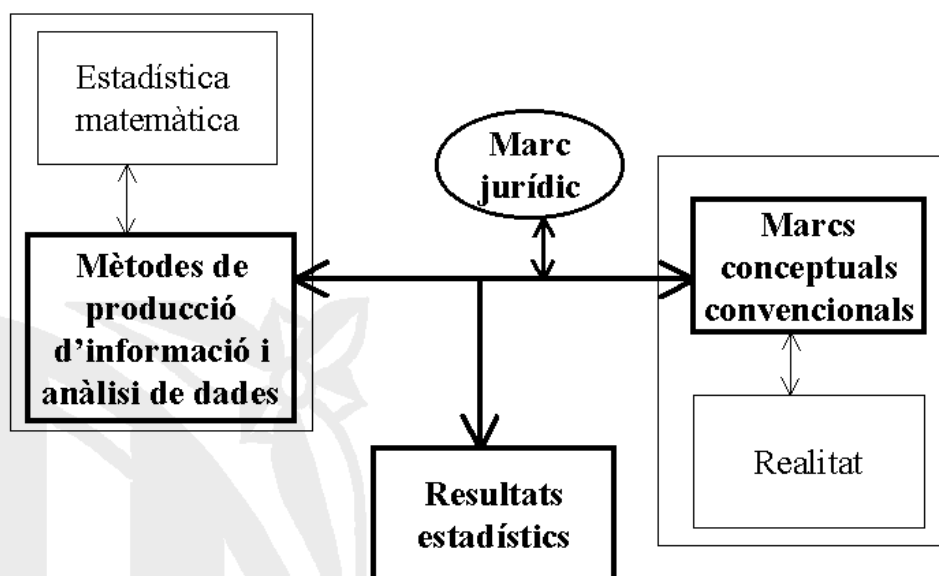


- mecànica estadística → mecànica estadística
- genètica → genètica estadística
- biologia → biometria
- psicologia → psicometria
- teoria econòmica → econometria
- processos industrials → control de qualitat
- teoria de l'assegurança → estadística actuarial
- coneixement ordinari → estadística aplicada

El cas de l'ECONOMETRIA



Els continguts estadístics pel coneixement de la societat o les fonts d'estadística oficial



El coneixement de la societat: mètodes de producció d'informació i anàlisi de dades

- Mètodes d'estadística descriptiva
- Mètodes de disseny de mostres
- Mètodes de disseny de qüestionaris
- Mètodes de validació i imputació de dades
- Mètodes d'inferència estadística

El coneixement de la societat: marcs conceptuals convencionals

Manuale internacionals

- Manual sobre Censos de Població i Habitatge (ONU)
- Manual sobre estadístiques vitals i mètodes (ONU)
- Recomenacions sobre estadístiques de migracions internacionals (ONU)
- Recomenacions sobre estadístiques laborals (OIT)
- Sistema europeu de comptes (EUROSTAT)
- ...

Nomenclatures

- Classificació estadística de productes per activitats (CPA) (EUROSTAT)
- Classificació internacional uniforme d'ocupació (CIUO) (OIT)
- Classificació internacional de malalties (CIM) (OMS)
- Classificació internacional normalitzada d'educació (CINE) (UNESCO)
- ...

Cicle superior de l'ensenyament primari. Anys 80



Contiguts estadístics:

- Alguns mètodes (gràfics)
- Alguns conceptes empírics
- Dades: annex estadístic

DATOS ESTADISTICOS

EXTENSION Y POBLACION

PROVINCIAS: EXTENSION EN Km.2

1 Alava	3.047	18 Granada	12.531	35 Páramos (las) ..	4.065
2 Albacete	14.863	19 Guadalajara ..	12.190	36 Pontevedra .. .	4.477
3 Alicante	5.863	20 Guipúzcoa	1.997	37 Salamanca .. .	12.336
4 Almería	8.774	21 Huelva	10.085	38 S@ Cruz de T. .	3.208
5 Avila	8.048	22 Huesca	15.671	39 Santandor... ..	5.289
6 Badajoz	21.657	23 Jaén	13.498	40 Segovia	6.949
7 Baleares	5.014	24 León	15.468	41 Sevilla	14.001
8 Barcelona	7.733	25 Lórida	12.028	42 Soria	10.287
9 Burgos	14.269	26 Logroño	5.034	43 Tarragona .. .	6.283
10 Cáceres	19.945	27 Lugo	9.803	44 Teruel	14.804
11 Cádiz	7.385	28 Madrid	7.995	45 Toledo	15.368
12 Castellón	6.679	29 Múaga	7.276	46 Valencia	10.763
13 Ciudad Real	19.749	30 Murcia	11.317	47 Valladolid .. .	8.202
14 Córdoba	13.718	31 Navarra	10.421	48 Vizcaya	2.217
15 Conuña (la)	7.876	32 Orense	7.278	49 Zamora	10.559
16 Cuenca	17.061	33 Oviedo	10.565	50 Zaragoza	17.29
17 Gerona	5.886		8.029	TOTAL	5040775
		34 Palencia			0

Cicle superior de l'ensenyament primari. Any 2000



Continguts estadístics:

- Mètodes estadístics
- Conceptes empírics (marcs conceptuals de les fonts de l'estadística social)
- Dades (molt poques)

Cicle superior de l'ensenyament primari. Any 2000

Estructura dels temes:

- Tema (exposició de conceptes)
- Activitats (control per recordar i aplicar)
- Com es fa (pràctica d'un mètode)
- Apren a estudiar (esquema resum)
- Un món obert (4 flash d'ampliació)

Cicle superior de l'ensenyament primari. Primer curs.

Aplicació de mètodes (COM ES FA)

MEDI NATURAL I SOCIETAT

- ▶ Lectura d'un mapa
- ▶ L'escala d'un mapa
- ▶ Mapes en transparències
- ▶ Mapa temàtic
- ▶ Orientació plànol
- ▶ Gràfic de barres
- ▶ Gràfic lineal
- ▶ Gràfic de sectors
- ▶ Gràfic de símbols
- ▶ Cartograma

HISTÒRIA

- ▶ Una investigació històrica
- ▶ Un eix cronològic
- ▶ Les fonts històriques
- ▶ Anàlisi d'una font històrica
- ▶ Anàlisi d'una il·lustració històrica

COM ES FA

Un gràfic de sectors

Un gràfic de sectors permet representar per sectors de manera més clara i més fàcilment un conjunt de dades. Aquesta gràfica és representativa i depèn de com es representi en percentatge dels sectors segons les dades.

En aquest cas el gràfic mostra el nombre de pèl·lacs de quatre empreses catalanes: l'Alt Empordà, la Selva, el Baix Empordà i el Baix Penedès.

Empresa	Pèl·lacs
Alt Empordà	30
La Selva	20
Baix Empordà	20
Baix Penedès	7

Exercici

- Observa una col·lecció de pèl·lacs.
- Observa les dades i observa la representació del gràfic segons el diagrama. En aquest cas, com que la circumferència representa un total de 100 pèl·lacs i l'Alt Empordà en té 30, el sector del gràfic representat és un pèl·lac d'empresa comença. Una quarta part del gràfic ocupat la part de la Selva barreja 20 pèl·lacs i la resta de pèl·lacs són de les altres, que representen una mica més del doble del sector del Baix Penedès, i aquesta darrera comença.

COM ES FA

Un gràfic de símbols

Un gràfic de símbols és una manera més clara de representar dades. Els símbols són més fàcils de llegir i més fàcils de comparar que les dades numèriques.

En aquest cas el gràfic mostra el nombre de pèl·lacs de quatre empreses catalanes: l'Alt Empordà, la Selva, el Baix Empordà i el Baix Penedès.

Empresa	Pèl·lacs
Alt Empordà	30
La Selva	20
Baix Empordà	20
Baix Penedès	7

Exercici

- Observa el gràfic de símbols i observa el nombre de símbols que representa cada empresa. En aquest cas, el símbol representa un pèl·lac d'empresa comença. En aquest cas, el símbol representa un pèl·lac d'empresa comença.
- Observa el gràfic de símbols i observa el nombre de símbols que representa cada empresa. En aquest cas, el símbol representa un pèl·lac d'empresa comença.
- Observa les dades. En aquest cas, les dades són més fàcils de llegir i més fàcils de comparar que les dades numèriques. Aquesta és la manera més clara de representar les dades de les empreses.

Alt Empordà	30
La Selva	20
Baix Empordà	20
Baix Penedès	7

Cicle superior de l'ensenyament primari. Segon curs.

Aplicació de mètodes (COM ES FA)

MEDI NATURAL I SOCIETAT

- ▶ Una enquesta
- ▶ Una classificació
- ▶ Un treball monogràfic
- ▶ Un gràfic de barres
- ▶ Un debat
- ▶ Un mapa patrimoni turístic
- ▶ Interpretació d'un esquema
- ▶ Interpretació d'un eurobaròmetre


HISTÒRIA

- ▶ Anàlisi pintura rupestre
- ▶ Mapa conceptual
- ▶ Interpretar
 - un mosaic romà
 - una miniatura medieval
 - pintura segle XIX
 - un equipament modern
- ▶ Comparar estils arquitectònics

COM ES FA


Una enquesta

Una enquesta és una manera de recollir l'opinió d'un grup determinat de persones sobre un tema concret. Se'n servirà per fer preguntes per saber que pensem sobre la gent, quina opinió té sobre temes d'interès social, científic, ambiental, per saber de nosaltres, cultura, llegenda, etc.



Planes

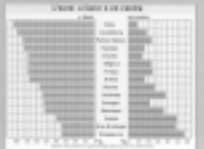
1. **Elige el tema.** En aquest cas, el tema és la llegenda.
2. **Defineix les preguntes que et calen respondre.** En aquest cas, una mostra de les preguntes de l'enquesta seria:
 - Creus que la llegenda és versemblant?
 - Et caldria saber més sobre aquesta llegenda?
 - A quina edat creus que és més interessant?
 - Creus que val la pena que els nens s'apuntin a llegir sobre aquesta llegenda?
3. **Elabora un questionari amb preguntes estructurades.** En aquest cas, el questionari podria ser el del costat.



COM ES FA


Com s'interpreten els resultats d'una pregunta de l'Eurobaròmetre

L'Eurobaròmetre és un sondatge de l'opinió d'una mostra representativa dels ciutadans de la Unió més gran de 15 anys. En la seva cinquena edició, els membres del Parlament de la UE, amb preguntes sobre que pensen de la moneda única, de l'augment dels costos en una Gran Europa, del paper de la UE en temes relacionats amb l'avor i l'opinió dels ciutadans en desenvolupament.



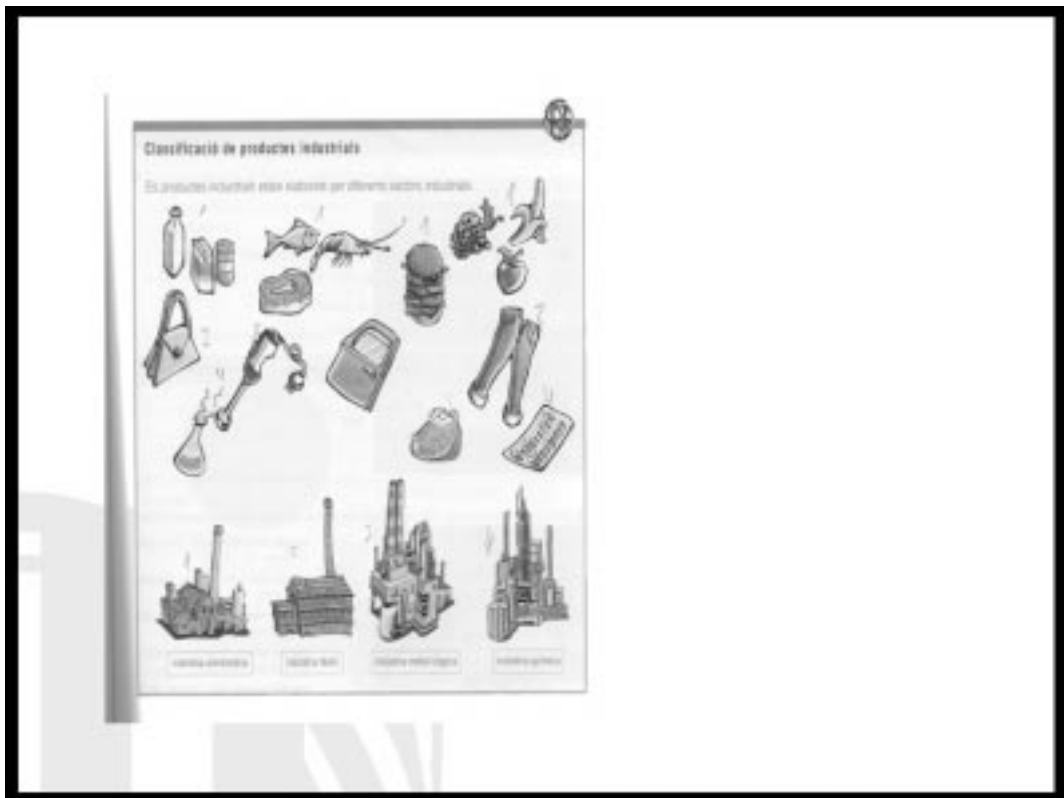
Planes

1. **Fer un esquema de la taula.** En aquest cas, la taula indica el percentatge de la població de cada estat membre que està a favor o en contra de l'avor.



1. **Fer un esquema de la taula.** En aquest cas, la taula indica el percentatge de la població de cada estat membre que està a favor o en contra de l'avor.

2. **Compte quants estats tenen la majoria de població a favor de la moneda única i quants tenen la majoria en contra.** En aquest cas, la majoria de la UE està a favor de la moneda única.



Cicle superior de l'ensenyament primari. Any 2000

Estructura dels temes:

- Tema (exposició de conceptes)
- Activitats (control per recordar i aplicar)
- Com es fa (pràctica d'un mètode)
- Apren a estudiar (esquema resum)
- Un món obert (4 flash d'ampliació)

Cicle superior de l'ensenyament primari. Primer curs.

Exposició de conceptes (TEMA)

MEDI NATURAL I SOCIETAT

- ▶ El relleu de Catalunya
- ▶ El clima i vegetació a Catalunya
- ▶ Els paisatges de Catalunya
- ▶ La població a Catalunya
- ▶ La societat catalana
- ▶ El sector primari a Catalunya
- ▶ El sector secundari a Catalunya
- ▶ El sector terciari a Catalunya

POLÍTICA I HISTÒRIA

- ▶ Organització política:
 - a Catalunya
 - a l'Estat
- ▶ La història
- ▶ Descobrir el passat
- ▶ Canvis en cases i vestit
- ▶ Canvis en menjar i transport
- ▶ Canvis en treball i comunicació

2 L'estudi de la població

Per estudiar la població d'un indret cal conèixer: d'una banda, l'estructura de la població i, de l'altra, l'estat i el seu dels individus que la formen.

II Estructura de la població

Una població es caracteritza pels aspectes següents:

- La **densitat**. És el nombre de persones que hi ha en un territori determinat.
- La **natalitat**. És el nombre de naixements en una població en un temps determinat.
- La **mortalitat**. És el nombre de defuncions en una població en un temps determinat.
- **Expectança de vida**. És el temps estimat que es calcula que poden viure els homes i les dones d'una població determinada.
- El **creixement natural** de la població. És la diferència entre els naixements i les defuncions.
- El **salut migratori**. És la diferència entre el nombre de persones que arriben als territoris i el nombre de persones que marquen els territoris.

II La població de Catalunya

La població de Catalunya està envellida. D'una banda, cada cop hi ha menys nens i joves, de l'altra ha disminuït la mortalitat perquè hi ha millor l'esperança de vida. Aquest envelliment de la població fa que hi hagi un baix creixement natural de població a Catalunya. El salut migratori de la població catalana és positiu.



Actualment hi domina la mortalitat infantil

3 La població i el treball

El treball és una activitat fonamental perquè la societat necessiti aliments, productes elaborats per la indústria i activitats del sector de serveis per funcionar i créixer.

II Població activa i població inactiva

En la societat actual es distingeixen dos grans grups de persones segons si treballen o no treballen:

- **Població activa**. És el conjunt de persones que està prestat o treballa, o a dir, que tenen entre 16 i 65 anys. Dins d'aquest grup distingim:
 - La **població ocupada**. És a dir, els que obtenen un sou pel treball que fan a l'empresa.
 - La **població en atur**. És a dir, els que no treballen però que estan buscant feina.
- **Població inactiva**. És el conjunt de persones que no poden accedir a un lloc de treball. Dins d'aquest grup distingim:
 - Els que no poden accedir a un lloc de treball a causa de l'edat, perquè són menors de 16 anys o són majors de 65.
 - Els que pateixen alguna malaltia o discapacitat que els impedeix fer activitats laborals de manera permanent.

A Catalunya, els més de 1.000.000 de persones, 300 milions ocupats, 17 milions en atur i la resta forma part de la població inactiva.



Població ocupada en el sector primari



Població ocupada en el sector secundari

Lectura d'una piràmide de població

POBLACIÓ DE CATALUNYA
(Milers d'habitants, 1996)

Les piràmides de població són gràfics que mostren com està estructurada la població d'una regió tenint en compte dos aspectes: el sexe i l'edat.

- Les xifres que hi ha a l'eix vertical són els intervals d'edat que s'utilitzen per agrupar la població. Normalment, s'agrupen en trams de cinc anys.
- A l'eix horitzontal s'indica la quantitat de població expressada en milers de persones: a l'esquerra, els homes i a la dreta, les dones.
- Per saber el total de població de la zona caldria sumar la xifra corresponent a cada una de les barres.

2 Les activitats de serveis

A Catalunya, com als països desenvolupats, l'activitat econòmica ha fet que el sector primari i el secundari necessitin cada cop menys mà d'obra i que hi hagi més gent treballant en serveis.

■ Els serveis a Catalunya

Les activitats de serveis són molt diverses. A Catalunya destaquen, sobretot:

- El sector turístic, amb molt de pes, per exemple, a la Vall d'Aran i l'Alt Empordà.
- Els serveis especialitzats, com la sanitat, l'ensenyament i l'administració. Són activitats dominants de força comarques, per exemple, el Segrià, el Gironès, el Tarragonès i el Barcelonès.
- El transport. El transport de mercaderies i passatgers per carretera s'ha facilitat molt perquè la xarxa viària s'ha descentralitzat i a gairebé tots els caps de comarca s'hi accedeix per bones carreteres. El transport aeri se centra en l'aeroport del Prat (Baix Llobregat) i en els del Gironès, el Baix Camp i l'Alt Urgell. El trànsit marítim es reparteix sobretot entre els ports de Barcelona i Tarragona. Quant al transport ferroviari, ha millorat molt el transport de passatgers en l'àrea metropolitana barcelonina i les comarques que l'envolten.
- El comerç. Ocupa bona part de la població dedicada a serveis de les comarques d'interior i de litoral. Els nuclis urbans i les capitals de comarca són centres importants de comerç.

La sanitat és un servei especialitzat.

El transport és una activitat de serveis.

Cicle superior de l'ensenyament primari. Segon curs.

Exposició de conceptes (TEMA)

MEDI NATURAL I SOCIETAT

- ▶ Vivim al planeta terra
- ▶ El relleu, el clima i vegetació
- ▶ El medi natural d'Espanya
- ▶ El medi natural d'Europa
- ▶ La població d'Espanya
- ▶ Els sectors d'activitat a

Espanya

- ▶ L'activitat humana i el medi al món

HISTÒRIA

- ▶ La Unió Europea
- ▶ Les edats de la història
- ▶ Prehistòria i edat antiga
- ▶ L'edat mitjana i la formació de Catalunya
- ▶ Catalunya en l'edat moderna
- ▶ Catalunya contemporànea
- ▶ Catalunya avui

I La població

La població d'un país és el conjunt de persones que hi viuen. Per conèixer la població d'un país cal saber-ne:

- Les característiques: natalitat, mortalitat, esperança de vida...
- La distribució: densitat de població, concentració en zones urbanes o rurals...

II Característiques de la població espanyola

La modernització i la industrialització han comportat, d'una banda, una gran avançada tecnològica i científica, i de l'altra, una igualtat d'oportunitats per a la dona tant perquè hi ha l'oportunitat d'educació com a la incorporació a la feina no domèstica, o sigui, al mercat laboral, que han afavorit la planificació i limitació del nombre de fills. Aquests factors han provocat:

- Un fort **decreix de la taxa de natalitat**, és a dir, hi ha menys nements per dona.
- Un **augment de l'esperança de vida**, és a dir, la mitjana d'edat de la meitat de la població en morir és més alta.
- Un **envelliment de la població**, és a dir, hi ha més persones grans que no pas joves.
- Un **baix creixement natural**, és a dir, a Espanya el nombre de nements és inferior al nombre de defuncions.

La població espanyola es caracteritza per una natalitat baixa, una esperança de vida alta i una població envellida.

II El sector secundari a Espanya

La indústria aplega una part molt important de les activitats del sector secundari. Espanya és del grup industrialitzat. Les comunitats autònomes amb més producció industrial són Catalunya, la Comunitat de Madrid, el País Basc i la Comunitat Valenciana.

II La indústria

La indústria espanyola se centra, principalment, en els sectors industrials següents:

- **El metall**
Transforma ferro i altres metalls que són principals de material de transport, maquinària, productes mèdics, etc. És el sector més important d'Andalusia, el País Basc, Navarra i Aragó. És un sector important a Catalunya, Castella i Lleó, i Galícia (transformació naval).
- **El tèxtil**
Prepara gètils, telers, cordons, carfons... És el sector més important de la Comunitat de Madrid i Catalunya.
- **El paper i el cel·lulós**
Fabrica paper i productes derivats d'ell. És el sector més important a Catalunya, Castella i Lleó, Galícia i les Illes Canàries.
- **El químic**
Prepara productes al·lèrgics, sintètics com és el sector més important d'Extremadura, Andalusia, Castella i Lleó, Galícia i les Illes Canàries.



Continguts estadístics a primària: ANY 2000 versus ANYS 80

Conclusions:

- Presència molt important l'any 2000
- Més material que als 80 i sobretot molt diferent.
- Quin és el sentit d'aquest canvi de continguts?

***ELS MÈTODES I CONCEPTES DE LES FONTS
DE L'ESTADÍSTICA OFICIAL***

**L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS
ET DE LA STATISTIQUE
EN FRANCE DEPUIS 1965**

Bernard PARZYSZ

*Institut Universitaire de Formation
des Maîtres Orléans-Tours
Equipe DIDIREM (université Paris-7)*

Les probabilités et la statistique constituent un domaine qui, comparativement à d'autres comme la géométrie, s'est constitué tardivement en tant que branche des mathématiques. C'est vrai aussi bien pour la statistique mathématique (née vers 1900) que pour les probabilités (axiomatisées par Kolmogoroff en 1933). Leur introduction dans l'enseignement a, elle aussi, été tardive, et il n'est sans doute pas sans intérêt d'étudier comment, et sous quelles formes, s'est opérée cette *transposition didactique* (au sens de Chevallard [CHEVALLARD 1990]) du savoir savant au savoir enseigné au lycée et au collège. Je prendrai pour cela l'exemple de la France, qui est bien sûr celui que je connais le mieux, mais je suis convaincu que l'on doit pouvoir retrouver les mêmes hésitations et les mêmes difficultés dans d'autres pays, et en particulier en Europe. Pour la France, j'ai dénombré cinq périodes successives que nous allons analyser.

[Il n'est peut-être pas inutile, avant d'entreprendre cette étude, de rappeler la structure de l'enseignement général secondaire français. Après 5 années d'*école élémentaire* (de 6 à 11 ans), les élèves entrent au *collège* pour 4 années (de 11 à 15 ans), et y suivent successivement les classes de Sixième, Cinquième, Quatrième et Troisième. Puis ils entrent au *lycée* pour 3 années (de 15 à 18 ans), où ils suivent les classes de Seconde, Première puis Terminale. Comme nous le verrons, les classes de lycée sont plus ou moins différenciées en sections selon les époques. L'enseignement secondaire est sanctionné en fin de Terminale par l'examen du *baccalauréat*, dont l'obtention permet l'accès à l'enseignement supérieur.]

La première apparition, dans l'enseignement secondaire, du domaine qui nous occupe ici date en fait de 1954, dans la seule classe de Terminale économique (uniquement en tant qu'outil d'analyse des phénomènes socio-économiques), mais ce n'est qu'en 1965 qu'il a réellement fait son entrée dans presque toutes les sections de Première (littéraire, économique, biologique), à l'exception notable toutefois de la section «mathématiques». Elle se poursuit l'année suivante (1966) dans les Terminales correspondantes. Quant à l'extension à la section «mathématiques», elle n'interviendra qu'en 1970. Le programme de statistique de Première est alors très ambitieux: il comprend l'ajustement linéaire, la corrélation et l'étude des séries chronologiques. Mais ceci ne dure qu'un an, et l'année suivante on ne trouve plus que de la statistique descriptive (et même plus rien en section «biologie»). En Terminale (sections «économie» et «biologie» seulement), on va jusqu'à l'inégalité de Tchebychev, à l'estimation par intervalle de confiance et à la comparaison de moyennes, ce qui implique la connaissance des principales lois modèles (binomiale, Poisson, normale). Le but est ici, clairement, de fournir aux futurs étudiants des outils pour leurs études supérieures.

La situation change brutalement en 1970, avec l'apparition des programmes dits de «mathématique moderne». A partir de ce moment on peut, me semble-t-il, distinguer cinq grandes périodes dans l'enseignement des probabilités et de la statistique en France, périodes qui sont liées, bien entendu, à la mise en œuvre des programmes officiels.

Période 1 : l'approche axiomatique (1970-1981)

La raison invoquée par les auteurs des nouveaux programmes pour introduire ce domaine dans l'enseignement du lycée est la nécessité de suivre l'évolution des connaissances scientifiques (c'est-à-dire, en d'autres termes, de réguler l'écart entre le savoir savant et le savoir enseigné).

En Première comme en Terminale, les probabilités sont présentées sous forme axiomatique, avec les notions d'espace probabilisable et d'espace probabilisé ainsi que de variable aléatoire. Cette simple énumération met en évidence une autre raison de l'introduction de ces notions (peut-être la principale, en fait) : les élèves vont pouvoir réinvestir ici les connaissances qu'ils ont rencontrées tout au long de leur scolarité, et plus particulièrement les diverses notions ensemblistes (univers \otimes ensemble, événement \otimes sous-ensemble, tribu \otimes sous-ensemble de l'ensemble des parties, intersection, réunion et complémentaire de sous-ensembles), ainsi que la correspondance entre ensembles (application, relation, application réciproque, etc). Il en est bien sûr de même pour la statistique; ainsi trouve-t-on, dans un manuel de Terminale typique de ces années [QUEYSANNE & REVUZ 1971], la présentation suivante (tome 1, pp. 245-246):

Se donner une série statistique à un caractère, c'est se donner une relation d'un ensemble E d'objets a_i , ou d'événements, vers un ensemble F contenant les valeurs x_i du caractère étudié, de façon qu'à tout objet a_i soit associée la valeur correspondante x_i du caractère étudié. Cette relation est donc une application de E vers F . (...) Soit f l'application considérée de E vers F (...). Si n_i éléments de E ont même image x_i par f , on dit que n_i est l'effectif des individus ayant x_i pour valeur du caractère.

Tout l'enseignement mathématique de cette décennie met l'accent sur la puissance des mathématiques : à partir d'un petit nombre d'axiomes, on peut déduire un grand nombre de résultats. C'est vrai pour la géométrie, mais c'est encore plus évident pour les probabilités, car le nombre d'axiomes y est très réduit (à tel point que certains ont alors pensé à remplacer, dans l'enseignement secondaire, la géométrie par les probabilités). Il s'agit maintenant de travailler dans un modèle fondé sur l'équiprobabilité des événements élémentaires, c'est-à-dire sur les « symétries » des situations étudiées : pièce de monnaie « bien équilibrée », dé « non truqué », tirage « au hasard » dans une urne..., selon ce que Michel Henry a appelé l'*approche laplacienne* [HENRY 1994].

Outre la possibilité de réinvestissement de connaissances ensemblistes générales, deux autres raisons peuvent expliquer la place de choix dévolue à l'aléatoire dans l'enseignement de la mathématique (comme on dit alors), et en particulier:

- (i) sa place de plus en plus importante dans la recherche scientifique, fondamentale et appliquée
- (ii) sa intervention dans maintes situations de la vie quotidienne. C'est précisément à cette époque qu'apparaissent en France des jeux de hasard « officiels » comme le tiercé (forme de pari sur les courses de chevaux) ou le loto, qui vont bientôt détrôner la traditionnelle loterie nationale pour la simple raison qu'ils donnent au joueur l'impression de pouvoir agir sur le hasard au lieu de rester passif; c'est également à ce moment que dans les médias se développent les sondages et les graphiques statistiques.

On peut finalement résumer ce qui précède en disant qu'une triple intention (socio-culturelle, épistémologique et didactique) a présidé à cette entrée en force des probabilités et de la statistique dans l'enseignement secondaire français.

Un autre sujet digne d'intérêt est celui des rapports établis entre probabilités et statistique. Il est clair que, pour les auteurs des programmes, la distinction est nette entre les deux domaines : on a d'une part la statistique descriptive, qui consiste à « réunir et résumer des expériences nombreuses sur certains faits », et d'autre part les probabilités, « théorie axiomatique assez souple pour servir ultérieurement de modèle mathématique aux études statistiques » (extraits des instructions du programme de Première). Un manuel précise même que, « actuellement, le mathématicien sait construire une théorie abstraite des probabilités, en dehors de toute référence à la « stabilité » des fréquences » [GAUTIER et al. 1974, p. 91] Dans les programmes comme dans les manuels, le chapitre « Statistique » vient après le chapitre « Probabilités », lui-même étant précédé par le chapitre « Dénombrements ». Ceci n'est pas innocent et montre, outre la prise en compte exclusive de l'équiprobabilité dans les phénomènes aléatoires, la totale déconnexion des probabilités par rapport à la statistique. Tout au plus est parfois signalée, dans les manuels, l'analogie formelle entre certaines notions de statistique et des notions probabilistes (moyenne \longleftrightarrow espérance mathématique, variance \longleftrightarrow variance, etc.). En résumé, l'élément fondamental est alors le couple « Dénombrements-Probabilités », et les exercices de probabilités se résument essentiellement à la résolution de questions de dénombrement. Dans les énoncés, le modèle probabiliste est suggéré par des indices textuels (voir plus haut), mais de toute façon les élèves ne peuvent que se placer dans le cas d'un modèle équiréparti, n'ayant que celui-ci à leur disposition. Cela veut dire qu'en fait on se situe d'emblée dans le modèle, et que -comme en géométrie- la démarche de modélisation n'est pas prise en compte dans l'enseignement.

Période 2: le reflux (1981-1986)

En 1981 apparaissent de nouveaux programmes de lycée, qui officialisent cette séparation entre statistique et probabilités : la statistique (descriptive) est enseignée en Seconde et en Première, tandis que les probabilités ne figurent plus que dans certaines Terminales (littéraire et biologie). L'approche des probabilités est identique à celle des programmes précédents, et s'appuie toujours sur une étude préalable des dénombrements (qui sont au programme de toutes les sections de Terminale).

Pour la classe de Seconde et les sections non scientifiques, la préoccupation des auteurs des programmes est essentiellement d'ordre socio-culturel : il s'agit de « faire ressortir des formes de mathématisation ou de raisonnement de plus en plus fréquentes » (introduction au programme de Première littéraire), car « l'importance des statistiques [est] chaque jour plus grande » (introduction au programme de Première économique). L'accent est mis sur l'organisation des données (tris, classements, arbres, histogrammes, dénombrements...) ainsi que sur la statistique descriptive, dont l'étude des notions élémentaires (fréquence, moyenne, variance) est entreprise

dès la Seconde, c'est-à-dire une année plus tôt qu'auparavant.

Le désir d'initier les élèves à l'aléatoire, en relation avec la «réalité» du monde extra-scolaire, est également présent ; on préconise l'utilisation de statistiques réelles et non de données simplifiées (parfois jusqu'à la caricature) comme c'était l'usage jusque-là, sans doute parce qu'on s'attachait alors uniquement aux principes et non à la mise en œuvre de techniques. Cependant, on préconise aussi l'utilisation de résultats, «pour échapper à une accumulation fastidieuse d'expérimentations» (introduction au programme de Première économique). Ce souci louable de ne pas ennuyer les élèves et de rentabiliser le temps imparti à l'étude de la statistique présente malgré tout le danger d'empêcher les élèves d'avoir une vue d'ensemble de ce qu'est la démarche statistique, faute de l'avoir entreprise de bout en bout sur un exemple. Cet effet de «boîte noire» fausse en quelque sorte le jeu, et occulte certains éléments fondamentaux de la démarche, à savoir :

- se poser un problème
- déterminer la population de référence et les échantillons qui seront utilisés
- reformuler les questions initiales de façon exploitable.

Quant aux probabilités, elles sont en net recul par rapport aux programmes antérieurs, et en particulier elles ne sont plus enseignées qu'en Terminale, et seulement dans les sections littéraire, économique et biologique. Pour ce qui est de la section mathématique, la seule mention qui en est faite dans le programme est qu'on «fera le lien avec quelques calculs (sans théorie) des probabilités dans le cas d'équiprobabilité sur un ensemble fini d'épreuves». Ceci sous-entend que le modèle équiprobable serait en quelque sorte «naturel» et ne nécessiterait pas d'être construit en tant que modèle. Mais surtout, le point de vue adopté ici réduit les probabilités à une application des dénombrements, et leur mise en œuvre se ramène uniquement à faire le quotient du nombre de cas «favorables» par le nombre de cas «possibles» (formule de Laplace).

Si l'on replace ce programme dans le contexte de l'évolution générale des programmes de mathématiques, l'option prise ici se comprend sans peine. Tout d'abord, suite à une mise en œuvre de ces programmes qui a parfois été caricaturale, l'axiomatique «dure» pour tous de la période précédente a cédé le pas à une approche beaucoup plus pragmatique : «toute formalisation est à proscrire», indique le programme de probabilités de la Terminale littéraire. Quant à celui de la Terminale biologique, il précise même : «on évitera (...) de parler de tribu ou d'anneau». Ensuite, selon les sections les contenus sont maintenant différenciés, et non plus seulement «élagués» (auparavant, les programmes des sections «non mathématiques» étaient de simples sous-ensembles des programmes de la section «mathématiques»). Cette personnalisation du programme selon la section se traduit par exemple dans le fait que la section littéraire est orientée vers les aspects historiques, avec l'étude des grands problèmes qui ont été à l'origine de la naissance des probabilités au 17^{ème} siècle ; la section économique, elle, est censée «préparer les élèves (...) aux études en sciences économiques et sociales» (introduction aux programmes de Première et Terminale économiques).

En ce qui concerne l'articulation statistique / probabilités dans les programmes, elle est toujours inexistante, étant donné que l'étude des probabilités, dans les sections où elle subsiste, reste basée sur les dénombrements et l'équiprobabilité. Malgré tout, le programme de la Terminale biologique entr'ouvre une porte, en indiquant qu'on pourra «utiliser des relevés empruntés aux jeux, des suites pseudo-aléatoires fabriquées par une calculatrice, ou encore des séries de mesures expérimentales ou d'observation» (mais il ne dit pas comment les utiliser). Il précise aussi dans quel but : «cette étude expérimentale fera comprendre la nécessité d'une modélisation» (mais il ne dit pas non plus comment faire apparaître cette nécessité). On y trouve certes une approche explicite de la loi des grands nombres à partir d'épreuves répétées indépendantes, mais elle est basée sur le modèle théorique de la loi binomiale. Signalons enfin la première prise en compte du registre schématique, avec la mention de la possibilité de recourir aux arbres probabilisés pour présenter le modèle de Bernoulli et la distribution binomiale.

Période 3 : la statistique descriptive au collège (1986-1991)

Les motivations des auteurs du nouveau programme de Seconde relativement à la statistique sont toujours de même nature : elles ont une fonction sociale («compréhension du fonctionnement de la société»), une fonction de formation générale de l'individu («composante de toute formation scientifique») et une fonction institutionnelle («excellent terrain pour des activités interdisciplinaires»).

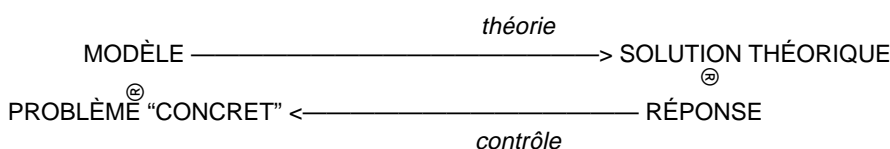
De plus, l'évolution amorcée en 1981 se poursuit et s'accroît, car les programmes de 1986 introduisent l'enseignement de la statistique descriptive à tous les niveaux du collège, dès la classe de Sixième, cet enseignement étant poursuivi durant les sept années de l'enseignement secondaire. Ceci peut aisément s'expliquer par la totale adéquation de ce domaine aux objectifs impartis à l'enseignement des mathématiques au collège, et plus précisément, comme l'indique l'introduction des programmes de collège :

relier des observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures (...)
relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts (...)
bâtir des mathématiques à partir des problèmes rencontrés dans plusieurs disciplines et, en retour, utiliser les savoirs mathématiques dans des spécialités diverses.

L'évolution est importante, car désormais il ne s'agira plus seulement d'étudier des modèles préexistants, mais d'entreprendre -tout au moins en principe- une démarche de mathématisation du réel. Les registres sémiotiques sont indiqués comme des outils privilégiés (sans doute à cause de leur forte composante visuelle) pour favoriser ce passage du réel au modèle, selon la démarche suivante :

OBSERVATION ® SCHÉMATISATION ® MODÈLE MATHÉMATIQUE

L'utilisation de modèles pour la résolution de problèmes "concrets", elle, relèvera alors de la démarche suivante:



Le souci de montrer l'universalité des mathématiques est toujours présent, et en particulier en ce qui concerne les disciplines scolaires, scientifiques et autres (géographie, biologie, etc.).

Ces schémas s'appliquent particulièrement bien au domaine qui nous occupe ici, car étant donnée une situation observée à propos de laquelle on se pose certaines questions, on pourra être amené :

- à recueillir des données statistiques relatives à ces questions
- à organiser ces données à l'aide d'outils numériques et graphiques
- à définir ou à utiliser (selon le cas) des concepts et des modèles mathématiques
- à résoudre des problèmes dans un modèle mathématique jugé adapté
- à confronter les solutions obtenues à la situation d'origine.

On peut remarquer que cette problématique de la modélisation dans un but de résolution de problèmes n'est pas sans rappeler celle que préconisait au 18ème siècle Alexis Clairaut dans ses *Eléments de Géométrie* : "il m'a paru beaucoup plus à propos d'occuper continuellement mes lecteurs à résoudre des problèmes, c'est-à-dire à chercher des moyens de faire quelque opération, ou de découvrir quelque vérité inconnue".

Au niveau du lycée, les élèves seront ainsi conduits à entreprendre de bout en bout une démarche statistique, et les "calculs fastidieux" évoqués par les programmes précédents ne seront plus esquivés, mais "répartis entre les élèves et effectués à la maison" (programme de Seconde). La nouvelle problématique conduit à réintroduire les probabilités dans toutes les sections, jusques et y compris les probabilités conditionnelles et la loi binomiale. En revanche, les statistiques doubles sont réservées à la Terminale économique, principalement en vue de l'étude des séries chronologiques.

La conception des probabilités reste la même qu'au cours des périodes précédentes. En particulier, la combinatoire reste un préalable indispensable à l'étude des probabilités, et le programme des Terminales (toutes sections) lève toute ambiguïté : il faut "entraîner les élèves (...) à employer les techniques de dénombrement figurant au programme pour calculer des probabilités"; ceci sous-entend une fois de plus que seule l'équiprobabilité sera étudiée.

Etant donné la démarche de modélisation mise en avant par ces programmes, on aurait pu s'attendre à voir apparaître un lien explicite des probabilités avec la statistique, censée leur fournir des modèles (d'autant plus

que la loi binomiale est au programme). En fait, il n'en est rien, et aucune connexion n'est mentionnée. Nous sommes bien toujours fondamentalement dans la même perspective, même si une certaine évolution se poursuit en ce qui concerne la statistique.

Période 4 : l'approche fréquentiste (1990-2000)

Ainsi que le dit le nouveau programme de Seconde, *“le nouveau programme de collège couvrant sensiblement l'ancien programme de seconde, on aboutit maintenant en seconde à une vue synthétique des séries statistiques à une variable, ce qui constitue un élément de formation important pour l'ensemble des élèves.”* La première année de lycée sera donc l'occasion, non plus d'apprendre de la statistique, mais de faire le point, de rassembler et d'organiser les connaissances du collège de façon synthétique, c'est-à-dire de les synthétiser et de les institutionnaliser.

Les préoccupations des auteurs des programmes vis-à-vis de la statistique n'ont pas varié ; elles sont toujours de nature socio-culturelle (*“compréhension des phénomènes économiques et sociaux”*), formative (*“élément majeur de toute formation scientifique”*) et institutionnelle (*“excellent terrain pour des activités interdisciplinaires”*). On peut toutefois y ajouter l'accompagnement de l'évolution politique liée au développement de l'idée européenne : *«en probabilités, on a voulu prendre en compte l'importance croissante des phénomènes aléatoires dans toutes les sciences et de leur place dans l'enseignement européen»* (introduction des programmes des Premières et Terminales littéraires et économiques). De plus, la nécessité de faire entreprendre par les élèves une démarche statistique depuis le début est toujours soulignée, en justifiant cette position par un argument fondé sur la dimension synthétique de la démarche : *«à chaque étape du traitement (...), un gain en signification a pour prix la perte d'une partie des informations»*.

D'autre part, le programme de Seconde spécifie qu'il faudra donner aux élèves l'occasion de *“savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut”* (c'est moi qui souligne). L'explication de ce revirement est simple : les progrès technologiques et la production en grande série ont mis sur le marché des calculatrices peu onéreuses et performantes (dotées en particulier des fonctions statistiques), que tous les élèves vont en principe pouvoir se procurer. A tel point que l'utilisation en est imposée : *«les élèves doivent être entraînés à utiliser une calculatrice programmable comportant des fonctions statistiques (...) pour calculer une moyenne et un écart-type»*.

Cependant, la nouveauté essentielle de ces nouveaux programmes concerne le concept de probabilité. Celui-ci est en effet réintroduit dans toutes les sections de Première, mais selon un point de vue radicalement différent de l'approche «laplacienne» qui avait prévalu jusque-là :

«Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'étude des séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois.»

Cette approche tient clairement compte de la fréquentation par les élèves, durant toute leur scolarité au collège, de séries statistiques, et impose de faire répéter «un grand nombre de fois» une même expérience aléatoire, afin de faire observer la «relative stabilisation de la fréquence» d'un événement donné lié à cette expérience. Il s'agit donc d'une approche expérimentale de la loi des grands nombres, dont un énoncé simple peut être le suivant :

Soit une suite (X_n) de variables aléatoires indépendantes et de même loi, d'espérance mathématique m .

Alors la variable aléatoire $Y_n = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ converge en probabilité vers m .

Si, par exemple, on considère l'expérience consistant à lancer un dé, on peut s'intéresser à la fréquence f_n d'obtention du 6 à l'issue de n lancers (pour $n = 100, 500, 1000$, etc.). Un graphique représentant f_n en fonction de n fera apparaître que l'“irrégularité” de la variation devient de plus en plus faible à mesure que n augmente. On pourra aussi constater vraisemblablement que, pour n suffisamment «grand», l'oscillation se fait à l'intérieur de l'intervalle $[0,15 ; 0,18]$, et conjecturer l'existence d'une valeur limite pour f_n . Mais l'expérience seule ne permet pas de déterminer cette valeur limite : pour passer de la notion de fréquence à celle de probabilité,

il va être nécessaire d'effectuer un *saut conceptuel*, c'est-à-dire de modéliser la situation. On le fera en décidant de la valeur de la limite dont on a conjecturé l'existence, et ce choix pourra éventuellement être justifié, comme dans le cas présent (mais pas toujours, loin de là !), par des raisons externes. Ainsi, si pour n «grand» la fréquence observée f_n (nombre décimal) est «voisine» de $1/6$ (nombre rationnel non décimal), la justification du choix de cette valeur $1/6$ sera basée sur des considérations géométriques de symétrie relativement aux faces du dé ; si ce n'est pas le cas, on choisira un nombre «plausible» autour duquel semble osciller f_n . Cette approche n'est autre que celle qui, historiquement, a été légitimée par Jacques Bernoulli dans son *Ars Conjectandi* posthume (1713), et c'est la raison pour laquelle Michel Henry parle à ce propos d'approche «bernoullienne» [HENRY 1994].

La conséquence la plus évidente de ce changement de point de vue est que, contrairement à tous les programmes précédents qui ne considéraient que des situations pouvant se ramener à l'équiprobabilité, l'éventail des situations étudiables en classe va être beaucoup plus étendu. Et, de fait, on voit apparaître dans les manuels de cette époque des expériences aléatoires dans lesquelles il n'est pas possible de conjecturer a priori la probabilité d'un événement donné. L'exemple le plus caractéristique est celui du lancer d'une punaise de bureau, qui peut retomber sur la tête ou sur la pointe :



Il n'est pas possible à un élève d'attribuer *a priori* une valeur à la probabilité que la punaise retombe sur la tête, et seule l'expérience permettra de fournir des éléments objectifs pour le faire (mais il faudra néanmoins *décider* de la valeur qu'on utilisera pour la suite).

Autre conséquence : les dénombrements ne constituent plus un préalable nécessaire à l'étude des probabilités, mais deviennent un outil parmi d'autres. Le chapitre «Combinatoire» est maintenant déconnecté du chapitre «Probabilités», et en Terminale économique, par exemple, on *poursuit l'étude de phénomènes aléatoires, en disposant de quelques outils combinatoires*. Par rapport aux programmes antérieurs, cet outil est d'ailleurs réduit, non seulement en importance, mais aussi en volume : *«l'objectif demeure modeste : il s'agit d'apprendre aux élèves (...) à exploiter les règles du dénombrement figurant au programme pour l'étude de quelques exemples simples, issus notamment du calcul des probabilités»* (introduction aux programmes des Terminales littéraire et économique).

Une particularité du programme de Première économique est qu'une autre possibilité d'introduction de la notion de probabilité est proposée, conjointement à celle que nous venons de voir : *«on pourra partir de la répétition d'une expérience aléatoire ; (...) on pourra également partir du recensement d'une population»*. Cette approche alternative est, elle aussi, fondée sur la notion de fréquence, et la modélisation se fera en posant l'hypothèse d'équiprobabilité sur les éléments de la population P de référence (tirage «au hasard») : alors, en effet, la probabilité d'obtention d'une partie quelconque de P sera *numériquement* égale à la fréquence de cette sous-population dans P . Cette approche est donc de type laplacien, et le problème didactique sera de mettre en évidence le saut conceptuel faisant passer de la fréquence à la probabilité.

Une dernière remarque sur ces programmes [PARZYSZ 1993] : le programme des Terminales ne prend pas parti sur la notation à adopter pour désigner la probabilité conditionnelle de A sachant B ; il laisse le choix entre $p(A|B)$ et $p_B(A)$. Or, du point de vue didactique, ces notations ne sont pas équivalentes, car la première fait croire à l'existence d'un «événement conditionnel», ce qui n'a guère de sens d'un point de vue mathématique, et met sur le même plan les deux événements en cause, de par leurs positions «symétriques» dans l'écriture symbolique. Au contraire, la seconde notation, d'une part fait bien jouer un rôle de référence à l'événement B , et d'autre part incite à considérer une probabilité conditionnelle comme une probabilité «normale», ce qui est bien le cas ; elle semble donc préférable, tout au moins dans les premiers temps de l'étude.

Période 5 : la statistique inférentielle au lycée (2000-...)

Les programmes de collège ont été «rafraîchis» à partir de 1996 sans changement notable, mis à part la prise en compte des tableurs-grapheurs implantés sur les ordinateurs (programmes de Quatrième et de Troisième). Dans le prolongement de ces programmes commence à la rentrée 2000 la mise en œuvre du nouveau programme de Seconde, qui se poursuit en 2001 en Première.

La parution du nouveau programme de Seconde a provoqué -à son échelle- une véritable petite révolution dans le milieu des professeurs de lycée, car il met résolument l'accent sur la statistique, en précisant de lui consacrer environ 1/8 du temps total imparti pour les mathématiques, soit 4 semaines. On constate que le chapitre «Statistique» se subdivise en deux : une partie «descriptive» et une partie «inférentielle».

La partie «descriptive» est en accord avec la conception de la Seconde comme classe de détermination, à la fin de laquelle les élèves seront amenés à choisir une première spécialisation (littérature, économie ou sciences). Il s'agit donc d'opérer une synthèse de ce qui a été étudié au collège, et en particulier des paramètres de position, dont les propriétés sont étudiées (linéarité de la moyenne, par exemple) et raffinées (notion de «moyenne élarguée»). Mais la seule mesure de dispersion du programme est l'étendue, ce qui amène à se poser deux questions :

- 1) Comment vont coexister les notions de moyenne et de moyenne élarguée chez les élèves ?
- 2) Pourquoi le programme est-il si «timide» envers les paramètres de dispersion, alors que la notion d'étendue est une mesure très grossière de la dispersion et que la notion de médiane, que les élèves connaissent, conduit immédiatement à celles de quartile et d'intervalle interquartile ?

La partie «inférentielle» a pour but de familiariser les élèves avec la notion d'échantillonnage aléatoire, et d'adopter ainsi un nouveau point de vue sur les séries statistiques. Au collège, la population qui est à l'origine de la série est étudiée pour elle-même (c'est un *donné*), tandis qu'en Seconde elle sera considérée comme un échantillon d'une population plus grande (c'est un *possible*). Les séries statistiques étudiées sont obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, pour laquelle on s'intéresse à la fréquence d'obtention d'un événement qui lui est associé (par exemple, amener un 6 en lançant un dé). Cette répétition est d'abord réalisée manuellement, puis simulée avec la calculatrice (touche «random») et si possible avec l'ordinateur (fonction «aléa»). L'aide technologique est en effet indispensable pour disposer d'échantillons de taille suffisamment grande et pouvoir observer, comme le préconise le programme :

- d'une part, la variabilité des distributions d'échantillonnage
- d'autre part, les régularités de leur répartition.

Il s'agit là d'une approche conçue comme purement expérimentale, mais qui pose néanmoins un problème de fond. Toute simulation suppose en effet la réalisation d'une autre expérience aléatoire, dont on aura reconnu l'analogie avec l'expérience initiale, c'est-à-dire l'identification d'un «modèle» commun, car c'est ce modèle qu'on va en fait simuler. Certes, ce modèle peut être de type «naïf», mais il n'en est pas moins incontournable. Ainsi, pour simuler l'obtention de «pile» en lançant une pièce de monnaie, on va supposer la pièce «bien équilibrée», et on pourra par exemple simuler cette expérience aléatoire :

- soit manuellement, par l'obtention d'un nombre pair en lançant d'un dé (supposé «non pipé»)
- soit à l'ordinateur, par l'obtention d'un zéro à l'aide de la fonction «partie entière de 2.ALEA».

La notion d'expérience aléatoire est donc ici fondamentale, et elle nécessite un travail avec les élèves pour la préciser (A quelles conditions peut-on affirmer que c'est bien la même expérience qui est répétée ?).

Dans les diverses sections de Première, les seuls paramètres de dispersion introduits sont la variance (avec l'écart-type) et l'intervalle interquartile, qui permet la visualisation de la distribution sous la forme d'une «boîte de dispersion». D'autre part, la notion de probabilité apparaît à l'occasion de la modélisation des diverses expériences étudiées en Seconde, auxquelles viennent d'en ajouter de nouvelles : «*le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres*» (programme de toutes les sections). Le type d'expériences simulées conduit à écarter les «*lois ne découlant pas d'une loi équirépartie*» (programme de première scientifique). On est ainsi, de nouveau, revenu à une approche

«laplacienne». En effet, le modèle étant prédéfini, les élèves constateront «*la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques*» (ibid.).

[Je ne parlerai pas ici des programmes de Terminale, qui n'entreront en application qu'en septembre 2002.]

Conclusion

Ce rapide survol de l'évolution de l'enseignement de la statistique et des probabilités en France depuis près de quarante ans nous a permis de constater, selon les périodes, la mise en œuvre de deux approches différentes de la notion de probabilité :

- a) Une approche (dite «laplacienne») basée sur la notion d'équirépartition, correspondant à ce que Bernoulli appelle la probabilité a priori. Cette approche nécessite d'exhiber un univers (fini) dans lequel tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'apparition, ce qui fait la part belle aux dénombrements.
- b) Une approche (dite «fréquentiste») basée sur la convergence postulée de la fréquence lors de la répétition d'une expérience aléatoire (probabilité a posteriori). Cette approche permet de traiter des cas que l'approche laplacienne ne peut prendre en compte, comme le lancer d'une punaise de bureau. Mais elle présente néanmoins quelques difficultés. Tout d'abord, la «convergence» dont il est question n'a que peu de chose à voir avec la notion de limite qu'étudient les élèves en analyse, puisqu'il s'agit ici de convergence stochastique. Ensuite, elle aussi présente le danger que l'élève ne fasse pas le «saut conceptuel» et ne voie pas que l'on passe dans un modèle théorique.

Cette question de la modélisation doit alors être travaillée de façon particulière en classe. La confrontation de plusieurs modèles définis a priori (pour le lancer de plusieurs pièces, par exemple) avec une simulation ayant fait l'objet d'un consensus devrait permettre de donner du sens à la modélisation, du fait que :

- d'une part, elle va permettre d'invalider certains de ces modèles
- d'autre part, elle va (peut-être) rendre plausible l'un d'entre eux.

Prenons par exemple le jeu de «croix ou pile» cité par d'Alembert dans la *Grande Encyclopédie*. Une partie se déroule de la façon suivante : on dispose d'une pièce de monnaie; on lance la pièce, et si elle fait pile on a gagné. Sinon on la lance à nouveau, et si elle fait pile on a gagné. D'Alembert dit qu'il est couramment admis qu'on a trois chances contre une de gagner à ce jeu, mais que lui pense qu'on n'a en réalité que deux chances contre une, puisqu'il n'y a que trois cas possibles :

- pile au premier coup (® gagné)
- face au premier coup et pile au second (® gagné)
- face au premier coup et face au second (® perdu).

Dans une classe de lycée, ces deux modèles (au moins) ont toutes les chances d'être présents, et on peut s'y appuyer pour provoquer un conflit socio-cognitif qui ne pourra être tranché que grâce à une simulation, laquelle permettra d'invalider le modèle de d'Alembert, et montrera que, sur un grand nombre d'expériences, la fréquence de succès «s'approche» de 0,75 [PARZYSZ & FABREGAS-BECHLER 1999].

Les deux approches ci-dessus apparaissent finalement comme «*contradictoires et complémentaires*» ([HENRY 1994], p. 7), et se limiter à l'une ou à l'autre risque fort de conduire les élèves à une vision réductrice du concept de probabilité. La coexistence de ces deux approches dans l'enseignement des probabilités, dans le but de déboucher sur un concept de probabilité aussi riche que possible, est un enjeu didactique d'importance. Il est à espérer que les recherches entreprises actuellement (voir par exemple [COUTINHO 2001]), ainsi que celles qui ne manqueront pas de suivre, aideront à clarifier le problème et permettront de produire des ingénieries didactiques efficaces.

Bibliographie

CHEVALLARD Yves (1990): *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Editions La Pensée Sauvage, Grenoble

COUTINHO Cileda de Queiros e Silva (2001) : *Introduction aux situations aléatoires dès le collège : de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II*. Thèse de doctorat. Université Grenoble-I.

GAUTIER Christian et al. (1974) : *Mathématiques. Première AB*. Collection Aleph. Editions Hachette, Paris
HENRY Michel (1994): *L'enseignement du calcul des probabilités dans le second degré. Perspectives historiques, épistémologiques et didactiques*. Editions IREM de Besançon

PARZYSZ Bernard (1993): *Notation et sens : une étude de cas*, in Bulletin de l'APMEP n° 392, pp. 45-48

PARZYSZ Bernard & FABREGAS-BECHLER Michèle (1999): *Une introduction aux probabilités à partir d'une «erreur historique»*, in Petit Vert (bulletin de la Régionale APMEP de Lorraine) n° 58, pp. 7-12

QUEYSANNE Michel & REVUZ André (1971): *Mathématique. Terminale D*. Editions Nathan, Paris

TECHNOLOGICAL TOOLS IN STATISTICS EDUCATION

Ben-Zvi, Dani

*The Weizmann Institute of Science, Department of Science Teaching
P.O. Box 26, Rehovot 76100, Israel
E-mail: dani.ben-zvi@weizmann.ac.il*

Abstract.

This article explores the impact of modern technological tools on teaching and learning of statistics. Serious integration of technological tools in statistical courses brings about a cascade of changes in instruction, students' ways of learning, curriculum materials, and classroom praxis. I begin with some context setting on new views of statistics and statistics education. These views are reflected, in particular, in the introduction of Exploratory Data Analysis (EDA) into the statistics curriculum. The impact of technological tools on teaching and learning statistics is underpinned in the ways the computer lends itself to supporting learning. I also present a sample of educational technologies, which are typically used in statistics instruction: statistical packages (tools), microworlds, tutorials, resources (including Internet resources), and teacher's meta-tools. Finally, certain implications and recommendations for the use of computers in the statistical educational milieu are suggested.

Key words:

Statistics education, teaching and learning, computers, technological tools.

1. Introduction

The practice and research of statistics have been revolutionized by the introduction of modern computing technology. Computers have greatly increased the efficiency and adequacy of practical statisticians' work, and contributed to the range, sophistication and complexity of theoretical statisticians' research (Biehler, 1993). In the statistics education arena, developments in technology have had profound consequences on both the way that instruction takes place and on our expectations for what it is that students will learn. However, systematic and wide-scale research on the impact and use of technology in statistics education is only beginning to emerge. Two decades ago, when computers began to influence statistics classes, the leaders of the educational community were carried away by euphoric enthusiasm and voiced prophecies of universal panacea. A slow but steady disenchantment followed, with a message to explore carefully the methods of application and research and the criteria regarding what is important to investigate (Hawkins, Jolliffe, & Glickman, 1992; Kaput, 1992). Gradually, computers have become an essential part of introductory statistics courses, and more recently, the Internet has been embraced by many courses. The statistical educational community was forced to re-examine what statistics should be included in the school curriculum, what technology is appropriate for educational purposes, and what type of research initiatives are needed.

Recently, a more realistic approach to the potential of technological tools – which, in this article, I take to include computers (systems of hardware and educational software), graphics calculators, the Internet, and interactive multimedia systems - in statistics education has been implemented. Successful experiences are beginning to accumulate, and a better understanding of the role of technology is beginning to emerge. Thus, an abundance of available resources has begun to yield exemplary statistical software, innovative curricular materials that make use of technological tools, and research on the design, use, and impact of them. For example, the last International Association for Statistical Education Roundtable Conference, held in Granada in 1996, focused on the role of technology in teaching and learning statistics and helped identify important issues and needed areas of research (Garfield & Burrill, 1997).

Technological tools especially designed for statistics learning have been developed to support:

1. Students' active knowledge construction, by "doing" and "seeing" statistics.
2. Opportunities for students to reflect upon observed phenomena.
3. The development of students' metacognitive capabilities, i.e., knowledge about their own thought processes, self-regulation, and control.
4. The renewal of statistics instruction and curriculum on the basis of strong synergies between content, pedagogy and technology (Moore, 1997).

Educational technologies allow one to deal with the quantitative complexity inherent to statistics, easily access methods of data analysis, and explore the roles played by chance and probability models. However, more empirical wisdom, blended with theoretical reflection is required. What impact do computers have on the teachability and learnability of statistics, both new and old? What has research shown us about the role of technology and what do we still need to know? Thus, the overall goal of this paper is to further the understanding of the role and impact of technological tools in statistics education.

2. Current Trends in Statistics Education

The Change in Statistics

Statistics is more pervasive than ever. We live in a society which is ever more dependent on information and technology. Major political, social, economic and scientific decisions are made on the basis of data. Statistical thinking offers simple but non-intuitive mental tools for trimming the mass of information, ordering the disorder, separating sense from nonsense, and selecting the relevant few from the irrelevant many. Decision-makers on all levels have to resort to more data-based arguments, often reaching different conclusions from the same data. Statistical reports affecting virtually all aspects of our lives appear regularly in all the news media. Accordingly, statistical literacy is becoming a major goal of the statistics curriculum, regardless of the professional future of the student (Gal, 2000).

New views of the disciplines of statistics and statistical education have gradually emerged. Today's leading statistical educators see statistics and mathematics and statistical and mathematical reasoning as quite distinct (Garfield and Gal, 1999). Moore (1998) expanded the view of statistics by suggesting that it should be considered one of the liberal arts. Thinking of statistics as a liberal art balances its essential technical expertise with its flexible and broadly applicable mode of thinking and reasoning about data, variation, and chance. Similar to statistical thinking, the liberal arts, especially in its philosophical tradition, encourage skeptical, analytical thinking, unconstrained by *a priori* standards, and bearing in mind that any conclusions are subject to continuing challenge. The liberal arts image emphasizes that statistics involves distinctive and powerful ways of thinking:

Statistics is a general intellectual method that applies wherever data, variation, and chance appear. It is a fundamental method because data, variation, and chance are omnipresent in modern life. It is an independent discipline with its own core ideas rather than, for example, a branch of mathematics. (Moore 1998, p. 1254)

The Change in Statistics Education

Classroom practice has been influenced by the new approaches to statistics, the accumulating educational research knowledge that has gradually moved away from mathematics alone back to data and interdisciplinary work (Garfield, 1995), and the changes in technology that have forced statistics educators to focus on what is not automated. These driving forces have led to a shift in introductory courses from traditional views of teaching statistics as a mathematical topic (with an emphasis on computations, formulas, and procedures) to the current emphasis on statistical reasoning, and the ability to interpret, evaluate, and flexibly apply statistical ideas. Thus, teaching and learning statistics should give more attention to big ideas and general strategies for dealing with data, variation, and chance (Cobb, 1992). Current recommendations for introductory courses in statistics include at least the following:

1. Incorporate more data and concepts and treat recipes and formal derivations as secondary in importance.
2. Wherever possible, automate computations and graphics by relying on technological tools.
3. Foster active learning, through various alternatives to lecturing.
4. Encourage a broader range of attitudes, including appreciation of the power of statistical processes, chance, randomness, and investigative rigor, and a propensity to become a critical evaluator of statistical claims.
5. Use alternative assessment methods (Gal & Garfield, 1997) to better understand and document student learning.

The Introduction of EDA

One significant manifestation of these ideas and the increasing use of new technological tools has been the incorporation of Exploratory Data Analysis (EDA) (Biehler, 1982, 1993; Shaughnessy, Garfield, & Greer, 1996; Tukey, 1977) into the statistics curriculum. EDA is the discipline of organizing, describing, representing, and analyzing data, with a heavy reliance on visual displays as analytical tools and, in many cases, on technology. In addition to inference, its goal is to make sense of, and gain insight into, data, analogous to the exploration of unknown lands (Cobb & Moore, 1997).

EDA studies patterns, centers, clusters, gaps, spreads, and variations in data, and its essence can be captured by the slogans - look at the data (preliminary analysis), look between the data (comparisons), look beyond the

data (informal inference) and look behind the data (context) (Curcio, 1989; Shaughnessy et al., 1996). Pedagogically, EDA is an opportunity for open-ended data exploration by students, aided by basic concepts of statistics. EDA is often portrayed as an iterative and interactive process in which the explorer moves, from a question, to collecting and looking at pertinent data, to reformulating and refining the question, to looking at more data, and so on (Graham, 1987; Konold, 1995b). Technological tools seem to be ideal in these processes, by empowering students to do data analysis that is interactive and exploratory, using visualization and simulations to understand statistical concepts and methods (Biehler, 1993).

Ben-Zvi (1999, 2000) presents an exemplary learning activity in a computer assisted environment which shows that an attempt at a serious integration of technological tools in teaching and learning statistics brings about a cascade of major changes in curriculum and students' learning. In that learning environment (Ben-Zvi & Arcavi, 1998), students acted directly on statistical objects and relations through various linked representations. They produced, interpreted, transformed, and used data representations. Several attributes of the computer seem to contribute to the students' sense-making process, namely its ability to operate (plot, calculate, sort, etc.) quickly and accurately, dynamically link multiple representations, simplify procedures, provide immediate feedback to the user, and transform a whole representation into a manipulable object. In addition, the computer changed assumptions about what can be learned and the statistics curriculum was accordingly redesigned.

Balacheff and Kaput (1996) characterized this epistemological impact of technological tools on mathematics education as "a new experiential mathematical realism", namely, "the experience of direct manipulation of mathematical objects and relations" (p. 470). In the following section, I introduce a more systematic view of the impact of technological tools on statistical realism.

3. The Impact of Technological Tools in Statistics Education

For the purpose of my deliberation, I adopt an approach based on empirical research and theoretical analysis that views computers as *cognitive tools*, i.e., means for human cognitive activity (Dörfler, 1993). A *cognitive technology* has been described by Pea (1987) as "any medium that helps transcend the limitations of the mind" (p. 91). This approach is based on a specific conception of the human cognition (Dörfler, 1993), of which the following are key aspects:

- Cognitive processes have a concrete and imagistic basis and are not (only) organized by formal/general rules, nor are they mainly of linguistic and propositional character.
- Cognition depends heavily on the available tools and means: it is to be viewed as being distributed (Pea, 1992) over the system made up by the individual, her social context, and the various available cognitive means (including technological tools). Cognitive development is understood not merely as development of the individual mind, but also as a social development of the available means and tools and their acquisition by the individual through socially structured activities (e.g., Cobb, 1998).
- Cognition tends to be context-bound in the sense that context-specific objects, properties, relations etc. are used and exploited, and can even be viewed as systemic elements and parts of the cognitive system. This is expressed by the term "situated cognition". Situated thinking exploits as much as possible the specific quality, relations and elements of the respective situation.

This conception of cognition leads to specific ways of using computers in statistics education (which can be viewed as a specific case of mathematics education), and a view on how the computer lends itself to supporting cognitive and socio-cultural activities.

The Amplifier Metaphor

In environments that are not based on technological tools, representations produced and used during classroom activities are limited in number. Graphs or tables are often presented to students or constructed according to prescriptive instructions (Kaput, 1992). Representations are then often the same for students learning in the same class. Instruction often concentrates simply on translation skills between representations, and mastery of these skills tends to become the central goal of teaching. The use of multi-representational technological tools turns many of the manipulations of representations into automatic operations. It is then not surprising that students produce a variety of representations.

Pea (1987) suggested the *amplifier metaphor* to portray the fact that with a computer we can carry out many more calculations in a much shorter time and with a much higher accuracy, but with minimal change in the

quality of what we do. Thus, the tool enables us to do what we already do, but faster, more often, more accurately, better, or to a larger extent or degree, with fewer errors. However, the amplifier metaphor falls short of fully capturing the effects of using technological tools in statistics education.

The Reorganization Metaphor

An appropriate usage of technological tools has the potential to bring about structural changes in the system of the students' cognitive and socio-cultural activities, rather than just to amplify human capabilities. A powerful tool brings about the reorganization of physical or mental work in at least the following ways.

Shifting the Activity to a Higher Cognitive Level

Working with a powerful technological tool may shift parts of the activity to a higher cognitive level. For example, students have to integrate and focus their interest on detailed planning, and anticipating possible results (instead of calculating or drawing), before executing. In turn, this implies a shift of the main problems, difficulties and tasks of the activity. For example, the computer makes it possible to shift the students' attention to the problems of scaling and designing data graphs to support statistical claims. Thus, computer usage entails the emergence of different levels of operations and objects, e.g., plotting of graphs might be considered as one level, and various manipulations and transformations of them as another. Several empirical studies point out that working with a powerful technological tool may shift parts of the activity to the metacognitive level as well (e.g., Hershkowitz & Schwartz, 1999).

Computers support actions on a higher level by condensing and curtailing complex processes to easily manipulable units. The software commands encapsulate sequences of actions formerly disposable only in unfolded process form. This power makes possible an effective and goal-oriented reflection on the organization, the sequencing, the consequences and other aspects of the whole activity.

Changing the Objects of the Activity

Using technological tools causes a change in the objects to be worked with and upon. Therefore, not only the structure and form of the activity but also its content are changed. For example, by using a statistical software package in the teaching of elementary statistics, the field of objects is enlarged to include statistical tables, data, graphs and numerical results. These representations can become the objects of the cognitive activity, e.g., by varying the given data, sample size, number of repetitions, and are no longer just the products of the drawing or calculating activity. Representations as a whole can be edited, manipulated, transformed, combined, separated into parts, stored, recalled, etc. This capability entails a far-reaching reorganization of cognitive activity and a shift of the focus of attention to a higher cognitive level. The products of such activity with the technological tool can become the objects of reorganized and extended activity and reflection.

Focusing the Activity on Transforming and Analyzing Representations

Kaput (1992) made the distinction between an "action notation system", that involves calculations and transformations (e.g., the algebraic representation of a function), and a "display notation system", whereby the activity of the user is generally confined to interpretation (e.g., graphical and tabular representations of a function). This theoretical distinction between action and display notation systems holds when the material tools at disposal are limited to paper, pencil and ruler. It does not hold any more when one uses tools providing, in addition to the representations themselves, passage among representations and user-based manipulations, or what is often called multi-representational software. In this case, all representations are action notation systems - it is possible to stretch graphs (by scaling, changing aspect ratio, etc.), to rearrange a table according to a particular criterion, and so on.

Cognitive processes can often be successfully guided and organized by tangible representations of the given situation. The thinking process then consists essentially of transformations and manipulations of these representations, with the aim of reaching a solution or solving a problem. To assist these processes the computer offers the user a great variety of graphical and symbolic elements for the construction and manipulation of representations. Thereby the user can build on the screen representations of many situations, work with them, and analyze them. Thus, a computer system has many valuable advantages over the traditional technology of paper and pencil, including easy and interactive changes in the representations, saving, recalling, and editing

representations and their construction, unlimited repeatability, and documentation of all the actions carried out with the representations, for later reflection and analysis.

Statistics education should strive to enhance students' flexibility in using representations, and should prevent sticking to a single restricted one. It is important to develop the ability to switch between representations, to translate one into another, or even to disregard a specific one. Some statistical packages for introductory statistics are good example of tools that may enhance such flexibility in the multiple-window representations they offer (e.g., *Data Desk*, *Fathom*, *MEDASS Light*, *StatView*, *TableTop*). They go far beyond the role of mere means for visualization. They permit the construction and flexible usage of various representations for analyzing data, moving beyond a means of display to become a tool for thinking and problem solving.

Supporting the Situated Cognition Mode of Thinking and Problem Solving

Situated thinking exploits as much as possible the specific quality, relations and elements of the respective situation. The computer can support such a mode of thinking and of problem solving through its simulative power. Thus, technological tools can assist students "to bridge statistics and 'real' life by opening access to modelling of concrete situations and real data" (Balacheff & Kaput, 1996, p. 478).

For example, Pratt (1994) reported on a new computer-based pedagogic approach, termed *active graphing*, which may help young students to develop interpretative skills. In an active graphing task, students enter data directly into a spreadsheet, and produce scatterplots as part of an ongoing experiment. The physical experiment, the tabulated data, and the graph are brought into close proximity. The ability to produce graphs during the course of an experiment enables the graph to be used as an analytical tool; the students make decisions about future trials in their experiment on the basis of their interpretation of the graph.

Accessing Statistical Conceptions by the Use of Graphics

Technological tools support enhanced accessibility of many statistical conceptions, by permitting the transformation of purely symbolic presentations into spatial-geometric ones, which are easier to grasp and build cognitive models on. For example, some statistical software packages present a distribution's mean, mode or median as geometrical markers on histograms. Thereby, these concepts may become objects for manipulation and reflection. In addition, the unique dynamic features of technological tools support linkages between data alterations and their geometrical representations, examples being a graphical "slider" to change the bin width and observe the effects on a histogram's shape (e.g., *Histogram*), or a program which allows one to add an outlier point to a scatterplot and observe consequent changes in the correlation coefficient and the position of the regression line (e.g., *Regression*).

4. Typical Technological Tools in Statistics Education

In this section, I present a sample of educational technologies that have typically been used in statistics instruction. They fall into at least one of the following categories (distinguished by their educational functions): statistical packages (tools), microworlds, tutorials, resources (including Internet resources), and teacher's meta-tools (Ben-Zvi, 1997; Biehler, 1997).

Statistical Packages

Statistical packages (tools) include software for computing statistics and constructing visual representations of data, often based on a spreadsheet format to enter and store data. These packages create a computing environment that is mainly used to prepare students to become professional statisticians. Professional statistical software is often very complex and not suitable for all students. Therefore, an adaptation to adjust the software to the classroom is often required. Four examples are given below.

MEDASS Light (Biehler, 1995; 1997) is a good example of an "educationally modified" statistical package. It is an elementary tool for interactive data analysis for high school students (grade 7 and higher) in a first statistics course. *MEDASS Light* is intended to be an easy to use elementary tool, and thus fill the gap between the common, too simple, and insufficiently flexible tools designed for high school use, and the professional tools that are too complex for high school introductory courses. It is designed to support flexible interactive data analysis with multiple analyses and results. A spreadsheet-like data table is used for data input, editing and display. The

graphical methods include boxplots, histograms, bar graphs, dot plots, scatterplots, and line plots. All the plots can be used for single variables or together with a grouping variable that will produce composite or multi-window plots. Graphs can be enriched by further statistical information, such as lines for the mean or median, regression lines or curves from fitting polynomials, and exponential functions and simple smoothers. Numerical summaries and frequency information are also available for analyses with grouping variables. Numerical results are displayed in data tables that can be further analyzed as new data with the available tools. Selection of subsets, transformation of variables and exclusion of points from an analysis are available on two levels: graphical selection "by hand", and in a more formal way, with the support of a menu system. The system supports numerical, categorical, text, and nominal variable types. Generic commands adapt to the variable types and the roles chosen for the variables (such as grouping variable, x or y variable).

Fathom is an innovative computer-based learning environment for exploratory data analysis and algebra, which is intended for use in high school and college introductory courses. *Fathom's* features include: dynamic manipulation - instantaneous updating of every representation and calculation while dragging data points, axes, attributes, or bars; formulas to calculate values, plot functions, and control simulations; 'sliders' as part of function plotting, attribute definition, and filters; simple simulation and sampling tools; and direct import of data from the Internet.

Tinkerplots is innovative software that allows students to build their own plots to analyze data. The tool, which is intended for use primarily in middle school, will be a complete data analysis tool, but unlike any existing software, it will allow students to create their own graphs and plots "from the ground up". By offering students a construction set rather than menu of ready-made graph types, it is expected that students and teachers can be better oriented to the inquiry-driven nature of exploratory data analysis. Students can begin using *Tinkerplots* without knowledge of conventional graphs or different data types, without thinking in terms of variables or axes. By ordering, stacking, and separating data icons, students gradually organize data to answer their questions. Students can analyze data that come with the program, that they download from the Internet, or that they enter themselves. Using the construction set of basic operations, students create a wide variety of graphs, including standards like pie charts, histograms, and scatterplots, and novel graphs of their own invention. Because plots are built up in stages, students can deconstruct unfamiliar plots to learn how to interpret them. Students can save the current plot configuration as a new command to later recreate that plot type in one step. To perceive variability in data, *Tinkerplots* offers more than position along axes; it also offers differences in icon size, color, and sound. These additional modalities allow students to detect covariation in powerful and intuitive ways.

Spreadsheet packages (e.g., *Excel*) are widely used for introductory statistical instruction, and have many compelling capabilities. However, their educational use has been disputable (Hunt, 1996).

Microworlds

These consist of software programs to demonstrate statistical concepts and methods, including interactive experiments, exploratory visualizations, and simulations. In microworlds students can conceptualize statistics by manipulating graphs, parameters, and methods. Typical examples are microworlds that allow the investigation of the effects of changing data on its graphical representation or the value of a correlation coefficient, the effects of manipulating the shape of a distribution on its numerical summaries, the effects of manipulating a fitted line on the quality of the fit, and the effects of changing sample size on the distribution of the mean. *Prob Sim* and *Sampling SIM* are good examples of computer simulation microworlds.

Prob Sim (Konold, 1994, 1995a) is a simulation tool intended for high school and introductory college courses where the major emphasis is on modelling real situations. To model a probabilistic situation with *Prob Sim*, a "mixer" is constructed containing the elementary events of interest. The mixer is sampled from, after specifying replacement options, sample size, and number of repetitions. Events of interest in a sample are specified and counted. Specified events are counted in new random samples. *Prob Sim* makes the last step especially easy. Once analyses have been conducted on one sample, the user can press a button to see the results of the same analyses performed on a new sample.

Sampling SIM is intended for secondary students and undergraduates in introductory statistics courses. Its purpose is to teach the Central Limit Theorem and the behavior of sampling distributions. *Sampling SIM* allows the user to create a population and then draw random samples from that population. The populations are created graphically using up and down arrows that "push" an outline of the distribution to change its shape. Populations

can be simulated in one of three modes: binomial, discrete, or continuous. In drawing samples, the user determines the sample size and number of samples to be drawn. The sampling distributions of sample means and sample medians can be displayed, and summary statistics are also provided (e.g., mean of sample means, mean of sample standard deviations, standard deviation of sample means). Users can visually compare the sampling distribution to the population, and visually witness the effects on the sampling distribution caused by changing the shape of the population and sample size (Chance, Garfield, & delMas, 1999; delMas, Garfield, & Chance, 1998).

Tutorials

These include programs developed to teach or tutor students on specific statistical skills, or to test their knowledge of these skills. The tutorial program is designed to take over parts of the role of the teacher and textbooks, by supplying demonstrations and explanations, setting tasks for the students, analyzing and evaluating student responses, and providing feedback. Some tutorials function as an interface with other statistical software, when one purpose of the tutorial is to demonstrate use of that software.

ActivStats (Currall, Young, & Bowman, 1997) is a rich learning environment for an introductory statistics course in a multimedia, computer-based format. The material is provided on a CD, which includes video clips, simulation, animation, narration, text and interactive experiments. A compelling feature is the extensive use of video and animated illustrations to present concepts and techniques. The user can launch associated pieces of software, such as the accompanying *DataDesk* package or a Web browser, independently of the activity being pursued in *ActivStats*. Options are also available to customize the operation and appearance of the material.

ConStatS (Cohen & Chechile, 1997; Brewer, 1999) is a good example of a computer-based tutorial. It is intended to allow students experiment with statistical concepts taught in introductory college statistics courses. The emphasis of *ConStatS* is on gaining conceptual understanding of statistics by dealing with real and interesting data. It consists of 12 programs, grouped into five distinct parts: representing data (displaying data, descriptive statistics, transformations, bivariate data), probability (probability measurement, probability distribution), sampling (sampling distribution, sampling error, sampling problem), inference (introductory estimation, hypothesis testing), and experiments. Each program is divided into a large number of "screens", no one of which confronts the student with more than a small number of closely related decisions. The choices the student has to make on each screen lead to an active style of learning. WHY and HELP buttons are available on every screen. Students are required to perform a series of experiments on the same data, which are provided in the program. Once they have worked through the experiments and become familiar with concepts, they can use a data analysis package to explore data on their own. Data sets from different disciplines are included. New data sets can be added readily by students and teachers.

The Authentic Statistics Stack (ASP; Lajoie, 1997) is a good example of a tutorial designed to model assessment standards. Intended for middle school students in introductory statistics course, the software demonstrates performance criteria for the statistical investigation process. *ASP* consists of three components, *Discovering Statistics* (a descriptive statistics *HyperCard* stack), *Authentic Statistics* (a library of examples developed to assist students in their learning of descriptive statistics), and *Critiquing Statistics* (students assess peer projects). The examples demonstrate student performance standards for the statistical investigation process. Thus, the performance standards are made clear and open to learners. Students can see concrete examples by watching videotapes and computer screen recordings of student performance (average and above average), accompanied by textual descriptions of the program scoring criteria. There are six assessment categories: quality of research question, data collection, data presentation, data analysis and interpretation, presentation style, and creativity. Students can access information about each category to see a textual and visual demonstration of average and above average performances. After viewing the information, they can develop their own project and align their performance to the criteria.

Resources

These consist of various resources to support teaching statistics. The development of the World Wide Web has produced unprecedented global means for teachers to easily share their ideas on ways to improve the teaching of statistics (Lock, 1998). Although the volume of on-line material may seem daunting, and the process of searching for worthwhile information can be frustrating, the rewards, both for teachers and students, can be quite substantial. If current trends continue, universal access to the Web should become easier and more

common, on-line applications should become even more sophisticated, and useful resources should continue to appear at a steady rate. Typically, the sorts of Web resources are as follows (Lock, 1998):

On-line Course Materials

More and more instructors are providing course materials to their students through Web sites. In addition to providing convenient access for students, these pages can be perused by teachers at other institutions looking for hints and ideas to improving their own courses. For example, the *Chance Database* contains materials designed to help teach a course on chance or a more standard introductory probability or statistics course. The *Chance* course is a quantitative literacy course based on case studies, with the aim of making students more informed and critical readers of current news that uses probability and statistics, as reported in daily newspapers.

On-line Texts

Several individuals and groups have undertaken ambitious projects to develop statistics textbooks that can be accessed via the Web.

JAVA demonstrations

These are interactive programs that can be accessed over the Web, based on the JAVA programming language, which are simple self-run demonstrations of statistical concepts. For example, *Guessing Correlations* is a game to show the relationship between correlations and scatterplots, *Regression* demonstrates the effects of adding an outlier, and *Histogram* checks the effect of bin size on histograms showing data on the "Old Faithful" geyser in Yellowstone National Park.

Electronic Journals and Newsletters

Examples include *Journal of Statistics Education (JSE)* which publishes refereed articles, datasets, reviews, and tips related to all aspects of teaching statistics at the post secondary level and *Chance News* which includes references to statistical issues in current news media.

Electronic Discussion List

These e-lists allow instructors to share questions, ideas and announcements related to teaching statistics, practicing statistics, and statistical computing. The Web sites, which archive the messages, also provide good resources for searching through past discussions.

Data

Many data sources, often in downloadable formats, are available in the Web from different types of resources: dataset archives, government and official agencies, data about the web, and textbook data. For example, *The Data and Story Library (DASL)* is an online library of data files and stories that illustrate the use of basic statistical methods and is available for free via the Internet. It provides data from a wide variety of topics, can be used to demonstrate simple statistical ideas using real data, and may be searched by data subjects or by statistical techniques.

General Links

There are many Web sites with general links related to teaching statistics, such as materials to support a course, examinations, statistical software providers, and statistics textbooks. Examples include *Exploring Data*, *The Maths, Stats & OR Network*. Other resources are available in a non-Internet format, for example, teacher's interactive movies (e.g., Moore, 1989), and multimedia books (e.g., *ActivStats*).

Teachers' Meta-tools

These create an interface that enables teachers to adopt software to their specific audience and educational goals. The categories listed previously are not necessarily distinct, and in many cases, a specific software falls into more than one category. In some cases, professional tools support the construction of simulations or tutorial shells within the system itself. For example, spreadsheets have a command language that serves to

build small programs called "macros". It makes the software extensible and adaptable, in order to build educational microworlds, such as *DISCUS* (Gray, 1996). However, the use of a command language system in secondary school is problematic. Instead, programming in *Excel* takes place in a simple form, by entering a formula, a function, creating a chart, or operating a procedure. Once the program is set, any change in data affects its outcomes (Carr, 1999).

5. Discussion

Over the last couple of decades, we have seen huge progress in technological tools for statistics education, which have become more powerful, flexible and efficient, with friendlier interfaces, and better connectivity via the Internet. Despite all this progress and promise, the penetration of these technologies in educational practice proves to be slow and with great disparity from place to place. The shortage in technology in schools is surely one reason, though with the recent introduction of smaller and powerful machines, like graphics calculators and palm-top computers, tools will soon become common and cheap. However, the limited commitment of teachers and curriculum developers, and our ignorance about teaching and learning in computer-based environments are at least as important factors contributing to the scarcity of actual use in classrooms.

Educators should be encouraged to view technological tools as legitimate extensions of cognitive systems and partners in the statistics classroom. Using these technologies as a cognitive tool and a medium will not weaken cognition. The opposite is true. It opens up the opportunity for the development of a much richer, powerful and flexible learning environment in which students are active learners of statistics. This is a demanding task for students and teachers. Like any other symbolic technology the use of the computer must be learned and integrated into the learning environment through considered use and extended experience. The following considerations should be taken into account to deal with the changes in learning and teaching that are emerging. Choosing Appropriate Technological Tools

How can teachers and curriculum developers of introductory statistics courses navigate within the rich universe of existing software? Biehler (1997) suggests the following list of priorities for software supporting introductory statistics education:

1. Student tools whose learning and use can be integrated into an introductory course.
2. Resources of data.
3. Microworlds (a good but limited selection).
4. Further resources (Internet, electronic books, multimedia resources).
5. Tutorial shells. (pp. 168-169)

In addition, teachers' meta-tool functions should be included at all levels to allow adaptations for the specific class.

Critical Evaluation of Software

We need to develop a perspective, guidelines, and a specification of ideal requirements, in order to critically evaluate existing software and to produce better software in the future. The main problems of existing statistical software are: (a) the complexity of professional systems, which cause a high cognitive entry cost; (b) the constraints of microworlds, which limit their adaptability; and (c) the uncoordinated interfaces, concepts and notations of various microworlds and tools, which limit the possibility of combining a few tools in the same course (Biehler, 1997).

What we need, ideally, is an integrated system of coordinated tools for educational purposes that is adaptable, extensible, and simple. For example, tools for doing statistics should be adaptable to be used also as a host system for defining and modifying microworlds. Simplicity can be realized by a coherent system of collaborating (modular) tools with well-defined interfaces, minimal functional overlap, adequate data transfer, and object linkage facilities between the components - for example, a system that includes (a) a modelling, simulation and data analysis tools; and (b) dynamic-interactive linkages between them. The *MEDASS Light* and *Fathom* projects represent efforts to design educational software in these directions.

Educational Use of Technological Tools

Obviously, it is not enough to provide students with a carefully designed, powerful tool, with nice graphical representations and friendly interface, to ensure that meaningful learning will occur. In rich computer-based learning environments students should be encouraged to:

1. Practice data analysis with an exploratory, interactive, open-ended working style, and combine exploratory and inferential methods, graphical and numerical methods.
2. Extensively use multiple linked representations and simulations to construct meanings for statistical concepts and ideas.
3. Construct models for simple and multistage random experiments, and use computer simulation to study them.

Professional Development

For teachers, traditional professional knowledge is not sufficient to deal with the complexities in the teaching/learning situation created by the technological revolution. We need more experimental research and theoretical analysis to identify the differences between traditional teaching and computer-based teaching, to explore how teachers can prepare themselves to function in the new instructional environments, and to develop appropriate forms of professional development and support systems.

Curriculum Design

Ehrmann (1995) claims that one of the clearest lessons from attempts to apply technology to teaching and learning is this: if you use technology to simply carry the same old thing, you get the same old results. To get different results, you must add new thinking to new technology. This principle implies that learning activities have to be transformed so that students can develop their usage of tools in line with the reorganization metaphor. This goal necessitates new kinds of tasks, supported by powerful tools, which permit activities on higher cognitive levels. Such a statistics curriculum, which takes advantage of the technology, can stress conceptual understanding, mathematical modelling and problem solving, real-world applications, and new methods of analyzing data.

Finally, our task is enormous:

In challenging most traditional assumptions about teaching and learning, technology forces us to think deeply about all aspects of our work, including the forms of the research that need to be undertaken to use it to best advantage. Clearly, our most important work lies ahead of us. (Balacheff & Kaput, 1996, p. 495)
Time will show if we can succeed in this adventurous challenge.

6. References

Balacheff, N., & Kaput, J. J. (1996). *Computer-based learning environments in mathematics*. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 469-501). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Ben-Zvi, D. (1997). *Software for teaching statistics*. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 123-136). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Ben-Zvi, D. (1999). *Constructing an understanding of data graphs*. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the Twenty-third Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 97-104). Haifa, Israel: Technion Institute of Technology.

Ben-Zvi, D. (2000). *Towards Understanding of the Role of Technological Tools in Statistical Learning*, *Mathematical Thinking and Learning*, Vol. 2 (1&2), pp. 127-155.

Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (1998). *Towards a characterization and understanding of students' learning in an interactive statistics environment*. In L. Pereira-Mendoza (Ed.), *Proceedings of the Fifth International Conference*

on Teaching Statistics (pp. 647-653). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Biehler, R. (1982). *Explorative Datenanalyse - Eine Untersuchung aus der Perspektive einer deskriptiv – empirischen Wissenschaftstheorie*. IDM Materialien und Studien 24 [Exploratory data analysis - an analysis from the perspective of a descriptive-empirical epistemology of science]. Bielefeld, Germany: Universität Bielefeld.

Biehler, R. (1993). *Software tools and mathematics education: The case of statistics*. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 68-100). Berlin: Springer.

Biehler, R. (1995). *Towards requirements for more adequate software tools that support both learning and doing statistics* [Institute für Didaktik der Mathematik Occasional paper 157]. Bielefeld, Germany: Universität Bielefeld.

Biehler, R. (1997). *Software for learning and for doing statistics*. *International Statistical Review*, 65(2), 167-189.

Brewer, M. (1999). *Review of ConStatS*. *Maths & Stats*, 10(1), 21-24.

Carr R. (1999). *Teaching and learning with MS EXCEL data sets*. *Maths & Stats*, 10(2), 7-10.

Chance, B., Garfield, J., & delMas, R. (1999). *A model of classroom assessment in action: Using assessment to improve student learning and statistical reasoning*. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty Second International Statistical Institute Session (Vol. 2, pp. 261-264)*.

Cobb, G. (1992). *Teaching Statistics*. In L. A. Steen (Ed.), *Heeding the call for change: Suggestions for curricular action* (pp. 3-43). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Cobb, G., & Moore, D. S. (1997). *Mathematics, statistics, and teaching*. *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823.

Cobb, P. (1998). *Analyzing the mathematical learning of the classroom community: The case of statistical data analysis*. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the Twenty-second Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 33-48)*. Stellenbosch, South Africa.

Cohen, S., & Chechile, R. A. (1997). *Overview of ConStatS and the ConStatS assessment*. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 99-108). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Currall, J., Young, S., & Bowman, A. (1997). *Review of ActivStats*. *Maths & Stats*, 8(4), 24-28.

delMas, R., Garfield, J., & Chance, B. (1998). *Assessing the effects of a computer microworld on statistical reasoning*. In L. Pereira-Mendoza (Ed.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1083-1089). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Dörfler, W. (1993). *Computer use and views of the mind*. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 159-186). Berlin: Springer.

Ehrmann, S. C. (1995). *Asking the right questions: What does research tell us about technology and higher learning?* *Change*, 27, 20-27.

Gal, I. (2000). *Statistical literacy: Conceptual and instructional issues*. In D. Coben, J. O'Donoghue & G. FitzSimons, (eds.), *Perspectives on Adults Learning Mathematics: Research and Practice* (pp. 135-150). London: Kluwer.

Gal, I., & Garfield, J. (Eds.). (1997). *The assessment challenge in statistics education*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Garfield, J. (1995). *How students learn statistics*. *International Statistical Review*, 63(1), 25-34.

Garfield, J., & Burrill, G. (Eds.). (1997). *Research on the role of technology in teaching and learning statistics*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Garfield, J., & Gal, I. (1999). *Teaching and assessing statistical reasoning*. In L. V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12 (NCTM 1999 Yearbook, pp. 207-219)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Graham, A. (1987). *Statistical Investigations in the Secondary School*. Cambridge: Cambridge University Press.

Gray, R. (1996). *Review of DISCUS*. *Maths & Stats*, 7(4), 22-25.

Hawkins, A., Jolliffe, F., & Glickman, L. (1992). *Teaching statistical concepts*. London: Longman.

Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (1999). *Reflective processes in a mathematics classroom with a rich learning environment*. *Cognition and Instruction*, 17, 65-91.

Hunt, D. N. (1996). *Teaching statistics with Excel 5.0*. *Maths & Stats*, 7(2), 11-14.

Kaput, J. J. (1992). *Technology and mathematics education*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 515-556)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Konold, C. (1994). *Teaching probability through modeling real problems*. *Mathematics Teacher*, 87, 232-235.

Konold, C. (1995a). *Confessions of a coin flipper and would-be instructor*. *The American Statistician*, 49, 203-209.

Konold, C. (1995b). *Datenanalyse mit einfachen, didaktisch gestalteten Softwarewerkzeugen für Schülerinnen und Schüler [Designing data analysis tools for students]*. *Computer und Unterricht*, 17, 42-49.

Lajoie, S. P. (1997). *The use of technology for modeling performance standards in statistics*. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics (pp. 57-70)*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Lock, R. H. (1998). *WWW resources for teaching statistics*. In *Proceedings of the Conference on Technology in Statistics Education [on-line]*. Babson College, USA: Boston Chapter of the American Statistical Association. <<http://it.stlawu.edu/~rlock/tise98/onepage.html>>

Moore, D. S. (1989). *Against all odds: Inside statistics [26 half-hour video programs]*. (J. Blatt, Executive Director). (Available from Annenberg/CPB, P.O. Box 2345, South Burlington VT 05407-2345; telephone 1-800-532-7637; Website: <http://www.learner.org>).

Moore, D. S. (1997). *New pedagogy and new content: The case of statistics*. *International Statistical Review*, 65, 123-165.

Moore, D. S. (1998). *Statistics among the liberal arts*. *Journal of the American Statistical Association*, 93(444), 1253-1259.

Pea, R. D. (1987). *Cognitive technologies for mathematics education*. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education (pp. 89-122)*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Pea, R. D. (1992). *Practices of distributed intelligence and designs for education*. In G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations (pp. 47-87)*. New York: Cambridge University Press.

Pratt, D. (1994). *Active graphing in a computer-rich environment*. In J. P. da Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 57-64)*. Lisbon, Portugal: PME.

Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). *Data handling*. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Reading, MA: Addison-Wesley.

Software

ActiveStats. Velleman, P., *Data Description, Inc.*, P.O. Box 4555, Ithaca, NY 14852, USA. Website: <<http://www.activstats.com/ActivStats/>>

The Authentic Statistics Stack. Lajoie, S., *McGill University, Applied Cognitive Science Research Group*, 3700 McTavish Street, Montreal, Quebec, H3A 2T6, Canada.

ConStatS. Cohen, S., *Tufts University, Medford, MA 02155, USA*. Website: <<http://www.tufts.edu/tccs/services/css/ConStatS.html>>

DataDesk. Velleman, P., *Data Description, Inc.*, P.O. Box 4555, Ithaca, NY 14852, USA. Website: <<http://www.datadesk.com/DataDesk/>>

DISCUS (Discovering Important Statistical Concepts Using Spreadsheets). Hunt, N., & Tyrrell, S., *School of MIS, Coventry University, CV1 5FB, UK*. Website: <http://www.mis.coventry.ac.uk/research/discus/discus_home.html>

Excel. *Microsoft Corporation*. Website: <<http://www.microsoft.com/office/excel/>>

Fathom (Fathom Dynamic Statistics Software). Finzer, B., *Key Curriculum Press, 150 65th Street, Emeryville, CA 94608, USA*. Website: <<http://www.keypress.com/fathom/>>

MEDASS Light. Biehler, R., *Institut für Didaktik der Mathematik (IDM), Universität Bielefeld, Postfach 100131, D-33501 Bielefeld, Germany*. Website: <<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/biehler/meddown.html>>

Prob Sim. Konold, C., *Intellimation, P.O. Box 1922, Santa Barbara, CA, 93116-1922, USA*. Website: <<http://www.umass.edu/srri/serg/probsim.html>>

Sampling SIM. delMas, R., *333 Appleby Hall, University of Minnesota, 128 Pleasant Street SE, Minneapolis, MN, 55455-0434, USA*. Website: <http://www.gen.umn.edu/faculty_staff/delmas/stat_tools/index.htm>

StatView. *SAS Institute Inc., Attn: StatView, One Montgomery, Suite 3400, San Francisco, CA 94104, USA*. Website: <<http://www.statview.com/>>

TableTop. *TERC, Brøderbund Software Direct, P.O. Box 6125, Novato, CA, 94948-6125, USA*. Website: <<http://www.terc.edu/handsonIssues/f94/tabletop.html>>

Tinkerplots. Konold, C., *Scientific Reasoning Research Institute, Hasbrouck Laboratory, University of Massachusetts, Amherst, MA 01003, USA*. Website: <<http://www.umass.edu/srri/serg/tpmain.html>>

Internet Resources

Chance Database. Snell, L., *The Chance Project, Mathematics Department, Dartmouth College, Hanover, NH 03755, USA*. Website: <<http://www.dartmouth.edu/~chance/>>

Chance News. Website: <http://www.dartmouth.edu/~chance/chance_news/news.html>

The Data and Story Library (DASL). Velleman, P., *DASL Project, Cornell University, 358 Ives Hall, Ithaca, New York 14850-3901, USA*. Website: <<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/>>

Exploring Data. Boggs, R., *Glenmore SHS, P.O. Box 5822, R'ton Mail Centre, Rockhampton, Q, Australia 4702*. Website: <<http://exploringdata.cqu.edu.au/>>

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

Guessing Correlations. *The CUWU Statistics Program, Department of Statistics, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA. Website: <<http://www.stat.uiuc.edu/~stat100/java/GCApplet/GCAppletFrame.html>>*

Histogram. *Webster West, Department of Statistics, University of South Carolina, USA. Website: <<http://www.stat.sc.edu/~west/javahtml/Histogram.html>>*

Journal of Statistics Education (JSE). *The American Statistical Association, 1429 Duke Street, Alexandria, VA 22314, USA. Website: <<http://www.amstat.org/publications/jse/>>*

The Maths, Stats & OR Network. *Hosted by the University of Birmingham in partnership with Glasgow and Nottingham Trent Universities and the RSS Centre for Statistical Education. School of Mathematics and Statistics, The University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham, B15 2TT, UK. Website: <<http://www.ltsn.gla.ac.uk/>>*

Regression. *Webster West, Department of Statistics, University of South Carolina, USA. Website: <<http://www.stat.sc.edu/~west/javahtml/Regression.html>>*

LA ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA CON NUEVAS TECNOLOGÍAS. ALGUNAS EXPERIENCIAS UNIVERSITARIAS

López Menéndez, Ana Jesús

*Universidad de Oviedo, Departamento de Economía Aplicada
Profesora Titular de Universidad
Avda del Cristo s/n 33006, Oviedo
anaj@econo.uniovi.es*

Pérez Suárez, Rigoberto

*Universidad de Oviedo, Departamento de Economía Aplicada
Catedrático de Universidad
Avda del Cristo s/n 33006, Oviedo
rigo@econo.uniovi.es*

1. LAS ESTADÍSTICAS Y LA ESTADÍSTICA EN EL SIGLO XXI

Durante las últimas décadas las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) han introducido cambios sustanciales en el ámbito universitario, situándonos en un entorno muy distinto al de hace pocos años. La enseñanza no puede permanecer impasible ante estas transformaciones, por lo que resulta necesario cambiar la metodología docente para adaptarla a las necesidades actuales, aprovechando de forma eficiente las nuevas tecnologías y muy especialmente Internet.

Los últimos años del siglo XX se han caracterizado por un importante crecimiento en la información, gracias en gran medida al impacto de las nuevas tecnologías, que afectan tanto a la producción de estadísticas como a su difusión y posterior tratamiento.

En el contexto actual, las oficinas de estadística de numerosas instituciones nacionales e internacionales disponen de servidores en la red que permiten a los usuarios acceder de forma ágil y rápida a grandes volúmenes de datos permanentemente actualizados. Tales ventajas han sido apreciadas por los demandantes de información, como muestra el hecho de que gran parte de las consultas recibidas por las Oficinas de Estadística se realicen en la actualidad a través de Internet.

Este es el caso del Instituto Nacional de Estadística (INE), que inició su difusión en Internet en 1996 y en la actualidad considera esta vía como canal prioritario, como prueba la reciente puesta en marcha de INEbase¹.

Lógicamente, las oficinas de estadística deben afrontar el reto de atender la demanda creciente de información por parte de usuarios con características muy diversas en cuanto a sus necesidades, preparación y objetivos. De ahí que los esfuerzos de estos organismos deban dirigirse tanto a mejorar la difusión estadística como a la incorporación a la red de amplias bases de datos, documentos metodológicos, aplicaciones informáticas, etc.

Por su parte, la enseñanza universitaria debe garantizar un uso eficiente de la información estadística mediante una formación adecuada de sus usuarios. Parece claro que ya nos encontramos en los tiempos vaticinados por H.G. Wells en los que "*el pensamiento estadístico es tan necesario para ejercer la ciudadanía con eficiencia como la capacidad de leer y escribir*" y en consecuencia cualquier estudiante deberá adquirir ciertos conocimientos de Estadística, imprescindibles para interpretar adecuadamente la información transmitida por los medios de comunicación y afrontar en buenas condiciones su futuro profesional.

Este objetivo de difusión de la Estadística como herramienta útil para cualquier universitario nos motivó a poner en marcha dos tipos de iniciativas recientes: el curso de Extensión Universitaria *Información Estadística en Internet* y la asignatura de libre elección *Análisis de Datos Económicos*.

- El curso *Información Estadística en Internet*² surgió con el objetivo de aproximar a los alumnos a las posibilidades que la red ofrece como fuente de información estadística de diversa índole. Además de abordar el estudio de las estadísticas disponibles en la red, el curso aprovechó también las posibilidades de Internet como soporte docente, mediante la participación de Profesores Invitados en Red, las conexiones mediante videoconferencias entre varias sedes, etc.
- La asignatura *Análisis de Datos Económicos* (ADEnet) es una materia de libre configuración que por tercer curso consecutivo se imparte íntegramente a través de Internet. Debido a su interés, dedicaremos un apartado específico a describir brevemente esta experiencia.

En un nivel más avanzado, la enseñanza de las diversas asignaturas de Estadística debe tratar de aprovechar adecuadamente las posibilidades de las nuevas tecnologías, incorporando las aplicaciones informáticas adecuadas a cada caso y explorando las posibilidades que ofrece Internet como complemento y como soporte de la docencia.

¹ Según se recoge en un número reciente de la publicación *Fuentes Estadísticas* (www.fuentesestadisticas.com), la información de la OJD para el sitio web del INE arroja la cifra de casi dos millones de páginas servidas mensualmente y 200.000 visitas.

² Este curso fue impartido durante el mes de Julio en el marco de los Cursos de Verano 2001 de la Universidad de Oviedo. El programa de contenidos puede ser consultado en: <http://www.uniovi.es/Vicerrectorados/Extension/cursos/verano2001/cursos/pdf/C13.pdf>

2. LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

La actual sociedad de la información sitúa a la enseñanza universitaria en un nuevo contexto que exige cambios en la metodología docente, buscando una adaptación a las nuevas necesidades y los nuevos recursos.

Estos cambios se iniciaron con la puesta en marcha durante la década de los 90 de nuevos planes de estudios en numerosas universidades españolas, que se enfrentaron a la necesidad de adaptar los contenidos de las distintas titulaciones a las nuevas demandas sociales. En nuestro ámbito más cercano, la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Oviedo, los planes de estudio de las licenciaturas en Economía y en Administración y Dirección de Empresas *“suponen un importante cambio organizativo y comportan un notable esfuerzo de renovación de materias, de coordinación y adaptación de los contenidos de las asignaturas y de desarrollo de las enseñanzas prácticas. Con ello se persigue modernizar, flexibilizar y homologar la estructura de los planes de estudio para ofrecer una enseñanza de mayor calidad y en consonancia con las demandas sociales y las necesidades de formación de nuestros estudiantes”*³.

La adaptación de los contenidos y métodos docentes afecta a todo tipo de materias y supone un auténtico reto para los profesores responsables. En el caso de las asignaturas de Estadística los cambios han sido sustanciales, como consecuencia de las nuevas necesidades de los usuarios de la información estadística y las posibilidades que abren las nuevas tecnologías.

En los apartados que siguen presentamos una breve descripción de nuestra experiencia en utilización docente de nuevas tecnologías en la enseñanza de Estadística, prestando atención a tres tipos de iniciativas:

• Realización de prácticas con soporte informático

La enseñanza de corte tradicional –criticada a menudo por su carácter excesivamente teórico– se basaba en la realización de ejercicios a partir de un número reducido de datos, sobre los que el alumno debía aplicar una técnica determinada. Sin embargo, en el contexto actual parece aconsejable enfrentar al alumno a situaciones más realistas, facilitándole volúmenes elevados de información –accesibles a menudo en la red– cuyo tratamiento estadístico exige la utilización de aplicaciones informáticas.

• Utilización de Internet como complemento docente

En la actualidad el uso de Internet se encuentra ampliamente difundido entre los estudiantes, como muestra el elevado número de visitas a las web universitarias. Como consecuencia, son numerosas las asignaturas que incorporan a la red tanto información sobre su actividad docente (programas de contenidos, horarios, tutorías on-line, agenda de actividades) como material complementario (presentaciones, enlaces de interés, prácticas resueltas y propuestas, cuestiones de evaluación...).

• Utilización de Internet como soporte docente (enseñanza virtual)

La docencia a través de Internet introduce flexibilidad espacio-temporal en el proceso docente, permitiendo aprovechar el potencial de la red, incorporar Material Educativo Multimedia (MEM) y fomentar la interacción entre alumnos y profesores. Lógicamente, al tiempo que abre nuevas posibilidades la enseñanza virtual supone también nuevos desafíos exigiendo un proceso de adaptación por parte de profesores y alumnos para alcanzar un uso eficiente de la red.

Indudablemente, las iniciativas descritas exigen un considerable esfuerzo, por lo que su implementación suele ser un proceso gradual y colaborativo⁴, en el que se aprovechen las experiencias previas y la información aportada por los alumnos a los que van destinadas. En este sentido conviene tener presente el potencial de las TIC como herramientas de comunicación y debate, al permitir la realización de consultas por correo electrónico, la puesta en marcha de seminarios docentes mediante chat o foros de discusión, la participación de profesores invitados en videoconferencia, ...

³ Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Oviedo (1991): *Información sobre los nuevos planes de estudios de Licenciado en Administración y Dirección de Empresas y Licenciado en Economía*, página 2.

⁴ Las experiencias descritas en este trabajo resumen el esfuerzo conjunto de los profesores de la unidad de Estadística y Econometría del Departamento de Economía Aplicada de la Universidad de Oviedo, cuya relación puede ser consultada en <http://www19.uniovi.es/ecoapli>

3. EL PROGRAMA ADE+

Existe un amplio abanico de aplicaciones informáticas que pueden ser utilizadas en la docencia de las asignaturas de Estadística. Sin embargo, la utilización de software profesional no siempre resulta adecuada para la docencia, en especial para los alumnos de cursos iniciales, que pueden llegar a convertirse en agentes pasivos cuyo papel se limita a recibir información previamente procesada.

Una de las soluciones habitualmente adoptadas para fomentar la participación del alumno en las prácticas es la utilización de hojas de cálculo, que presentan indudables ventajas pero también importantes limitaciones tal y como resumimos en la tabla siguiente:

TABLA 1: Balance de la utilización de Hojas de cálculo con fines docentes

Ventajas	Inconvenientes
Herramienta accesible y de uso generalizado. Permite al alumno construir gradualmente los resultados. Posibilita la obtención automática de nuevos resultados cuando se incorporan correcciones sobre los datos iniciales	Terminología de algunas funciones estadísticas ambigua o incluso errónea ⁵ . Incoherencias entre funciones estadísticas análogas ⁶ . Carencia de opciones específicas de estadística económica.

Con el objetivo de suplir estas carencias surgió el programa de Análisis de Datos Estadísticos ADE+⁷, desarrollado con un enfoque claramente docente y poniendo énfasis en la interpretación de resultados. Desde su aparición en 1997, el programa ADE+ se utiliza como soporte para la realización de prácticas en varias asignaturas de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales y la Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de Oviedo, incorporándose también en las correspondientes evaluaciones de estas materias.

En una segunda etapa, la utilización del programa en la docencia virtual añade nuevas ventajas a las ya existentes, al permitir un contacto permanente con los alumnos así como la revisión y actualización de opciones, contenidos y supuestos.

La aplicación ADE+ se encuentra estructurada en tres áreas de trabajo que proporcionan al alumno un amplio abanico de alternativas para utilizar las opciones del programa, almacenar sus resultados y comentar o interpretar las salidas obtenidas:

- La **hoja de texto** contiene las opciones habituales de un procesador y permite almacenar tanto los enunciados de los problemas como sus soluciones o comentarios de interés.
- La **hoja de datos**, con la estructura habitual de las hojas de cálculo, permite almacenar la información disponible aplicando posteriormente sobre ella las herramientas estadísticas incorporadas al programa.
- El **contenedor de objetos** permite almacenar diversos tipos de salidas como series, tablas o gráficos.

La resolución de prácticas con el programa permite a los estudiantes almacenar en un archivo único tanto los resultados finales como los pasos intermedios para su obtención, junto a ilustraciones gráficas, comentarios, dudas ... Una ilustración aparece recogida en el gráfico.

⁵ Así, en EXCEL el término genérico PROMEDIO se utiliza como sinónimo de MEDIA ARITMÉTICA. De modo análogo, se calculan CUARTILES de orden 0 y 4, términos con los que esta hoja de cálculo identifica respectivamente los valores mínimo y máximo.

⁶ Este es el caso de las funciones asociadas a las distribuciones probabilísticas Normal, t de Student y F de Snedecor, a las que EXCEL da un tratamiento confuso.

⁷ Esta aplicación informática ha sido desarrollada por Rigoberto Pérez y Ana Jesús López e inscrita en el Registro Provincial de la Propiedad Intelectual de Asturias con el número 1996/33/27694. Una versión demo del programa fue publicada con el texto PÉREZ, R.; LÓPEZ, A.J. (1997) y en la actualidad la aplicación se encuentra disponible en Internet: <http://www.aulanet.uniovi.es/ade+>

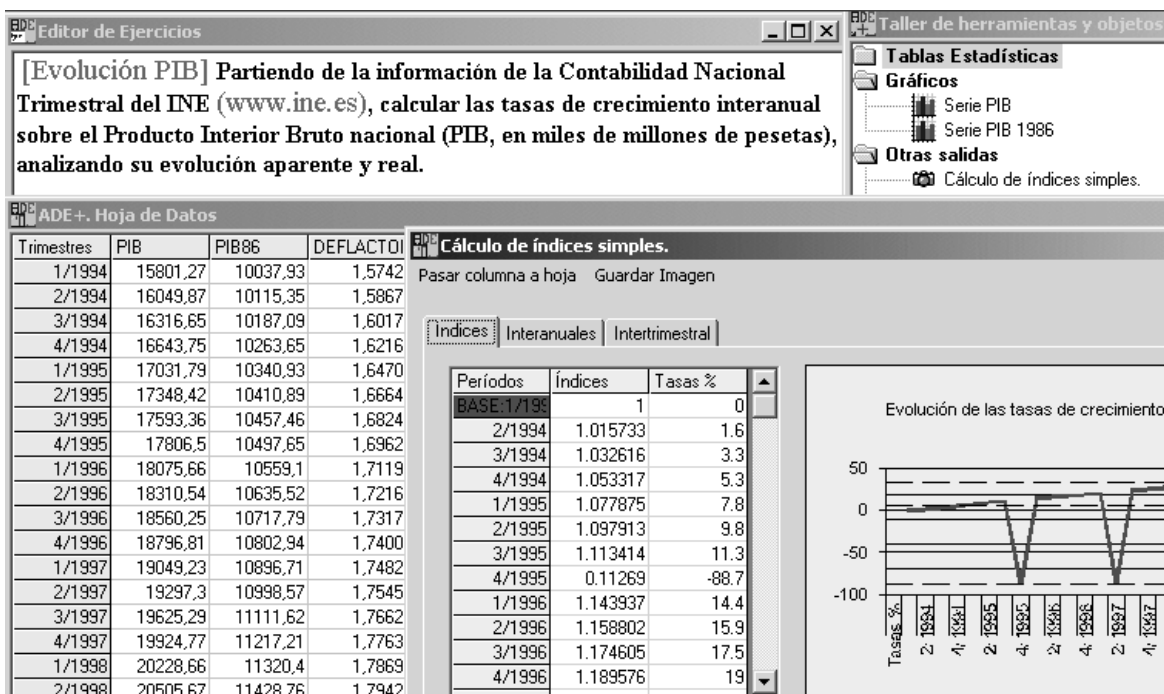


GRÁFICO 1: El programa ADE+

Las funciones incorporadas al programa -que son objeto de permanente actualización y ampliación- abarcan opciones de análisis de datos, estadística descriptiva, análisis conjunto, números índices y series temporales, probabilidad, muestreo e inferencia estadística a las que se añaden numerosas ayudas. Este es el caso de la opción **Gandolfo**, que permite acceder a explicaciones sencillas sobre las funciones de ADE+ y del manual on line disponible junto con algunos archivos de ejemplo en Internet: <http://www.aulanet.uniovi.es/ade+>.

Nuestra experiencia de utilización del programa ADE+ ha resultado muy positiva tanto en el ámbito de la enseñanza presencial (desde la aparición de su primera versión *demo* en el curso 1996-1997) como en la enseñanza virtual (desde la implantación de la materia Análisis de Datos Económicos, ADEnet, en el curso 1999/2000)⁸.

Durante las sesiones prácticas presenciales los alumnos trabajan sobre un supuesto que deben resolver, partiendo de un volumen de información que no podría ser abordado en las prácticas de pizarra. El trabajo se desarrolla generalmente en equipos de 2 o 3 personas bajo la supervisión de un profesor encargado de marcar las pautas y solucionar posibles dudas. No obstante, con el objetivo de aprovechar las posibilidades docentes del programa se evita un excesivo protagonismo del profesor, dejando que los alumnos marquen su ritmo de aprendizaje.

Teniendo en cuenta que estas sesiones con soporte informático forman parte de los créditos prácticos de las asignaturas, hemos intentado que tengan un adecuado reflejo en las evaluaciones de las mismas. Con este objetivo, en algunas de las sesiones se pide a los alumnos que entreguen algún material resuelto durante las prácticas y además de ello los exámenes finales de las asignaturas incorporan una cuestión basada en salidas del programa ADE+ que los alumnos deben completar o interpretar.

La incorporación del programa a la red amplió considerablemente sus posibles usos, permitiendo la incorporación gradual de nuevas opciones y poniendo a disposición de los alumnos ejercicios tanto resueltos como propuestos para la realización de prácticas de diversas asignaturas.

⁸ Un análisis detallado de estos aspectos aparece recogido en PÉREZ, R.; LÓPEZ, A.J. (2001): "El programa ADE+ en la enseñanza presencial y virtual", II Jornada ASEPELT "Nuevas Tecnologías para la enseñanza de Economía Aplicada, Bilbao, 16 de Marzo de 2001.

www.aulanet.uniovi.es/ade+

Novedades Descargar

Ade+. Análisis de datos estadísticos

El programa ADE+ surge como resultado de nuestra experiencia docente durante un buen número de años, y más concretamente desde que la implantación de los nuevos planes de estudio nos llevó a diseñar prácticas con soporte informático para nuestros alumnos de Estadística de la Facultad de CC. Económicas y Empresariales y de la Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de la Universidad de Oviedo.

Sobre ADE+. Análisis de Datos Estadísticos
Versión Actual: 2.0.152

Autores: Figueredo Pérez y Ana-I. López
Dpto. de Economía Aplicada - Universidad de Oviedo
Decreto legal: Decreto Provincial de la Propiedad Intelectual de Asturias 1996/33/27534

Aceptar
Info del programa...

GRÁFICO 2: ADE+ en Internet

Cabe por último señalar que nuestra experiencia docente con la utilización de ADE+ se extiende a asignaturas troncales de primero y segundo curso así como a materias específicas o de libre elección. En las asignaturas más avanzadas hemos optado por la utilización de software de carácter más profesional (SPSS, Econometric Views, MatLab, ...) prestando siempre atención al enfoque pedagógico y la capacidad de adaptación a las necesidades de los usuarios.

4. UNA EXPERIENCIA DOCENTE ON LINE: ADEnet

La asignatura Análisis de Datos Económicos (ADEnet) ha sido diseñada pensando en las necesidades de los usuarios de las estadísticas y aprovechando las posibilidades que Internet nos ofrece en el ámbito de la enseñanza universitaria. Se trata de una asignatura de libre elección de 9 créditos, impartida íntegramente a través de Internet y ha sido la primera materia incorporada al Aula Virtual de la Universidad de Oviedo, AulaNet, ofertándose también a los alumnos de las restantes integrantes del grupo G7 de Universidades⁹.

Teniendo en cuenta su carácter de materia de libre elección (con la correspondiente diversidad en los perfiles académicos de los alumnos), los contenidos de esta asignatura no se adaptan a los programas tradicionales de Estadística, sino que tratan de formar a los potenciales usuarios de la información económica actual. Así, el programa de la asignatura consta de tres módulos donde se analizan el origen de la información, las herramientas para su tratamiento y las principales fuentes e indicadores estadísticos.

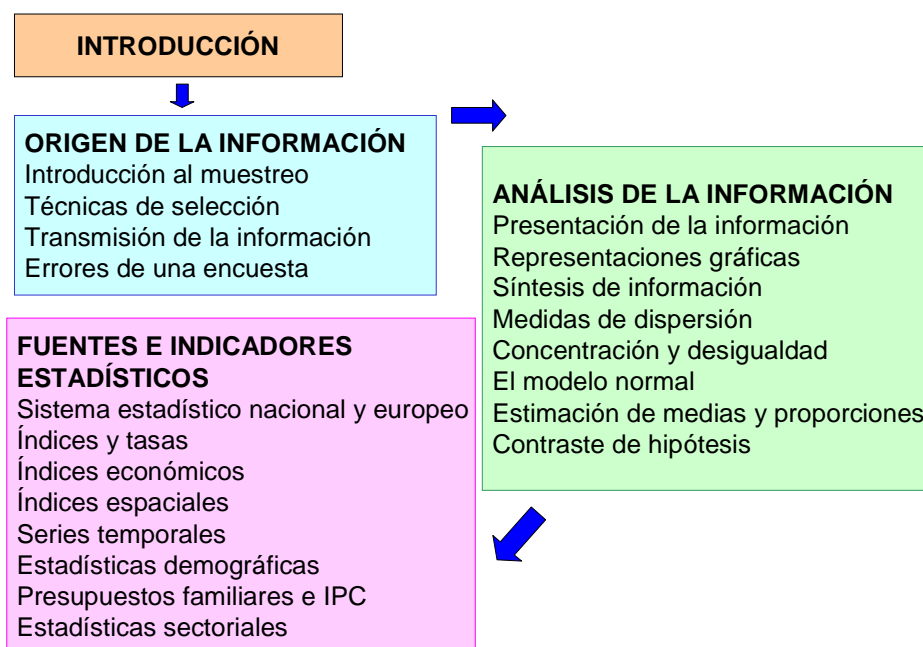


GRÁFICO 3: Programa de Análisis de Datos Económicos (ADEnet)

La enseñanza de Análisis de Datos Económicos se desarrolla íntegramente en AulaNet, Aula virtual de la Universidad de Oviedo (<http://www.aulanet.uniovi.es>) tratando de hacer un uso eficiente de los recursos disponibles en este entorno. Así, la docencia se articula en torno a la lección virtual, concebida como una breve sesión multimedia, que describe los contenidos de cada tema en un formato que combina vídeo-audio y presentaciones animadas.

Tras esta primera aproximación, los alumnos tienen a su disposición manuales digitales tanto teóricos como prácticos enriquecidos con numerosas herramientas interactivas, figuras, animaciones, enlaces web, glosarios de términos, ... diseñados con el objetivo de fomentar su participación en el proceso de aprendizaje.

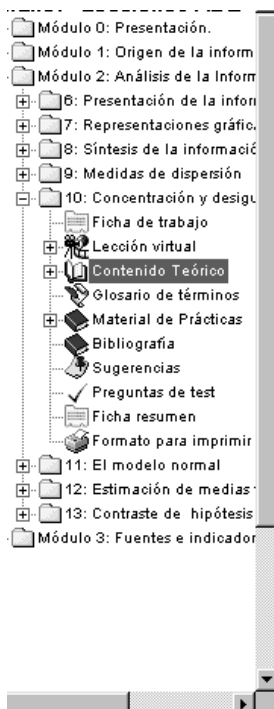
⁹ Este grupo está integrado por las Universidades de Cantabria, País Vasco, La Rioja, Pública de Navarra, Zaragoza, Islas Baleares y Oviedo. Entre sus iniciativas se encuentra el desarrollo de un campus virtual compartido, cuya oferta puede ser consultada en <http://www.uib.es/g7universidades/pages/proyec.htm>.

Existe asimismo la posibilidad de realizar autoevaluaciones, opción que cumple un doble objetivo: en primera instancia, el alumno se somete a un test de cada tema, respondiendo a preguntas generadas aleatoriamente y obteniendo una corrección automática desde el propio web y en una fase posterior, el mismo sistema es aplicado a la evaluación de cada módulo, pasando los resultados a formar parte del expediente personal de cada alumno.

Sin entrar aquí en una descripción pormenorizada de las herramientas docentes online¹⁰, describimos los aspectos diferenciales más destacables de la materia Análisis de Datos Económicos:

- Las **Visitas a web** constituyen una práctica frecuente de esta asignatura, tanto para localizar fuentes de información como para mostrar la importancia que los datos económicos tienen en el mundo real. De este modo, el alumno se familiariza con los servidores más habitualmente visitados como los del INE (<http://www.ine.es>), Naciones Unidas (<http://www.un.org>), Eurostat (<http://europa.eu.int/comm/eurostat>), OCDE (<http://www.ocde.org>), CIS (<http://www.cis.es>), ... cuyas referencias aparecen también recopiladas en cada tema y en la zona del web dedicada a Medioteca.
- Las **cuestiones interactivas**, que plantean preguntas breves corregidas desde el propio sistema, permiten al alumno comprobar su nivel de seguimiento de los conceptos y técnicas estudiados.
- Hemos considerado interesante insertar también algunas **Notas históricas**, que mediante presentaciones animadas ilustran la aparición de determinadas técnicas, relatan anécdotas o familiarizan al alumno con algunas personalidades y organismos de especial relevancia.

Con el objetivo de fomentar una visión racional y crítica de las estadísticas, los contenidos docentes incorporan ciertas **Dudas razonables** de distinto nivel de dificultad, así como una sección dedicada a **Usos y Abusos Estadísticos**, a la que los alumnos pueden contribuir con sus sugerencias.



El ratio $p_i = \frac{N_i}{n}$ indica la **proporción de rentistas**, esto es, el peso que representan los N_i

individuos menos favorecidos sobre el total estudiado, mientras $q_i = \frac{\sum_{j=1}^i x_j}{n}$ representa la

proporción de rentas acumuladas por dichos individuos.

¿Qué relación existe entre proporciones de rentistas p_i y de rentas q_i ?

$q_i \leq p_i$	$p_i \leq q_i$
Falso	
Debemos tener en cuenta que las rentas se encuentran ordenadas de menor a mayor. Por tanto, los p_i individuos menos favorecidos percibirán en general proporciones de rentas inferiores a p_i (Se cumple entonces $q_i \leq p_i$)	

Las proporciones p_i y q_i son utilizadas con frecuencia en los análisis asintóticos. Así, el Informe sobre Desarrollo Humano elaborado anualmente por Naciones Unidas www.undp.org/hdro analiza los desequilibrios existentes entre ambas proporciones para magnitudes como el PIB, las exportaciones o el acceso a Internet.

Proporciones

¹⁰ Una descripción detallada de las herramientas y metodología de AulaNet aparece en PÉREZ, R.; LÓPEZ, A.J. (2000) y LÓPEZ, A.J.; PÉREZ, R. (2001)

GRÁFICO 4: Análisis de Datos Económicos en AulaNet

Un apartado especial merecen las *Prácticas*, que constituyen sin duda una pieza fundamental de la asignatura y permiten aprovechar las posibilidades de la red en cuanto a acceso a bases de datos, resolución de supuestos y utilización de fuentes e indicadores estadísticos. En este sentido, la incorporación del programa ADE+ a la enseñanza virtual tras varios años de utilización satisfactoria en la docencia presencial ha permitido apreciar ventajas adicionales, asociadas a la mayor flexibilidad en cuanto a acceso y utilización de materiales por parte de los alumnos.

Más concretamente, la asignatura ADEnet contiene una zona de trabajo dedicada a prácticas donde se incorporan los trabajos propuestos a los alumnos para su realización y posterior envío a tutor. Entre estas actividades se encuentran archivos de problemas que deben ser resueltos con ADE+ y remitidos al tutor, quien lleva a cabo una corrección de los mismos incorporando la calificación asignada al expediente personal del alumno.

Cabe por último destacar que ADE+ es un elemento clave en la evaluación de la asignatura Análisis de Datos Económicos, cuyo examen final se lleva a cabo a través de Internet, y contiene algunos problemas que deben ser resueltos con el programa a partir de archivos de trabajo que se autoenvían a la finalización de la prueba.

La experiencia acumulada desde la implantación de la asignatura Análisis de Datos Económicos nos ha permitido constatar el interés existente por esta materia, como muestra la evolución creciente del número de inscripciones, tanto en lo que se refiere a alumnos de la Universidad de Oviedo como en los procedentes de las restantes instituciones del grupo G7.

Por lo que se refiere al perfil académico de los alumnos, éstos proceden de titulaciones muy diversas, como corresponde al carácter de libre configuración de la materia. Sin embargo, tal y como cabía esperar, destacan los estudiantes de titulaciones económico-empresariales y también los matriculados en ingenierías.

La participación y seguimiento de los alumnos se ha revelado de gran importancia en el desarrollo de la asignatura, por lo que resulta clave prestar atención a las herramientas de comunicación y debate, que abarcan -además del correo electrónico- el tablón o foro de discusión, las sesiones chat (de periodicidad semanal) y las videoconferencias (realizadas previa solicitud de turno). Ello ha exigido un considerable esfuerzo por parte de los profesores-tutores, que han visto aumentar considerablemente las consultas efectuadas por los alumnos con respecto a los niveles habitualmente registrados en la enseñanza presencial.

Por su parte, los estudiantes tienen acceso en la red a informes personalizados que les facilitan indicadores relativos a su avance y participación, las calificaciones de los trabajos remitidos al tutor, los resultados de las autoevaluaciones realizadas,

Por lo que se refiere a la evaluación de la asignatura, se ha optado por un procedimiento que combina la evaluación permanente con la realización de un examen final *on line*. Más concretamente, la calificación de la asignatura ADEnet se obtiene como una media ponderada en la que se tienen en cuenta los siguientes criterios:

- Las calificaciones de los trabajos remitidos al tutor a lo largo del curso (30%)
- Las calificaciones obtenidas en las autoevaluaciones de los módulos (30%)
- La nota obtenida en el examen final realizado a través de la red (30%)
- Los indicadores de participación y seguimiento del alumno a lo largo del curso (10%)

Sin duda la realización de un examen final online constituye uno de los aspectos más novedosos de esta experiencia, que exige la colaboración de alumnos, profesores y equipo técnico. Para la realización de esta prueba los alumnos deben solicitar previamente desde el aula virtual un turno de examen a lo largo de un período de tiempo previamente establecido, mostrando sus preferencias en cuanto a día, hora y campus.

Una vez asignados los turnos, el alumno accede a una de las aulas habilitadas para examen en los distintos campus, se identifica y obtiene desde AulaNet un examen seleccionado aleatoriamente entre una batería previamente establecida.

Los exámenes de ADEnet tienen un enfoque claramente aplicado y han sido diseñados de forma coherente con la metodología docente seguida en la asignatura, intentando reflejar el dominio por parte de los alumnos de las herramientas estadísticas estudiadas. Las preguntas incluyen cuestiones tipo test, preguntas que exigen

justificación de respuestas y problemas que deben ser resueltos con el programa ADE+.

Lógicamente, para el éxito de este proceso de evaluación resultan claves las cuestiones de seguridad (aislamiento e incomunicación del alumno), asistencia (acceso a un chat con el tutor para posibles consultas) y vigilancia (mediante web cam). Una vez finalizada la etapa de calificación, cada alumno puede acceder desde el aula virtual a su propio examen corregido y solicitar su revisión.

REFLEXIONES FINALES

Tal y como hemos señalado en los apartados anteriores, la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación suponen un auténtico desafío en el ámbito de la docencia universitaria y exigen un proceso de adaptación por parte de profesores y alumnos.

Nuestra experiencia en el ámbito de las materias de Estadística nos ha permitido apreciar las ventajas de la implementación de prácticas con soporte informático, siendo aconsejable en los cursos iniciales la utilización de software diseñado específicamente con fines docentes. En concreto, el programa ADE+, desarrollado con este objetivo, se ha revelado como una herramienta de gran utilidad que permite al alumno participar activamente en la resolución de los problemas, especialmente cuando puede acceder en la red a material docente complementario.

Por su parte, la puesta en marcha de la materia Análisis de Datos Económicos impartida a través de Internet ha puesto de manifiesto el gran interés de los estudiantes por la información estadística y también el enorme potencial que en este sentido tiene la enseñanza virtual.

Si bien se trata de una experiencia reciente, el balance de dos años de docencia en la red puede ser considerado satisfactorio a la vista de las encuestas realizadas por los estudiantes, solicitando la valoración de distintos aspectos de la enseñanza virtual y los contenidos de la asignatura.

En términos generales, los resultados más favorables de estas encuestas aparecen asociados a las herramientas participativas (cuestiones interactivas, opciones de autoevaluación, programa ADE+, presentaciones animadas,...) mientras la baja velocidad de acceso a la red y las dificultades de transmisión de algunos materiales multimedia se revelan como los aspectos más negativos.

En definitiva, los alumnos actuales se enfrentan a nuevas necesidades en la utilización de las estadísticas, disponen de nuevas herramientas y demandan una nueva enseñanza universitaria, capaz de incorporar innovaciones docentes sin renunciar a los requisitos de calidad.

REFERENCIAS

BARONE, C.A.; LUKER, M.A. (1999): "The Role of Advanced Networks in the Education of the Future", *Educom Review*, November/December.

BAUER, C.; BERKHOUT, J.; CHANG, V.; CHIN K.L.; GLASSON B.; TAUBER J. (1999): "Exploring online education: A research framework", in K. Martin, N. Stanley and N. Davison (Eds), *Teaching in the Disciplines/ Learning in Context*, 28-34. *Proceedings of the 8th Annual Teaching Learning Forum*, The University of Western Australia, Perth: UWA. <http://cleo.murdoch.edu.au/asu/pubs/tlf/tlf99/ac/bauer.html>

BEYAERT, A.; GONZÁLEZ, M.I. (1999): "Clases de Econometría Aplicada y Nuevas tecnologías: Aprendizaje cooperativo en el Aula de Informática e Internet", *Actas de la I Jornada ASEPELT "Nuevas tecnologías para la enseñanza de Economía Aplicada*, Alcalá de Henares, 26 de Noviembre de 1999.

BOTTINO, R.M. (2001): "Advanced Learning Environments", en *Computers and Education: Towards an Interconnected Society*, M. Ortega and J. Bravo Ed., Kluwer Academic Publishers.

FUENTES ESTADÍSTICAS (2001a): *Las tecnologías de la Información y Comunicación*, n 51, Febrero 2001, <http://www.fuentesestadisticas.com/Numero51/paginas/indice.htm>

FUENTES ESTADÍSTICAS (2001b): *Bases de datos estadísticas*, n 52, Marzo 2001, <http://www.fuentesestadisticas.com/Numero52/paginas/indice.htm>

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA: <http://www.ine.es>

LÓPEZ, A. J.; PÉREZ, R. (2001a): "Análisis de datos económicos. Una experiencia docente online". *Actas de la Conferencia Internacional sobre Educación, Formación y Nuevas Tecnologías, Virtual Educa*, Madrid, 27-29 de Junio de 2001.

LÓPEZ, A.J.; PÉREZ, R. (2001b): "An experience on virtual teaching: AulaNet", en *Computers and Education: Towards an Interconnected Society*, M. Ortega and J. Bravo Ed., Kluwer Academic Publishers.

LÓPEZ, A.J.; PÉREZ, R. (2001c): "Las nuevas tecnologías en la enseñanza de estadística y econometría", *Actas del Congreso Internacional de Tecnología, Educación y Desarrollo Sostenible EDUTEC'01*, Murcia, 17-19 Septiembre de 2001.

LÓPEZ, A.J.; PÉREZ, R.; CASO, C.; RÍO, M.J.; RAMOS, C. (1999): "Una experiencia docente en la red. Análisis de datos económicos", *I Jornada ASEPELT "Nuevas Tecnologías para la enseñanza de Economía Aplicada*, Alcalá de Henares, 26 de Noviembre de 1999.

LÓPEZ, A.J.; RAMOS C. (2000): "El camino hacia la Unión Estadística Europea", *Revista de Estudios Europeos*, n 25, 113-125.

MARTÍNEZ DE LEJARZA, J.; MARTÍNEZ DE LEJARZA, I. (2001): "Hipertexto y docencia informatizada, dificultades para su desarrollo: HIPESTAT una experiencia docente" *Actas de la II Jornada ASEPELT "Nuevas Tecnologías para la enseñanza de Economía Aplicada"*, Bilbao, 16 de Marzo de 2001.

MOORE, D.S. (1997): "New pedagogy and new content: the Case of Statistics", *International Statistical Review*, 65, 123-165.

MULEKAR, M. (2000): "Internet resources for AP Statistics Teachers", *Journal of Statistics Education*, v.8, n.2. <http://www.amstat.org/publications/jse/secure/v8n2/mulekar.cfm>

PÉREZ, R.; LÓPEZ, A.J. (1997): *Análisis de datos económicos II. Métodos inferenciales*, Ed. Pirámide, Madrid.

PÉREZ, R.; LÓPEZ, A.J. (2000): "Los retos de la enseñanza virtual. La experiencia de AulaNet", *Actas de la XIV Reunión ASEPELT-España*, Oviedo, 22-23 de Junio de 2000.

PÉREZ, R.; LÓPEZ, A.J. (2001): "El programa ADE+ en la enseñanza presencial y virtual", *Actas de la II Jornada ASEPELT "Nuevas Tecnologías para la enseñanza de Economía Aplicada"*, Bilbao, 16 de Marzo de 2001.

PÉREZ, R. y otros (1993, 1997): *Análisis de datos económicos I. Métodos descriptivos*. Ed. Pirámide, Madrid.

RELANDER, T; KUNNAS, R. (1999): "The Impact of the Internet on the Production and Dissemination of Statistics", *Meeting on the Management of Statistical Information Technology*, Statistical Commission and Economic Commission for Europe.

TIFFIN, J.; RAJASINGHAM, L. (1995): *In Search of the Virtual Class: Education in an Information Society*, London and New York

INICIATIVAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA EN LA UNIVERSIDAD

Muñoz Gracia, M. Pilar

Cobo Valeri, Erik

González Alastrué, José Antonio

Sánchez Espigares, Josep Anton

Castro Pérez, Jordi

Martí Recober, Manuel

Universitat Politècnica de Catalunya

Departamento de Estadística e Investigación Operativa,

Pau Gargallo, 5. 08029 Barcelona, España

{pilar.munyo, erik.cobo, jose.a.gonzalez, josep.a.sanchez}@upc.es

jcastro@eio.upc.es,manuel.marti-recober@upc.es

1. Introducció

En esta comunicació exponemos las innovaciones que se han ido desarrollando en la asignatura Estadística 2 (ES2) de la Facultat d'Informàtica de Barcelona (FIB) de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Esta asignatura, cuatrimestral, obligatoria y presencial, es común para los tres planes de estudio (Ingeniería Informàtica, Ingeniería Técnica de Gestión e Ingeniería Técnica de Sistemas), y está ubicada en el primer ciclo. Tiene 4.5 créditos asignados, es decir 2 horas de teoría y problemas más una hora de laboratorio durante 14 semanas. El número cuatrimestral de estudiantes matriculados en esta asignatura ha superado siempre los 230, divididos en 3 grupos de teoría y 15 de laboratorio, en donde disponen de un PC por estudiante, aunque el trabajo práctico lo presentan en grupos de dos alumnos.

En setiembre de 1999, el departamento de Estadística e Investigación Operativa (DEIO) firmó con la UPC el acuerdo para impulsar la planificación estratégica del mismo, haciendo especial énfasis en las actividades de mejora de la actividad docente. Con motivo de este evento se analizó esta asignatura utilizando dicha metodología. Se apreció que el entorno informático ofrecía una serie de oportunidades para el aprendizaje de esta materia, entre las que destaca la predisposición para el uso de las tecnologías de la información, la posibilidad de disponer de datos reales a bajo coste, o la progresiva implantación de los requisitos de control de calidad en la comunidad profesional. Por el contrario, se detectaron algunos puntos débiles, entre los que resaltamos la poca motivación del alumno, la pequeña implicación de la estadística en el entorno informático, y el bajo rendimiento académico. Así, los indicadores de que disponíamos concretaban que:

- La proporción de estudiantes no presentados a ningún acto de evaluación era alrededor del 18%, como se puede ver en la figura 4, inspeccionando la evolución temporal desde el inicio hasta Primavera 99 de la variable %NP.
- La proporción de estudiantes repetidores (variable %Repet de la figura 4) superaba el 30% en el mismo intervalo temporal del indicador anterior.
- Las notas obtenidas por los estudiantes repetidores se mantenían por debajo de las obtenidas por los estudiantes nuevos.

Las innovaciones realizadas han perseguido dos objetivos. A largo plazo, que el alumno utilice, y exija que se utilicen, las herramientas de inferencia estadística en su trabajo profesional. A corto plazo, mejorar el rendimiento de la mencionada asignatura. Como se verá más adelante, estas innovaciones no están sujetas a la asignatura en concreto sino que pueden ser generalizadas a cualquier asignatura universitaria siempre que se disponga de los recursos necesarios.

A continuación se exponen las actividades, presenciales y no presenciales, desarrolladas hasta este momento. En el punto 3 se muestra la evolución del rendimiento académico de los estudiantes y en el punto 4 se extraen las conclusiones.

2. Actividades desarrolladas

Para conseguir los objetivos reseñados ha sido necesario diseñar actividades que aborden no sólo el área cognitiva, sino también las áreas motora y afectiva para trabajar las habilidades y actitudes del estudiante. Por ejemplo, hemos pretendido conseguir que el alumno utilice, durante el curso, la estadística tal y como prevemos que un informático debe utilizarla en su futuro profesional. Y hemos intentado diseñar actividades de grupo que, en un entorno más relajado, permitan acceder al área afectiva para trabajar su percepción y actitud hacia la estadística. Por supuesto, sin descuidar las habilidades clásicas, más cognitivas, como podría ser la resolución de problemas. Para todo ello, hemos aprovechado la positiva predisposición de estos estudiantes hacia los instrumentos que nos proporcionan las tecnologías de la información.

Para esta exposición, hemos clasificado estas innovaciones en nuestra docencia en *presenciales* cuando implican una modificación de las actividades docentes que requieren la presencia del estudiante, mientras que todas aquellas actividades que puede realizar el alumno de manera autónoma las hemos considerado como *no presenciales*. Veámoslas por separado.

2.1. Actividades presenciales

Las modificaciones más relevantes, ordenadas por orden cronológico de incorporación a la docencia, son:

Trabajo práctico de laboratorio

La asignatura ES2 fue remodelada en 1997 para incluir un trabajo práctico de laboratorio que emulara el uso futuro de la estadística que se desea que esté en condiciones de realizar un ingeniero informático. Así, la nueva orientación involucra al estudiante en la realización de un proyecto de ámbito informático, pero cuyo fin último es el análisis estadístico de los datos obtenido mediante un diseño experimental, incidiendo de esta forma en el área del constructivismo. Las prácticas se realizan siempre en grupos de 2 estudiantes, ya que creemos que la necesaria comunicación entre ellos no sólo incrementa el aprendizaje sino que los predispone para un cambio de actitud hacia la inferencia estadística.

Incremento de los actos presenciales de evaluación

Tanto para potenciar el trabajo continuado y progresivo de los estudiantes, como para incrementar el porcentaje de alumnos que se presentaban a la prueba final, se incluyó, en la semana 7 de la programación, una prueba corta tipo test, con corrección automática.

Seguimiento personalizado

A cada estudiante se le asignó un profesor de tutoría que hacía un seguimiento individual del estudiante, al menos un par de veces, durante el cuatrimestre. Con la ayuda del becario del departamento, se les corregía 6 entregas de problemas que eran, al inicio de la experiencia, obligatorias para los repetidores y voluntarias para el resto de los estudiantes. Semanalmente se publicaban estos resultados en la página Web de la asignatura. Al curso siguiente se extendió a toda la población estudiantil de la asignatura, sin distinguir entre repetidores y no repetidores.

Aprendizaje cooperativo

En el cuatrimestre Q2 del curso 2000-01 se ha introducido la metodología del aprendizaje cooperativo en la asignatura de ES2 (Muñoz et al. 2001). Los estudiantes de esta asignatura tienen seis entregas voluntarias de ejercicios a lo largo del cuatrimestre. Tanto los enunciados de estos ejercicios como la fecha de entrega aparecen publicados con anterioridad en la página Web de la asignatura. La dimensión de la asignatura (tres grupos de unos 80 alumnos cada uno) ha permitido tomar uno de ellos como el grupo experimental, mientras los otros dos juegan el papel de grupo control. En este grupo, los estudiantes realizan los ejercicios individualmente y los entregan antes de iniciarse la sesión de teoría. El grupo experimental los realiza en el aula en equipos de dos o más estudiantes.

2.2 Material docente no presencial

Exponemos en primer lugar el material desarrollado por nosotros para esta asignatura y a continuación todo el material de que disponen nuestros alumnos para el seguimiento de la misma. Parte de este material ha sido elaborado gracias a la ayuda para material docente otorgada por la UPC en el curso 1998-99.

Productos interactivos

Hemos clasificado el software (en sentido amplio) interactivo generado por nosotros para esta asignatura en:

- *AUTOPROBLEM*. Programa de autoaprendizaje interactivo que proporciona ejercicios a partir de la generación de observaciones aleatorias y que permite al estudiante autoevaluarse
- *RLS*. Acrónimo de *Regresión Lineal Simple*, es un producto interactivo que consigue que el estudiante sea capaz de crear y evaluar sus propios modelos de regresión lineal simple.
- *PLANEX*. Hace referencia a la *PLAN*ificación de *EX*perimentos que es lo que se pretende que los estudiantes aprendan con su uso.

Material docente "clásico".

- *TRANSPARENCIAS*. Colección de todas las transparencias usadas en clase.
- *APUNTES*. Desarrollo, con ejemplos y notas, del contenido de las clases.
- *COLECCIÓN DE PROBLEMAS*. Contiene, entre otros los enunciados y el 70% de las soluciones de las últimas veinte evaluaciones.

Material para el seguimiento de la asignatura

El material docente no presencial de soporte a esta asignatura está orientado al colectivo de estudiantes con posibilidad de acceso remoto, ya que en la FIB todos los estudiantes disponen de correo electrónico y tienen posibilidad de acceso a Internet. La FIB dispone ya de herramientas no presenciales muy interesantes de ayuda a la docencia, que se pueden consultar en la dirección <http://www.fib.upc.es> n nuestro caso, el material no presencial que complementa la docencia presencial, contiene:

1. Información de la asignatura
2. La planificación del programa de la asignatura
3. Los profesores que imparten la docencia de la asignatura
4. El material referente a la docencia "clásica" de teoría y problemas (tablas estadísticas y colecciones de transparencias, apuntes, problemas y exámenes corregidos,...).
5. Información sobre la docencia "nueva" de laboratorio (enunciado de la práctica, novedades, documentación complementaria, librerías, plazos de entrega, bibliografía, links,...)
6. Programas de autoaprendizaje.
7. Pruebas de autoevaluación.
8. Registro de ejercicios entregados y evaluaciones realizadas.
9. Consultas individualizadas con el profesor, vía correo electrónico.
10. Foros virtuales de discusión creados específicamente para a la asignatura.

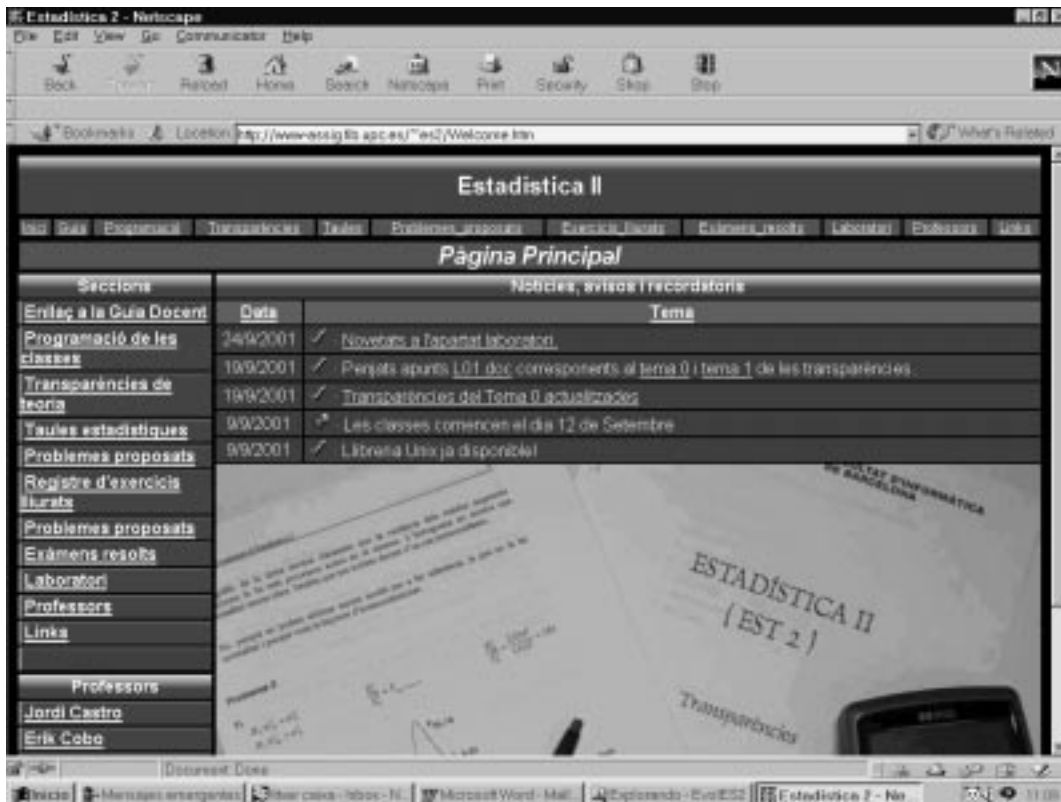


Figura 1. Pàgina web principal de la assignatura ES2

En el servidor del departamento de Estadística e Investigación Operativa (DEIO) puede verse la página dedicada a la asignatura ES2 (<http://www-eio.upc.es/~es2>), diseñada de acuerdo con los puntos especificados en el cuadro anterior (figura 1). Esta página, en constante evolución, tiene por finalidad:

- Dar indicaciones para el seguimiento de la asignatura
- Proporcionar el material docente anterior, que también está disponible en formato impreso.

3. Evolución de los resultados académicos

A medida que hemos ido implementando estas actividades, hemos intentado evaluar su influencia en el rendimiento de los alumnos.

Trabajo práctico de laboratorio

Los resultados de imponer el trabajo práctico (González et al. (1998), Gibert et al. (1999)), fueron positivos en cuanto a la motivación del alumno y mejoraron los resultados del laboratorio de los estudiantes repetidores (véase figura 2, *Med_L_Nuevos*: Media de laboratorio de los estudiantes de nueva inscripción, *Med_L_Rep*, media para los repetidores), consiguiéndose que en la actualidad no hayan diferencias significativas entre ambos grupos de estudiantes ($p_value > 0.05$)

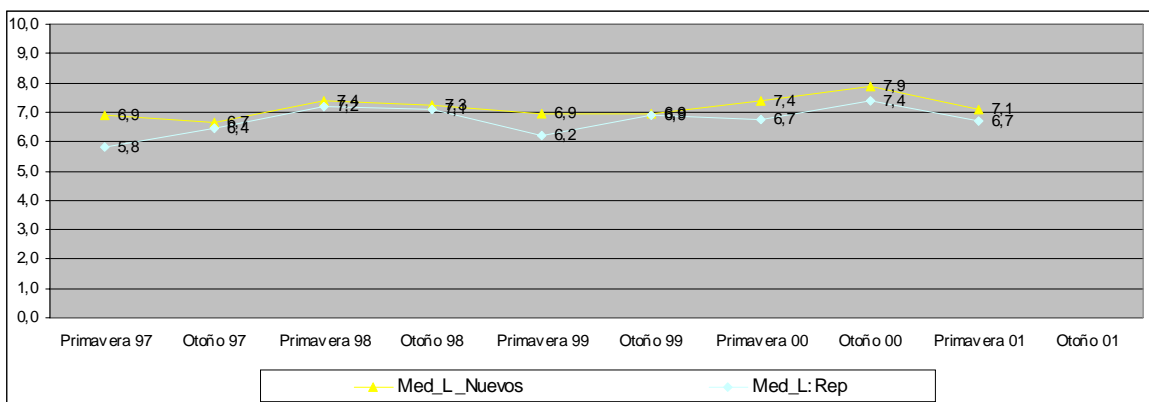
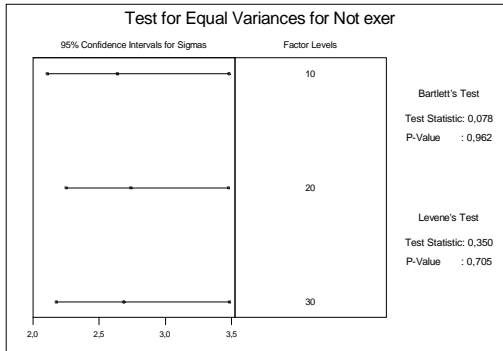


Figura 2. Evolución de la nota media de Laboratorio

Aprendizaje cooperativo

Para contrastar la efectividad de dicha metodología en el rendimiento de nuestros estudiantes, se ha partido de un diseño experimental, siendo la respuesta estudiada los ejercicios que quincenalmente han de presentar los estudiantes. Todos los ejercicios han sido corregidos por la misma persona.

De la inspección de la figura 3 se deduce que no hay diferencias significativas en lo que se refiere a la nota de ejercicios obtenida por los tres grupos ($p_value=0.466$), sin embargo la tasa de participación del grupo experimental ha sido superior a la obtenida en los dos grupos control ($p_value=0,006$) (Todos los grupos tienen 80 estudiantes matriculados)



One-way ANOVA: Nota ejercicios versus Grupo

Source	DF	SS	MS	F	P
Grupo	2	11,13	5,57	0,77	0,466
Error	162	1174,03	7,25		
Total	164	1185,16			

Level	N	Mean	StDev
10	48	5,821	2,636
20	63	6,294	2,739
30	54	5,717	2,686

Pooled StDev = 2,692

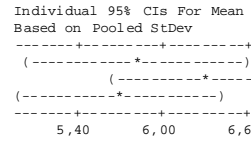
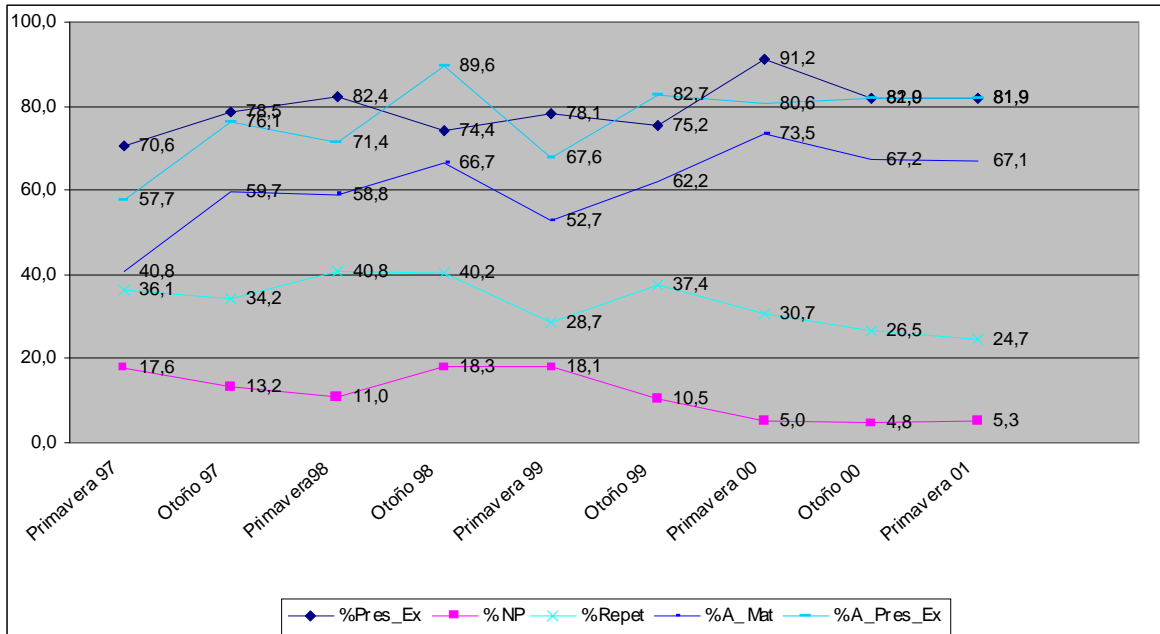


Figura 3. Resultados estadísticos de la nota de ejercicios

Finalmente se presenta la evolución de los indicadores globales calculados todos sobre el número global de estudiantes matriculados en esta asignatura, que tal como ya se ha dicho inicialmente, se mantiene alrededor de 240 estudiantes cada cuatrimestre.

- %Pres_Ex:** % de los estudiantes presentados al examen final
- %NP:** % de los estudiantes no presentados a ningún acto evaluatorio
- %Repet:** % de estudiantes repetidores
- %A_Mat:** % de estudiantes aprobados sobre los matriculados
- %A_Pres_Ex:** % de estudiantes aprobados sobre los que se han presentado al examen



4. Conclusiones

Hemos puesto a prueba, con el rigor científico que nos permite el obligado respeto a los derechos de los estudiantes y a las directrices de los centros, las diferentes innovaciones docentes que hemos ido introduciendo, tanto las de aprendizaje cooperativo, como las que utilizan sistemas de las tecnologías de la información. Hemos utilizado como variables respuesta a varios indicadores del rendimiento inmediato de los alumnos (presentación a pruebas de evaluación, notas de las mismas y encuestas de satisfacción sobre los profesores y sobre la asignatura), lo que nos permite afirmar el efecto positivo, a corto plazo, de estas iniciativas.

Sin embargo, debemos hacer dos consideraciones. En primer lugar, las medidas de rendimiento de que disponemos son únicamente indicadores a corto plazo del rendimiento y de las actitudes de los alumnos, pero no el objetivo último de la docencia universitaria, que es formar buenos profesionales con unas aptitudes, habilidades y actitudes determinadas. Si queremos estar en condiciones de poder evaluar el impacto que nuestras innovaciones docentes tienen en el futuro profesional de los alumnos necesitamos disponer de instrumentos de evaluación de los profesionales a medio plazo. Instrumentos que, por supuesto, deberían estar ligados a los objetivos institucionales.

En segundo lugar, debemos remarcar que nos hemos concentrado en analizar el efecto de nuestras innovaciones docentes en los alumnos, pero que no hemos realizado consideraciones sobre el coste del desarrollo de estos instrumentos ni sobre su posible adecuación a otros entornos.

Finalmente, es necesario destacar una vez más el papel que las nuevas tecnologías tienen y tendrán en la enseñanza universitaria. Nosotros nos hemos aprovechado de la positiva predisposición de los alumnos hacia la informática para introducirlos en la estadística. Sin embargo, no conviene olvidar que las TIC (Tecnologías de la Información y las Comunicaciones) tienen todo un universo de posibles aplicaciones docentes que todavía está por investigar, por desarrollar y por evaluar. Nuestra sociedad tiene la responsabilidad de poner los recursos necesarios para que los profesionales puedan desarrollar estas aplicaciones. Y nosotros, como profesionales de la estadística, tenemos la obligación de informar a esta sociedad sobre el rendimiento y el coste de estas nuevas aplicaciones. Por lo menos, así entendemos nosotros nuestra responsabilidad como docentes e investigadores universitarios en el campo de la Estadística.

Referencias

Cobo, E., Muñoz, M. P. (1999). *Instrumentos docentes no presenciales en un entorno presencial*. Actes de la Reunió Les Tecnologies de la Informació i les Comunicacions en l'Educació a la UPC, Barcelona.

Gibert, K., Muñoz, M. P., González, J. A., Cobo, E. (1999). *Apropant l'estadística a l'àmbit de l'estudiant d'enginyeria informàtica*. Actes de la Reunió Les Tecnologies de la Informació i les Comunicacions en l'Educació a la UPC, Barcelona.

González, J. A., Muñoz, M. P. (1998). *Una experiencia docente de Estadística en estudios de Informática*. Proceedings de las «IV Jornadas de Informática», Las Palmas de Gran Canaria.

González, J. A., Muñoz, M. P., Cobo, E. (1999). *Internet e Intranet en la docència de Estadística*. Actes de la Reunió Les Tecnologies de la Informació i les Comunicacions en l'Educació a la UPC, Barcelona.

Muñoz, M. P., González, J. A., Cobo, E., Roselló, X. (2000). *Incidència dels recursos del Pla Estratègic en la millora del rendiment acadèmic dels estudiants*. Congrés Internacional sobre docència universitària i innovació. Servei d'Informació, Imatge i Publicacions de la UPC.

Muñoz, M. P., González, J. A., Cobo, E. (2001). *Information technologies in an advanced statistics course*. Proceedings de COMPSTAT'2000", IACR-Rothamsted for IASC, 2000.

Muñoz, M. P., González, J. A., Cobo, E., Sánchez, J., Castro, M. Martí-Recober (2001). *Evaluación del efecto del aprendizaje cooperativo*. Primera Jornada sobre Aprendizaje Cooperativo. Barcelona.

Muñoz, M.P., Martí Recober, M., González, J. A., Cobo, E., Castro, J., Sánchez, J. A. (2001). *Mejora del rendimiento de la asignatura Estadística 2 en la Facultat d'Informàtica de Barcelona*. Plan de la Calidad de las Universidades. Premio de Acciones de Mejora. Convocatoria 2000. Consejo de Universidades

PROBLEMAS Y ALGORITMOS RELACIONADOS CON LA MEDIA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE SECUNDARIA

Belén Cobo Merino

IES de Huétor Vega

C/ Alhucema, 3. 18190 Huétor Vega. Granada.

belenc@teleline.es

INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos parte de una investigación centrada en las dificultades que los alumnos de Enseñanza Secundaria Obligatoria tienen con las medidas de posición central: media, mediana y moda. Aunque este tema ya se contemplaba en los anteriores planes de estudio, el mayor énfasis que ahora se hace sobre las actividades de análisis exploratorio de datos nos lleva a replantearnos la forma en que son introducidos. Es claro que las posibles dificultades que los alumnos encuentren en el tema dependerán de la enseñanza recibida. Cuando queremos reflexionar sobre la dificultad que el aprendizaje de ciertos conceptos tiene para los alumnos, es necesario comenzar por hacer un análisis epistemológico de su significado. Como indica Godino (1996),

«el problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? (pg. 418).

En este trabajo nos centraremos exclusivamente en la idea de media aritmética, que, aunque aparentemente simple, al preguntamos por su *significado* observamos que éste tiene un carácter complejo. Del trabajo matemático emergen distintos tipos de entidades primarias que se pueden identificar, así como diversas dimensiones desde las que se pueden considerar éstas. Siguiendo a Batanero y Godino (2001), vamos a considerar las siguientes entidades primarias como constituyentes del significado de la media:

- *Problemas y situaciones* que inducen actividades matemáticas y definen el campo de problemas de donde surge el objeto. Un ejemplo, en el caso de la media, sería encontrar la mejor estimación de una cantidad desconocida.
- *Procedimientos, algoritmos, operaciones*. Cuando un sujeto se enfrenta a un problema y trata de resolverlo, realiza distintos tipos de *prácticas*, que llega a convertir en rutinas con el tiempo. Prácticas características en la solución de problemas de promedios serían sumar una serie de valores y dividir por el número de sumandos.
- *Representaciones* materiales utilizadas en la actividad matemática (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos).
- *Abstracciones* (conceptos, proposiciones). Las definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos.
- *Demostraciones* que empleamos para probar las propiedades del concepto y que llegan a formar parte de su significado.

Por otro lado, el significado de un concepto matemático varía según la institución considerada y los instrumentos semióticos disponibles en la misma (Godino y Batanero, 1994; 1997). La institución escolar fija unos significados determinados para los conceptos a enseñar, pero el construido por un alumno en particular, en un momento de su proceso de aprendizaje, puede no corresponderse con el asignado por dicha institución. Tampoco el significado en una institución escolar, como por ejemplo, la enseñanza secundaria, se tiene que corresponder exactamente con el atribuido por la institución de los matemáticos profesionales.

En este trabajo tratamos de caracterizar los dos primeros componentes del significado que, de la media se presenta en los libros de texto destinados a la enseñanza secundaria (es decir, los problemas y algoritmos de cálculo presentados). El aprendizaje de los alumnos está relacionado con los problemas y tareas concretas que se proponen a los alumnos y los algoritmos de cálculo. A continuación presentamos este análisis, haciendo primero unas breves consideraciones sobre la importancia de los libros de texto.

IMPORTANCIA DEL LIBRO DE TEXTO

Nuestro estudio se justifica por la importancia que el libro de texto tiene como recurso didáctico, según señalan diversos autores: Por ejemplo, el informe Cockroft (1985) afirma que los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula.

Rico (1990) señala que el libro de texto es una herramienta mediante la cual el profesorado mantiene y transmite el saber institucionalizado, haciendo de puente entre éste y el estudiante, hasta el punto de que la carencia del mismo puede ser uno de los factores que hagan fracasar un intento de cambio de currículo. No obstante, apunta que, a veces, el esfuerzo para que los estudiantes se adapten al libro de texto llega a ser excesivo y que la imagen que presenta del conocimiento es algo estática.

Chevallard (1991) sugiere que los libros de texto presentan dos características importantes: ofrecer una concepción legitimada del saber a enseñar e institucionalizar una forma de progresión del conocimiento de los estudiantes. Por otro lado, como afirman Robert y Robinet (1989), pensamos que el estudio de los libros de texto nos permiten conocer, de manera indirecta, la concepción del profesorado sobre un contenido específico, puesto que al tomar la decisión de utilizar uno u otro texto, se está posicionando y compartiendo lo que éste propone.

Según Ortiz de Haro (1999), un libro de texto se considera como un segundo nivel de transposición didáctica, después del primer nivel que lo constituirán los currículos y programas oficiales. Si en un texto aparece un significado sesgado, éste puede llegar a transmitirse a los alumnos, debiendo el profesor que los usa mantener una permanente vigilancia epistemológica sobre el contenido de los libros de texto.

Con la nueva Educación Secundaria Obligatoria se ha producido una publicación de muchos nuevos libros de texto, que tratan de incorporar las recomendaciones didácticas de estos y otros autores. Es sin embargo importante analizar el significado de los conceptos estadísticos que estos libros transmiten, si queremos asegurar que cumplen la función para la que han sido diseñados.

METODOLOGÍA

Todo esto nos ha llevado a realizar el análisis que presentamos, partiendo de una análisis conceptual previo en el que determinamos los elementos de significado institucional de referencia de la media. Intentamos caracterizar aquellos que aparecen con más frecuencia en una muestra de libros de texto de amplia difusión.

Para llevar a cabo el análisis, hemos tomado 22 libros de texto seleccionados, que incluyen entre sus temas contenidos relativos a estadísticos de posición central, en concreto la media, del segundo ciclo de la E.S.O., en total 14 de 3º de E.S.O. y 7 de 4º de E.S.O. La relación de libros analizados se presenta en la tabla 1.

Tabla 1. Libros de texto incluidos en el análisis

Número	Título	Autores	Editorial	Año edición
1	Matemáticas 3º ESO. Serie nuestro mundo	J. Colera, J.E. García I. Gaztelu y M. J. Oliveira	Anaya	1998
2	Matemáticas 3º ESO	J. R. Vizmanos M. Anzola	Sm	1996
3	Sigma. Matemáticas 3º ESO	J. R. Vizmanos M. Anzola	Sm	1999
4	Matemáticas 3º ESO	V. Frías y otros	Edelvives	1995
5	Matemáticas 3º ESO. Proyecto Adara	I. Lazcano y J.F. Sanz	Edelvives	1998
6	Fractal. Matemáticas 3º ESO	F. Álvarez y A. Ruíz	Vicens Vives	1996
7	Educación Secundaria Matemáticas 3º ESO	F. Alvarez y otros	Vicens Vives	1994
8	Matemáticas 3º ESO	A.J. Ramírez y otros	Ecir	1995
9	Matemáticas 3º ESO	Grupo Edebé	Guadiel	1998
10	Matemáticas 3º ESO	A. Miñano y J.A. ródenas	Bruño	1998
11	Matemáticas 3º ESO	J. M. Arias y J.A. pérez	Casals	1995
12	Matemáticas 3º ESO	C. González y otros	Editex	1998
13	Matemáticas 3º ESO	J.L. Sánchez y J. Vera	Oxford Ed.	1998
14	Matemáticas 3º ESO	J.F. Gutiérrez	Donostiarra	1996
15	Matemáticas 4º ESO Opción A. Proyecto 2000	L. Rico y otros	Algaida	1994
16	Matemáticas 4º ESO Opción B. Proyecto 2000	L. Rico y otros	Algaida	1994
17	Matemáticas 4º ESO. Opción A	C. Amigo y otros	McGraw-Hill	1997
18	Matemáticas 4º ESO. Opción A	J. L. Sánchez y J. Vera	Oxford	1998
19	Matemáticas A 4º ESO	J.M. Arias y otros	Casals	1996
20	Secundaria 2000 Matemáticas A 4º ESO	J.A. Almodóvar J. Gil A. Nortés Checa	Santillana	1998
21	Miríada XXI Opción B. Matemáticas 4º ESO	M. J. Ovejero y otros	McGraw-Hill	1999
22	Construir las Matemáticas 4º ESO	R. Pérez y otros.	Proyecto Sur	1999

La selección de los libros se ha hecho teniendo en cuenta los cursos en los que se incluyen temas específicos que traten de las medidas de centralización en la Enseñanza Secundaria Obligatoria que son tercero y cuarto curso.

Aunque el currículo que se propone en el B.O.J.A. los contenidos relativos a los estadísticos que nos ocupan, media, mediana y moda, se deben trabajar en el primer ciclo de la E.S.O., y hacer una revisión en 4º, la mayor parte de las editoriales proponen estos temas en los libros de 3º y 4º de ESO, y más frecuentemente, en 3º. Debido a esto, nosotros nos hemos centrado en estos dos cursos, intentando incluir un abanico de editoriales que abarque, las más conocidas y utilizadas entre los docentes, y también algunas obras recientes con un ámbito de difusión menor, pero que presentan un enfoque novedoso. Los libros han sido publicados entre 1994 y 1999 y corresponden a 17 editoriales diferentes, lo que creemos representa bien los libros de texto de este nivel escolar.

SITUACIONES-PROBLEMAS PRESENTADAS EN LOS LIBROS

Comenzamos con la *situación-problema* como primera entidad a analizar y considerándola como cualquier circunstancia en la que se debe realizar actividades de matematización, definidas por Freudenthal (1991) en la forma siguiente:

- Construir o buscar soluciones de un problema que no son inmediatamente accesibles;
- Inventar una simbolización adecuada para representar la situación problemática y las soluciones encontradas, y para comunicar estas soluciones a otras personas;
- Justificar las soluciones propuestas (validar o argumentar);
- Generalizar la solución a otros contextos, situaciones-problemas y procedimientos.

Del análisis de los libros, hemos encontrado los siguientes tipos diferenciados de problemas, que en su conjunto definen el campo de problemas relativos a la media en estos libros y que nos permiten determinar el significado institucional local de nuestro trabajo. A continuación describimos estos campos de problemas, así como los contextos en que se presentan.

P1. Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores

A pesar de que este es el campo de problemas del que surge históricamente la primera idea de media, en el análisis de libros de texto realizado, sólo hemos encontrado uno los libros que presenta un ejemplo de este campo de problemas. Incluso en este caso, no se resalta específicamente que la media proporcione una solución a este tipo de problemas, ya que no se trata de un ejercicio resuelto, sino que sólo se presenta como idea subyacente en uno de los problemas propuestos para que resuelvan los alumnos, que reproducimos a continuación.

Hemos escogido 50 bolsas de pasta alimenticia en un supermercado. Todas ellas llevan impreso "Peso neto: 250 g" en la etiqueta. Después de pesarlas con precisión, hemos obtenido los siguientes resultados, expresados en gramos.

243 269 226 249 255 240 266 230 236 250
252261 242 240 270 240 251 228 259 262
260231 261 268 252 259 250 249 243 256
230250 252 259 236 249 243 256 230 250
249243 256 230 250 252 274 268 270 233

¿Qué peso podemos esperar que tenga una bolsa de pasta alimenticia de esta marca?

En este ejemplo, identificamos un caso típico de problema de estimación de una cantidad de una cierta magnitud, en presencia de errores de medida, que con frecuencia encontrarán los alumnos en el futuro, por ejemplo, al realizar las prácticas de física.

Pensamos que este tipo de problema debiera presentarse con mayor frecuencia en la enseñanza de las medidas de posición central, al ser comprensible para los alumnos de estas edades y porque permite construir la idea de media como mejor estimador de una cantidad desconocida. Esta es una idea muy potente que es utilizada con frecuencia en diferentes modelos estadísticos, por ejemplo, cuando los alumnos estudien la regresión lineal, que se incluye en el temario de Bachillerato.

P2. Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme

Al contrario que en el caso del problema anterior, la idea de media como reparto equitativo la hemos encontrado en casi todos los textos estudiados, en concreto en 18 de los 21 libros que hemos analizado. La idea de distribución uniforme no aparece de forma explícita, es decir, no se alude explícitamente a esta propiedad de la media.

Sin embargo, en algunos problemas en los que se debe calcular la media de un conjunto de datos está implícita la idea de uniformar los valores de una variable. A continuación transcribimos uno de estos ejemplos, en el que también se pide a los alumnos decidir, entre la media, mediana y moda, cuál sería el mejor representante de un conjunto de datos.

Hemos escogido 50 bolsas de pasta alimenticia en un supermercado. Todas ellas llevan impreso "Peso neto: 250 g" en la etiqueta. Después de pesarlas con precisión, hemos obtenido los siguientes resultados, expresados en gramos.

243 269 226 249 255 240 266 230 236 250

252261 242 240 270 240 251 228 259 262

260231 261 268 252 259 250 249 243 256

230250 252 259 236 249 243 256 230 250

249243 256 230 250 252 274 268 270 233

¿Qué peso podemos esperar que tenga una bolsa de pasta alimenticia de esta marca?

P3. Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica

Estos problemas son los que más frecuentemente hemos encontrado en los textos analizados, no sólo porque está presente en todos ellos, sino porque es muy alta la frecuencia de aparición en los ejemplos y problemas tanto resueltos como propuestos. Es por ello que creemos que esta es la principal aplicación que se presenta de la media, como número que representa un conjunto de datos, e incluso en muchos casos se presenta explícitamente. Reproducimos un ejemplo a continuación, en el que, incluso explícitamente se alude a que la media proporciona una solución para esta clase de problemas.

Un alumno ha obtenido en cinco exámenes las siguientes calificaciones: 5, 7, 6, 7 y 9. La nota media se calcula así:

$$\text{Nota media} = \frac{5 + 7 + 6 + 7 + 9}{5} = 6.8$$

La media resume la trayectoria escolar en un solo dato: -6.8-; y en ello estriba su ventaja.

Fractal 3. Matemáticas. Vicens Vives, pg. 260

P4. Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población

A pesar de que esta es una de las principales aplicaciones de la media y que los alumnos de esta edad podrían perfectamente entenderlo, no hemos encontrado un texto que haga referencia a esta situación. Pensamos que los libros de texto podrían presentar ejemplos de este campo de problemas, en contextos tales como la esperanza de vida, tiempo esperado para realizar una tarea, u otros similares.

Hay distribuciones para las que la media no sirve como resumen representativo de las mismas. Entonces, es preciso buscar otros parámetros que las representen. Esto haremos para la siguiente situación.

- Los sueldos mensuales de los trabajadores de una empresa son los siguientes (en miles de pesetas): 80 80 80 80 80 100 100 200 340 450 500

La media de todos ellos es de 190.000 ptas. Este sueldo medio no representa bien a los de la lista anterior, fíjate en que hay nada menos que siete sueldos mucho más bajos que la media; sin duda, los cinco trabajadores que ganan 80.000 ptas. no estarían muy de acuerdo en ser representados por el sueldo medio. En estos casos es mejor utilizar la mediana para resumir la distribución. La mediana es igual a 100.000 ptas.

Matemáticas 4 Opción A. McGraw-Hill, pg 192

En la tabla 2 hacemos un resumen de la aparición de los campos de problemas analizados en los diferentes libros de texto.

Tabla 2. Campos de problemas que presentan los libros analizados

Texto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
Situaciones problemas	P1																				X		
	P2		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				X	X	X		X	X
	P3	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X
	P4																						

Como podemos ver en la tabla, hay algunos campos de problemas que apenas aparecen en los libros de texto, a pesar de su importancia y de que podrían ser fácilmente comprensibles por los alumnos.

Es curioso observar cómo el problema del que surge la primera idea de media, estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores, no aparece más que en uno de los libros analizados, punto que nos ha llamado la atención porque no creemos que pueda presentar una dificultad especial en los estudiantes de estas edades.

No ocurre así con el último campo de problemas, P4. En este caso, el tener que estimar un valor de máxima probabilidad en un conjunto presenta una doble dificultad, por un lado los estudiantes no están habituados a efectuar estimaciones y por otro, la probabilidad también es un concepto que les resulta difícil. No obstante, aunque no se presentasen como problemas, creemos que sería adecuado presentar algunos ejemplos de aplicación de la media en este tipo de problema, por ejemplo, al hablar de la esperanza de vida o de la duración estimada de un examen o de una lámpara.

CONTEXTOS PRESENTADOS

Puesto que la estadística es un tema en el que es fácil conectar con el entorno y la vida cotidiana de los estudiantes pensamos debiera aprovecharse esta oportunidad, siguiendo las recomendaciones actuales sobre la enseñanza de la estadística. Si queremos que los alumnos aprecien la utilidad de este tema, sería necesario presentar una variedad de contextos de aplicación y situaciones en las que los parámetros de centralización pueden resultar muy útiles a la hora de obtener información acerca de un tema concreto.

Desde esta perspectiva hemos estudiado los contextos en los que se presentan los problemas y ejercicios en los libros de texto, así como las aplicaciones de los estadísticos que nos ocupan. En la tabla 3 se muestran los contextos y la aparición en los libros de texto analizados.

En nuestra opinión los autores de los libros analizados son conscientes de la importancia de este punto, puesto que los contextos que hemos encontrado en los libros son muy variados y, además, todos ellos presentan un porcentaje alto de aparición.

Tabla 3. Contextos que presentan los libros analizados

Libros de Texto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Situaciones escolares	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X
Característ.corporales	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Deporte	X	X	X	X	X		X	X	X	X		X	X				X	X	X			X
Economía, salarios	X			X	X	X	X	X		X	X	X			X	X	X					X
Consumo, precios	X			X	X	X	X		X	X	X										X	X
Juegos		X	X	X										X								X
Tráfico	X	X		X				X		X	X	X		X			X	X				
Meteorología		X	X	X	X		X		X	X	X	X			X	X	X					X
Salud		X	X		X						X	X										X
Fabricación industrial		X	X	X	X	X	X		X	X		X			X	X	X	X				X
Ocio			X	X	X			X			X			X			X					X
Sondeos de opinión				X		X				X							X					
Composición familias	X	X	X	X			X	X	X	X			X	X	X	X	X		X			X

ALGORITMOS Y PROCEDIMIENTOS

Cuando un sujeto se enfrenta a un problema y trata de resolverlo, o comunicar la solución a otras personas, validar y generalizar la solución a otros contextos y problemas, etc, realiza distintos tipos de *acciones* (procedimientos, algoritmos, operaciones).

La mayoría de las situaciones problema anteriores se presentan en los textos mediante ejemplos resueltos en los que se utilizan diversas técnicas específicas para el cálculo de los promedios o para la representación gráfica de los datos, que el alumno debe aprender a dominar. En esta sección se presenta un análisis de las mismas como elementos actuativos que se ponen de manifiesto al tratar de resolver los problemas y que son, asimismo, objeto de enseñanza.

Los libros de texto analizados presentan las técnicas concretas para resolver las situaciones planteadas, bien de forma explícita incluyendo ejemplos resueltos, o bien dando únicamente indicaciones para que sean los propios estudiantes quienes realicen las tareas en problemas propuestos.

El cálculo de la media depende de la forma de presentación de los datos y del tipo de variable que se maneje. Este aspecto se tiene en cuenta en la mayoría de los textos analizados, que separan, explícitamente, unos casos de otros.

En todos los libros analizados aparecen explícitamente como objeto de enseñanza las técnicas para el cálculo de la media. Además en la mayoría de ellos se dedica al cálculo de la media una extensión mucho mayor que a otros aspectos, lo que nos hace pensar que es uno de los puntos a los se le concede más importancia. En todos los libros se presentan los tres casos siguientes:

A1. Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados

En todos los libros se presenta el algoritmo de suma de todos los valores, dividiendo por el número de datos, generalmente con una notación sencilla, como en el caso siguiente:

Se quiere estudiar el efecto secundario que tiene la vacuna contra la meningitis. Para ello se toma la temperatura a cuatro niños. Los resultados obtenidos, en grados, son los siguientes:

$$\bar{x} = \frac{37,1^{\circ} + 36,5^{\circ} + 38^{\circ} + 37^{\circ}}{4} = 37,15^{\circ}$$

3º Matemáticas. Edelvives. Proyecto Adara, pg. 236

A2. Cálculo de la media de una variable discreta con datos presentados en tablas de frecuencias

En este caso, se precisa aplicar el algoritmo de cálculo de la media ponderada se presenta, y el alumno debe identificar y discriminar los valores de la variable y los de las ponderaciones. Los libros presentan este algoritmo, justificándolo como modo de simplificar los cálculos.

Como la muestra tomada es muy pequeña, el grado de fiabilidad de los resultados es muy bajo. Por este motivo realizamos otra observación en una muestra mayor y encontramos el resultado de la tabla:

Temperatura	Nº de niños
xi	fi
37°	2
37,5°	4
38°	6
38,5°	4
39°	2

Con el fin de facilitar el cálculo podemos multiplicar cada valor de la variable estadística por su frecuencia absoluta correspondiente, sumar los resultados y dividir por el tamaño de la muestra:

$$\bar{x} = \frac{37 \cdot 2 + 37,5 \cdot 4 + 38 \cdot 6 + 38,5 \cdot 4 + 39 \cdot 2}{18} = 38^\circ$$

3º Matemáticas. Edelvives. Proyecto Adara, pg. 236

En otros casos, la tabla de frecuencias está implícita, pero se presenta el algoritmo de cálculo de la media ponderada:

Ejercicio resuelto

La media de 4 números es 5,4. La media de otros 6 números diferentes es 4,3.

Encuentra:

- Cuánto suman los 4 primeros números.
- Cuánto suman los otros 6 números juntos.
- La media de todos los números juntos.

- Si la media de 4 números es 5,4, la suma total de los 4 números es $5,4 \cdot 4 = 21,6$.
- Si la media de los otros 6 números es 4,3, la suma total de los 6 números es $4,3 \cdot 6 = 25,8$.
- La suma de los 10 números es $21,6 + 25,8 = 47,4$. La media de todos los números es $47,4 / 10 = 4,74$. Matemáticas 3 secundaria. SM, pg.269

A3. Cálculo de la Media en tablas de datos agrupados en clases.

Todos los libros presentan la sustitución del valor de la variable por la marca de clase, usando el algoritmo de cálculo de la media ponderada, aunque generalmente no se hace alusión a que el valor obtenido de esta manera es aproximado, como vemos en el ejemplo que reproducimos a continuación:

En el caso de que la variable sea continua, la media se calcula a partir de la marca de clase o valor medio de cada intervalo.

Ejemplo

Se están estudiando las precipitaciones caídas en España en un determinado mes. Para ello se registran los litros por metro cuadrado caídos en diferentes provincias.

Litros por metro cuadrado	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
c_i	15	25	35	45	55	65
Nº de provincias	4	2	3	1	2	1

La precipitación media la calcularemos de la siguiente forma

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 4 + 25 \cdot 2 + 35 \cdot 3 + 45 \cdot 1 + 55 \cdot 2 + 65 \cdot 1}{13} = 33,51 / m^2$$

AM4. Cálculo gráfico

Al contrario de lo que sucede con las técnicas anteriores, el cálculo de la media de un conjunto de datos apoyándose en un diagrama de frecuencias acumuladas no se ha encontrado en ningún libro de los estudiados. Es posible que los autores tengan en cuenta la dificultad que para los estudiantes supone añadir la lectura de gráficos al cálculo de la media.

Tabla 4. Algoritmos de cálculo que presentan los libros analizados

Texto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
PRÁCTICAS A1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
A2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
A3	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
A4																						
A5	X	X		X		X		X	X		X					X	X	X	X	X		

El análisis revela que en los libros de texto de esta etapa educativa, se da mucha importancia al cálculo puesto que el porcentaje de texto, ejemplos y ejercicios dedicados a éste es notable, incluso en detrimento de otros aspectos. Una de las primeras consecuencias que este hecho puede tener es que, aunque los estudiantes consigan manejar perfectamente los procedimientos de cálculo, pueden no alcanzar una comprensión completa de esta medida, sus posibilidades de uso, las ventajas de una sobre las otras y la conveniencia, por tanto, de elegir unas u otras según la situación.

No obstante, el tema del uso de los gráficos es más deficiente que el uso de cálculos aritméticos e, incluso, algebraicos. Somos conscientes de la dificultad añadida que puede suponer la lectura e interpretación de gráficos a estudiantes de estas edades, pero también es cierto que su manejo completa el significado del concepto que estamos estudiando y, en un mundo dominado por la imagen, sería quizás interesante que los alumnos se familiaricen con este otro lenguaje.

REFERENCIAS

Batanero, C. y Godino, J. D. (2001). Developing new theoretical tools in statistics education research. Trabajo invitado en la *53 Session of the International Statistical Institute*. Seul. Corea, Agosto, 2001.

Cockcroft, W. H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. *Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Chevallard (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grénoble: La Pensée sauvage.

Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding]. En, L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference* (v.2, pp. 417-424). Universidad de Valencia, España.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos (Institutional and personal meaning of mathematical objects). *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1997) Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.

Ortiz, J. J. (1999). *Significado del los conceptos probabilísticos elementales en los textos de Bachillerato*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemáticas: Una perspectiva cultura. En S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 17-62). Sevilla: Alfar.

Robert, A. y Robinet, J. (1989). Enoncés d'exercices de manuels de seconde et representations des auteurs de manuels. (IREM). Universidad de París.

RAZONAMIENTO COMBINATORIO E IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

Rafael Roa y Virginia Navarro-Pelayo

Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada

El razonamiento combinatorio tiene una gran importancia en la probabilidad, y, sin embargo, no se desarrolla fácilmente. En este trabajo hacemos una síntesis de las principales investigaciones sobre razonamiento combinatorio, incluyendo nuestro propio trabajo y reflexionamos sobre las implicaciones para la enseñanza de la probabilidad.

1. Introducción

La combinatoria es uno de los núcleos centrales de la matemática discreta, y de la probabilidad. En la actualidad es un amplio campo con investigación activa y numerosas aplicaciones teóricas y prácticas en geología, química, gestión empresarial, informática e ingeniería (Grimaldi, 1989). Los problemas combinatorios y las técnicas para su resolución tienen y han tenido también profundas implicaciones en el desarrollo de otras ramas de las matemáticas como la probabilidad, teoría de números, teoría de autómatas e inteligencia artificial, investigación operativa, geometría y topología combinatorias.

Además, debemos tener en cuenta las reflexiones e investigaciones realizadas desde la psicología. Los esquemas combinatorios son considerados por Inhelder y Piaget (1955) como un componente esencial del pensamiento formal, con una importancia comparable a los esquemas de la proporcionalidad y de la correlación, los cuales emergen simultáneamente en los sujetos a las edades de 12 a 13 años. Según estos autores, el razonamiento hipotético deductivo opera por medio de las operaciones combinatorias que se aplican sobre un conjunto de posibilidades que deben examinarse y enumerarse hasta llegar a una conclusión.

Por su parte, Fischbein, en el prólogo del libro de Batanero, Godino y Navarro-Pelayo (1994) afirma que, "*El Análisis Combinatorio, con sus conceptos y métodos no representa, por tanto, solamente un dominio definido de la matemática. Expresa, como he dicho, un esquema operacional, (en la terminología Piagetiana), un prerrequisito estructural importante para la dinámica y potencia creativa del razonamiento lógico en general!*" (p. 1).

Estas razones llevaron a incluir la combinatoria en los currículos de matemáticas de los niveles de secundaria, basándose también en propuestas curriculares como las de Glayman y Varga (1975), Engel (1973), Engel, Varga y Walser (1976), basadas en actividades, juegos y materiales. Por otro lado, numerosas investigaciones muestran la dificultad del razonamiento combinatorio, lo que influye sin duda en las dificultades y errores de los alumnos en el campo de la probabilidad.

En este trabajo discutiremos, en primer lugar la importancia de la combinatoria dentro del cálculo de probabilidad, y haremos un resumen de los trabajos realizados sobre el tema del razonamiento combinatorio, incluidos los realizados en nuestras tesis doctorales. Finalizamos con unas conclusiones didácticas que orienten a los profesores en la enseñanza de esta materia.

2. El Papel de la Combinatoria en la Enseñanza y Aprendizaje de la Probabilidad

En Batanero, Godino y Navarro-Pelayo (1997b) indicamos que la Combinatoria no es sólo una técnica de cálculo de probabilidades, sino que existe una estrecha relación entre Combinatoria y Probabilidad, por lo que Heitele (1975) incluyó la Combinatoria en su lista de ideas estocásticas fundamentales, que están presentes, de forma implícita o explícita en cualquier situación estocásticas. Esta conexión es bien patente en los principales contenidos probabilísticos del currículo de matemáticas en la educación secundaria, de forma que un razonamiento combinatorio adecuado será un requisito para la comprensión de tales temas.

Por ejemplo, en los diseños curriculares americanos, N.C.T.M (1989), se recomienda para los niveles finales de educación primaria y principio de la secundaria que los estudiantes sean capaces de:

- Modelizar situaciones estocásticas, diseñando y llevando a cabo experimentos y simulaciones para determinar en forma experimental una estimación de la probabilidad.
- Modelizar situaciones estocásticas, construyendo un espacio muestral para determinar las probabilidades a partir de él.
- Apreciar la ventaja de los modelos probabilísticos, comparando los resultados experimentales con los esperados a partir del modelo matemático.

El concepto de *experimento aleatorio* es el punto de comienzo de la probabilidad en estos niveles. Dos puntos importantes en el experimento aleatorio son la formulación clara del experimento y la determinación de todos sus posibles resultados (*el espacio muestral*). Cuando describimos experimentos sencillos es fácil listar todos los diferentes resultados del espacio muestral, pero al aumentar el número de ensayos, el proceso de enumeración puede ser complejo, y preferimos calcular el número de sucesos. Aparece aquí un problema combinatorio.

La relación entre la combinatoria y la definición de probabilidad es clara en la definición Laplaciana, que se apoya fuertemente en técnicas combinatorias. En esta definición, la probabilidad de un suceso A se define como la proporción $P(A)=N(A)/N$, donde N es el número de sucesos posibles y $N(A)$ es el número de sucesos en los que se presenta A . Por tanto, si el alumno no tiene una buena capacidad combinatoria, no podrá usar esta idea de probabilidad, salvo en casos muy simples. Es usual que, dentro del tema de probabilidad, se enseñen los siguientes contenidos combinatorios para resolver los problemas de cálculo de probabilidades: construir una tabla o diagrama en árbol o usar las fórmulas combinatorias.

En el enfoque *frecuencial* de probabilidad nos basamos en experimentos y simulaciones. Los niños pueden usar materiales manipulativos para determinar las probabilidades en forma experimental (una estimación). Más adelante, pueden hacer simulaciones usando modelos de urna, que se basan en la idea de muestreo. Pero solo la capacidad combinatorio permite comprender el modelo matemático subyacente.

Al estudiar los experimentos compuestos, necesitamos las operaciones combinatorias para enumerar todos los elementos del espacio muestral en el experimento. Por otro lado, las variaciones y combinaciones pueden definirse por medio de un experimento aleatorio compuesto (extracción de una muestra, ordenada o no, con o sin reemplazamiento). Al avanzar un poco en el cálculo de probabilidades, llegamos a los modelos discretos de distribuciones de probabilidad, muchos de los cuales se expresan por medio de operaciones combinatorias, por ejemplo, la distribución binomial, Poisson o hipergeométrica.

En consecuencia, muchos errores e ideas incorrectas en el campo de la probabilidad podrían tener relación con la falta de razonamiento combinatorio. En las secciones siguientes haremos un resumen de las principales investigaciones en este campo, que parecen indicar que el razonamiento combinatorio no se desarrolla fácilmente y sugiere reforzar la enseñanza del tema.

3. Desarrollo del razonamiento combinatorio y efecto de la instrucción

Investigaciones de Piaget e Inhelder

Piaget e Inhelder (1951) estudian la influencia que tienen los esquemas combinatorios en la formación de los conceptos de azar y probabilidad. Para ellos una escasa capacidad de razonamiento combinatorio reduce notablemente la aplicación del concepto de probabilidad, en el sentido clásico de Laplace. Relacionan el concepto de permutaciones con el de mezcla aleatoria que fundamenta la idea de azar en el niño y la predicción de resultados al realizar múltiples veces un experimento aleatorio con la construcción de las combinaciones.

Piaget e Inhelder (1951) describen el desarrollo psicogenético de las operaciones combinatorias en los distintos estadios de desarrollo a partir de sus observaciones y entrevistas a niños, proponiéndoles tareas combinatorias con materiales concretos. Sus experimentos han probado que el niño de preescolar sólo puede hacer algunas combinaciones, permutaciones y variaciones de una manera empírica, y no intentan encontrar un método de realizar un inventario exhaustivo. Por ejemplo, puede formar parejas de objetos o permutar objetos entre sí, pero nunca de una forma completa y siempre con pocos elementos.

Durante el período de las operaciones concretas, los niños buscan modos de realizar inventarios de todas las permutaciones, variaciones y combinaciones posibles en un conjunto dado con un número pequeño de elementos, y llegan a procedimientos rudimentarios de cálculo mediante ensayo y error. Por ejemplo, son capaces de encontrar todas las permutaciones de 3 objetos o todas las parejas posibles a partir de un número pequeño de objetos, mediante ensayo y error, sin seguir un método sistemático.

Piaget e Inhelder afirman que, durante la etapa de las operaciones formales, el niño adquiere la capacidad de usar procedimientos sistemáticos para realizar inventarios de todas las permutaciones posibles, variaciones y combinaciones de un conjunto dado de elementos, por tanto, es también en este momento en el que tiene lugar la comprensión por parte del niño de las citadas operaciones combinatorias.

Investigación de Fischbein y sus colaboradores

Fischbein (1975) analiza los resultados obtenidos por Piaget e Inhelder en el estadio de las operaciones formales y se centró fundamentalmente en el efecto que podría tener la instrucción sobre el desarrollo de la capacidad combinatoria en niños con edades comprendidas entre los 10 y los 15 años, organizando para ello experimentos de enseñanza con ayuda del diagrama en árbol y de materiales manipulativos. Destaca la importancia del diagrama en árbol, Fischbein considera un modelo generativo en cuanto sugiere y facilita una generalización iterativa (problemas sucesivos con un mayor número de elementos cada vez) y una generalización constructiva (problemas derivados del inicial), siendo estas las dos características esenciales del razonamiento recursivo, propio de la combinatoria.

Fischbein (1975) concede, una gran importancia a la intuición como componente de la inteligencia. Las intuiciones son, según Fischbein, procesos cognitivos que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, en virtud de sus características de inmediatez, globalidad, capacidad extrapolatoria, estructurabilidad y auto-evidencia. Diferencia entre intuiciones primarias y secundarias. Las *intuiciones primarias* son adquisiciones cognitivas que se derivan directamente de la experiencia, sin necesidad de ninguna instrucción sistemática. Por el contrario, las *intuiciones secundarias* consisten son formadas por la educación científica, principalmente en la escuela.

En Fischbein, Pampu y Minzat (1970) estudian el aprendizaje de niños entre 10 y 15 años de conceptos combinatorios. En su experimento de enseñanza se partía de las variaciones con repetición de dos letras en grupos de tres y cuatro elementos, con ayuda del diagrama en árbol. Los alumnos aprendieron la construcción del diagrama, aunque fueron pocos los que descubrieron por sí solos las fórmulas de las variaciones de 3 y 4 elementos. Resultados similares se obtuvieron al tratar de enseñar la construcción de las permutaciones.

En Fischbein y Gazit (1988) estudian el papel de la instrucción en el desarrollo de las capacidades combinatorias en niños de 11 a 14 años. Variables a tener en cuenta fueron el tipo de operación combinatoria, la edad de los niños y la naturaleza, abstracta o concreta, de los elementos que se consideran en el problema. Los errores más significativos que se observaron al resolver los problemas propuestos en esta investigación fueron los siguientes:

- 1) Asignar indistintamente la fórmula de las variaciones y de las combinaciones a uno u otro concepto. Denominan a este error, error de orden, porque los sujetos no son capaces de identificar si el orden es o no relevante para la resolución del problema;
- 2) Desarrollo incorrecto de la fórmula de las operaciones combinatorias.

En cuanto a la dificultad de las operaciones combinatorias se pudo comprobar que, antes de la instrucción, la mayor dificultad correspondía a las permutaciones y variaciones con repetición, seguidas de variaciones sin repetición y combinaciones. La edad y la instrucción tienen un efecto positivo en la adquisición de los conceptos combinatorios y que a los niños les resulta más fácil trabajar con dígitos que con objetos (banderas) y personas (comités).

Fischbein y cols. (1991) estudia los factores que afectan a los juicios probabilísticos en niños de 9 a 14 años, así como la evolución con la edad de los sesgos en el razonamiento probabilístico, especialmente el sesgo de equiprobabilidad, descrito por Lecoutre (1985, 1992) y Lecoutre y Durand (1988). Este sesgo consiste en pensar que todos los sucesos aleatorios asociados a un mismo experimento tienen la misma probabilidad, incluso cuando el número de casos favorables a cada suceso sea diferente. Está directamente relacionado con la falta de capacidad de enumeración sistemática de los sujetos, así como con el error de orden anteriormente descrito.

Los resultados muestran la dificultad que tienen los niños para considerar el orden cuando se lanzan dos dados o dos monedas y para enumerar el espacio muestral asociado a un experimento, aunque se obtienen mejores resultados en problemas cuyo enunciado se da de forma generalizada (... una puntuación igual en ambos dados...) que en aquellos con enunciado específico (... un cuatro en cada dado...).

En Fischbein y Grossman (1997a y 1997b) Fischbein se interesa por el mecanismo que produce las intuiciones combinatorias y su relación con los procedimientos matemáticos correctos. Propone a los sujetos de su estudio (niños y adultos) problemas de permutaciones, variaciones con y sin repetición y combinaciones, observando una tendencia a subestimar el número de permutaciones y a sobreestimar el número de combinaciones y variaciones.

Deduce que las estimaciones se basan en operaciones binarias relacionadas al procedimiento correcto, pero que comprimen la operación necesaria, que por lo general consta de más de dos factores. Finaliza recomendando confrontar a los sujetos con sus intuiciones, pidiéndoles antes de resolver un problema que realicen una estimación de la solución, que resuelvan el problema con ayuda del diagrama en árbol y comparen la solución con sus estimaciones previas.

Sesgos en el razonamiento combinatorio

Kahneman, Slovic y Tversky (1982) consideran una serie de sesgos que están muy relacionados con la falta de capacidad de enumeración de todas las posibilidades en una operación combinatoria, dentro de lo que ellos denominan heurística de disponibilidad, y que tiene un efecto pernicioso a la hora de calcular la probabilidad de un suceso aleatorio.

Estos sesgos, en este sentido, son debidos a la mayor o menor facilidad para hallar ejemplos, a la efectividad de patrones de búsqueda, mayor o menor facilidad para imaginar casos, etc. Un resumen de estos estudios se presenta en Pérez Echeverría (1990). El estudio de la estabilidad de las heurísticas y su evolución con la edad ha sido abordado, entre otros autores, por Fischbein y Schnarch (1997), Lecoutre y Fischbein (1998), y Serrano y cols (1998). Los resultados muestran poco cambio e incluso mayor proporción de sesgos ocasionados por estas heurísticas una vez alcanzada la edad de las operaciones formales.

4. Estrategias de enumeración

Aunque la capacidad de enumeración sistemática se supone adquirida al llegar el niño al periodo de las operaciones formales, hay estudios en los que se pone de manifiesto que esta capacidad no siempre se alcanza. Por ejemplo, Maury y Fayol (1986) estudian los procedimientos utilizados por niños de 9-10 años, clasificados según su rendimiento en Matemáticas, observando que el mayor rendimiento en matemáticas se asocia con una mejor enumeración.

English (1991) propone a niños de 4-9 años la tarea de combinar faldas y camisas para vestir un muñeco que se diferenciaban en el color o en el número de botones, con un nivel creciente de dificultad. Observó que los niños de 7-9 años cambian con frecuencia su estrategia y mejoran sus procedimientos conforme aumenta la dificultad de la tarea. Esto le hizo pensar al autor la conveniencia y lo adecuado de potenciar el estudio de los contenidos combinatorios en la escuela primaria.

English (1993) estudia en niños de 7-12 años si la familiarización con problemas manipulativos facilita la resolución de problemas manipulativos más complejos. Se observó que eran los alumnos más jóvenes los que variaban más fácilmente de estrategia mientras que en los mayores se apreciaba un intento, mayoritario, de aplicar a los problemas más complejos la estrategia utilizadas en los más sencillos y, por otra parte, que el entrenamiento para resolver problemas con un cierto grado de complejidad, manipulativamente, puede hacerse indistintamente con problemas manipulativos de menor o de igual complejidad.

Otras investigaciones similares son las de Maury (1986) con niños de 9-10 años; Mendelshon (1981) con alumnos de 9 a 12 años y Scardamalia (1977) con niños de 8 a 15 años y con sujetos de más de 15 años. Estas investigaciones han empleado materiales manipulativos en la presentación de las tareas, aunque en algunas se ha pedido la formación de variaciones, permutaciones o combinaciones a partir de un conjunto de letras o números. Las principales estrategias encontradas en estas investigaciones son las siguientes:

- 1) Estrategia caracterizada por la selección al azar de los elementos dados; no se observa ningún intento de búsqueda de la solución. Así, por ejemplo, una vez elegido un elemento los niños vuelven a utilizarlo.
- 2) Se usa un procedimiento de tanteo, pero ahora los elementos que previamente han sido seleccionados no vuelven a utilizarse.
- 3) Estrategia de paso entre el tanteo y el procedimiento algorítmico. En ella se intenta buscar un procedimiento sistemático en la formación de todas las combinaciones. Por ejemplo los niños seleccionan o permutan los elementos de modo cíclico.
- 4) Uso de un «elemento constante» a partir del cual se forman las demás configuraciones. Sin embargo, puede suceder que el procedimiento empleado sea incompleto en la formación de todas las posibilidades. Por ejemplo, al permutar las letras de la palabra ARCE, el alumno forma correctamente todas las

permutaciones que comienzan por A, pero es incapaz de repetir sistemáticamente este procedimiento colocando ahora el resto de las letras en primer lugar.

5) Estrategia algorítmica completa, caracterizada por la aplicación del elemento pivote y de un modo cíclico sistemático y completo. Sería la estrategia que lleva constantemente a formar todos los casos posibles.

Los resultados de estas investigaciones ponen de manifiesto que los niños mejoran sus procedimientos conforme aumenta la edad; e incluso algunos niños muy jóvenes descubren un procedimiento sistemático para un número pequeño de elementos. Sin embargo, como hemos indicado, no todos los sujetos alcanzan una enumeración sistemática al llegar a los 12- 15 años. Consideramos, en consecuencia, que el planteamiento de actividades de enumeración puede ser una tarea conveniente, especialmente con los alumnos más jóvenes, como medio de desarrollar correctamente un razonamiento combinatorio.

5. Dificultades y errores en la resolución de problemas combinatorios

Hadar y Hadass (1981) examinan también las dificultades típicas que se encuentra el alumno al resolver los problemas combinatorios citando las siguientes:

a) Identificación del grupo de sucesos u objetos que se pide enumerar o contar. A veces los estudiantes no reconocen el conjunto correcto de objetos que se debe enumerar. En general, una percepción incoherente de dicho grupo lleva a conclusiones erróneas. Hay que tener en cuenta, además, que en el enunciado de los problemas combinatorios hay a veces convenios implícitos que no quedan claros para el alumno.

b) Elegir una notación apropiada: los estudiantes a menudo se enfrentan con la dificultad de elegir la notación apropiada que represente de una forma compacta toda la información y condiciones dadas. Esta dificultad aumenta por el hecho de que diferentes textos presentan distintas notaciones para las operaciones combinatorias.

c) Fijación de una o más variables: Debido a su complejidad, en los problemas combinatorios compuestos, es necesario fijar una o más de las variables para obtener un método contable coherente y luego generalizar, a fin de obtener una solución válida para cualquier valor de la variable que se fijó previamente. Esto implica añadir una más a las restricciones impuestas por el problema y es un paso no convencional para los alumnos, que están acostumbrados a usar tan solo las hipótesis dadas en los enunciados.

d) Generalizar la solución: Muchas veces, aunque el alumno resuelve con éxito un problema combinatorio para varios casos particulares, fallan al encontrar una solución general, al no ser capaz de unir las soluciones de una forma recursiva.

Barratt (1975) estudia el efecto del entrenamiento en resolución de problemas combinatorios en niños de 12-15 años y concluye que las sesiones de entrenamiento llevan a un mayor porcentaje de éxitos, sobre todo en los alumnos de mayor edad.

Green (1981) estudia el nivel de intuición probabilística en muchachos de 11-16 años. Como un resultado parcial de la investigación, llega a conclusión de que la capacidad de resolución de problemas combinatorios aumenta con la edad y con el nivel de intuición probabilística que posee el alumno.

En la tesis de Gascón (1988) realizada con alumnos de 1º de B.U.P. encontramos, dentro de la resolución de problemas, un apartado sobre problemas combinatorios. Realiza una clasificación de los problemas combinatorios y obtiene que la instrucción, basada en la enseñanza de la estrategia análisis-síntesis, mejora el rendimiento medio de los alumnos; no hace, sin embargo, una clasificación de los errores.

Brown y Edward (1990) ponen de relieve el escaso porcentaje de respuestas correctas obtenidas en problemas combinatorios donde interviene, concretamente, la regla del producto, permutaciones de seis elementos y variaciones de cinco elementos tomados de dos en dos.

6. Razonamiento combinatorio en estudiantes de educación secundaria

En las investigaciones de Navarro-Pelayo (1991, 1994) y Batanero y Navarro-Pelayo (1991) hemos analizado una variable fundamental de los problemas combinatorios, que llamamos «modelo combinatorio implícito en el enunciado». Esta variable, que había sido descrita a nivel teórico por Dubois (1984), nunca había sido evaluada en cuanto a su efecto sobre la dificultad de los problemas combinatorios y las estrategias usadas por los alumnos en su resolución.

Dubois considera que los enunciados de los problemas combinatorios simples se pueden clasificar en tres tipos de esquemas básicos:

1. *Selección* de una muestra a partir de un conjunto de objetos. Cuando se piden enumerar o contar las diferentes muestras de tamaño dado que pueden formarse a partir de un conjunto inicial;
2. *Colocación* de objetos en casillas (cajas, celdas o urnas). Cuando se pide enumerar o contar las diferentes aplicaciones entre dos conjuntos de objetos;
3. *Partición* en subconjuntos de un conjunto de objetos. Cuando se pide clasificar los elementos de un conjunto inicial en un número dado de subconjuntos incompatibles, de modo que la clasificación sea exhaustiva.

Este modelo debe ser reconocido por el resolutor del problema. El siguiente paso es discriminar entre los casos posibles, según el modelo elegido. Así, en el modelo de muestreo, se requiere distinguir si todos los objetos son diferentes, o algunos son iguales, si se considera repetición o no de elementos y si interviene la ordenación o no de los elementos. En los modelos de colocación y partición se precisa distinguir si los objetos son iguales o distintos, las celdas (o subconjuntos) son distinguibles o no, se considera el orden de colocación de los objetos dentro de las celdas o subconjuntos, se permite más de un objeto por celda/subconjunto y si se permiten celdas/subconjuntos vacíos.

En Navarro-Pelayo (1991), Navarro-Pelayo y Batanero (1991) se lleva a cabo un extenso estudio de libros de texto de Bachillerato y se muestra que el modelo combinatorio implícito no había sido tenido en cuenta en la enseñanza a este nivel. Las definiciones de las operaciones combinatorias se presentan generalmente a nivel de modelo de selección. Los problemas combinatorios de partición son escasamente presentados en los libros de texto.

En Godino, Batanero y Navarro-Pelayo (1992), los conceptos de variaciones, permutaciones y combinaciones, con y sin repetición, se revelan como un potente instrumento para la resolución, sobre todo, de problemas de selección. En este sentido, se ha puesto de manifiesto la dificultad que tiene para los alumnos la traducción de un modelo de partición o colocación a un modelo de selección.

Batanero, Godino y Navarro-Pelayo (1995) y Navarro-Pelayo, Batanero y Godino, (1996) consiguen mostrar el efecto de esta variable sobre la dificultad de los problemas y sobre las estrategias de los alumnos, así como la interacción con la operación combinatoria y el efecto de la instrucción (Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1997a y 1997b). Ésta fue en general efectiva en la mejora del razonamiento combinatorio, pero no en todos los tipos de problemas. Por ejemplo, no hubo mejora en los problemas combinatorios de partición (Navarro-Pelayo, Batanero y Godino, 1996).

7. Razonamiento combinatorio en estudiantes universitarios

La investigación, Roa (2000), está centrada en la caracterización de las estrategias y dificultades de los estudiantes con preparación matemática avanzada de los problemas combinatorios simples. Los problemas combinatorios simples son definidos tanto por Gascón (1988) como por Navarro-Pelayo (1994) como los problemas combinatorios que pueden ser resueltos mediante la aplicación de una sola operación combinatoria (variaciones, permutaciones, combinaciones, con o sin repetición). Juega un papel relevante la clasificación de los problemas combinatorios propuesta por Dubois (1984), la operación combinatoria y el tamaño de la solución del problema.

En este estudio encontramos una gran variabilidad en cuanto a la dificultad de este tipo de problemas; en general los resultados son mejores que en los alumnos de secundaria (Navarro-Pelayo, 1994) pero en algún

caso son similares e incluso inferiores. La dificultad de los problemas no depende del modelo combinatorio implícito en el enunciado, la dificultad del aumenta con el tamaño de la solución y, en cuanto a la operación combinatoria que los resuelve, los problemas más sencillos son los de combinaciones y los más difíciles los de variaciones con repetición y el orden de dificultad coincide con el obtenido en los estudiantes de secundaria. Según Hadar y Hadass (1981) unas de las principales dificultades que encuentra el alumno al resolver problemas combinatorios es la identificación del tipo de configuración combinatoria que se le pide enumerar. La interpretación de esa configuración implica la identificación del esquema combinatorio, del tipo de elementos a combinar (distinguibiles o no) y si se ha de tener en cuenta el orden y la repetición.

En nuestro trabajo encontramos que lo que se refiere al modelo combinatorio, en general, los alumnos usan el modelo sugerido en el enunciado y las escasas veces que cambian de modelo es hacia el modelo de selección. En lo que se refiere al tipo de elementos, los estudiantes los identifican correctamente en un porcentaje muy alto y es el hecho de la repetición lo que produce una cierta interferencia. En lo que se refiere al orden, la mayoría de los alumnos hacen una interpretación correcta y el error estuvo preferentemente ligado, al igual que en las investigaciones de Fischbein y Gazit (1988) y Navarro-Pelayo (1994), a los problemas de combinaciones. En lo que se refiere a la repetición, hay una identificación correcta en una gran mayoría de los casos y el error, cuando se da, consiste en ignorar la repetición cuando hay que tenerla en cuenta.

Los métodos más utilizados por los alumnos para resolver los problemas son el de enumeración y el uso de fórmulas y muchas veces se usa uno de estos métodos para dar validación al otro. Es particularmente escaso el uso de diagramas de árbol, su construcción entraña bastante dificultad, como fue puesto de manifiesto por Besot y Richard (1980), Presci (1994) y Navarro-Pelayo (1994).

Los problemas combinatorios se prestan especialmente bien al empleo de técnicas de resolución de problemas tales como traducir el problema a otro equivalente, descomponer en subproblemas, fijar variables y técnicas propias de la combinatoria como las reglas de la suma, producto y cociente. En el caso de nuestros alumnos la traducción a un problema equivalente se usa de manera puramente testimonial y con resultados muy dispares. Lo mismo sucede con la descomposición del problema en subproblemas, y el uso de las reglas de la suma, producto y cociente es puramente testimonial.

8. Implicaciones para la enseñanza de la probabilidad

Los trabajos que hemos reseñado sugieren la dificultad de la combinatoria elemental, no sólo para niños o sujetos sin instrucción, sino incluso para estudiantes universitarios con alta preparación matemática. Puesto que la probabilidad se basa en gran medida en la combinatoria, como hemos razonado, ello plantea la duda de si muchas de las dificultades que observamos en relación a la probabilidad, se deben a un razonamiento combinatorio deficiente.

Observamos, por otro lado que las investigaciones se han centrado preferentemente en la forma en cómo razonan los sujetos, con escasas excepciones. Ello indica la necesidad de continuar la investigación desde un punto de vista didáctico. Sería necesario diseñar propuestas de enseñanza sobre el tema en que el interés se centre no sólo en las definiciones formales y el estudio de las fórmulas combinatorias, sino que se tenga en cuenta el campo de problemas de la combinatoria elemental, las estrategias de resolución y los modos de razonamiento.

Muchos autores ponen de manifiesto la aparición de sesgos, a nivel intuitivo, incluso en investigadores con experiencia y ese es un hecho que hace reflexionar acerca de lo efectivo de la enseñanza actual de la combinatoria. En este sentido, creemos que tanto la enseñanza de la combinatoria como la de la probabilidad deben comenzarse lo antes posible y seguir las sugerencias de autores como Engel, Varga y Walser (1976), que proponen:

1. Usar una metodología basada en juegos.
2. Introducir como ideas básicas la reglas de la suma, producto y cociente.
3. Usar los diagramas de árbol, además de los juegos y la manipulación, como recursos didácticos esenciales.

Referencias

Barratt, B. B. (1975). Training and transfer in combinatorial problem solving: The development of formal reasoning during early adolescence. *Developmental Psychology*, 11 (6): 700-704.

Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1998). A study on the stability of the equiprobability bias in 10-14 year-old children. En L. Pereira-Mendoza y cols. (Eds.), *Proceedings of the V International Conference on Teaching Statistics* (p. 1447). Singapore: IASE.

Batanero, C. y Navarro-Pelayo, V. (1991). La enseñanza de la combinatoria en los niveles no universitarios. *Guadalbullón*, 6: 41-49.

Batanero, C., Godino, J. D. y Navarro-Pelayo, V. (1994). *Razonamiento combinatorio*. Madrid: Síntesis.

Batanero, C., Godino, J. D. y Navarro-Pelayo, V. (1995). The use of implicative and correspondence analysis for assessing pupils' combinatorial reasoning. En R. Gras (Ed.), *Méthodes d'analyses statistiques multidimensionnelles en Didactique des mathématiques* (pp. 245-256). Rennes: IRMAR.

Batanero, C., Godino, J. D. y Navarro-Pelayo, V. (1997 a). Effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils. *Educational Studies in Mathematics*, 32: 181-199.

Batanero, C., Godino, J. y Navarro-Pelayo, V. (1997 b). Assessing combinatorial reasoning. En I. Gal y J. Garfield (Eds.), *The assesment challenge in statistics education* (pp. 239-252). Amsterdam: International Statistical Institute. e I.O.S. Press.

Brown, C. A. y Edward, A. S. (1990). *Discrete mathematics*. En N.C.T.M. (Eds.), *Results from the fourth mathematics assesment of National Assesment of Educational Progress*. Reston, Va: N.C.T.M.

Dubois, J.G. (1984). Une systématique des configurations combinatoires simples. *Educational Studies in Mathematics*, 15: 37-57.

Engel, A. (1973). *Probabilidad y Estadística*. Valencia: Mestral Universidad.

Engel, A., Varga, T. y Walser, W. (1976). *Hasard ou strategie?*. París: O.C.D.L.

English, L.D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics* 22: 451-474.

English, L.D. (1993). Children's strategies for solving two-and-three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (3): 255-273.

Fischbein, E. Pampu, I, y Minzat, I. (1970). Effects of age and instruction on combinatory ability in children. En E. Fischein (1975), *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics. An educational approach*. Dordrecht: Reide.

Fischbein, E. y Gazit, A. (1988). The combinatorial solving capacity in children and adolescents. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 5: 193-198.

Fischbein, E., Sainiti, M., y Sciolis, M. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22: 523-549.

Fischbein, E. y Grossman, A. (1997 a). Schemata and intuitions in combinatorial reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 34: 27-47.

- Fischbein, E. y Grossmann, A. (1997 b). Tacit mechanism of combinatorial intuitions. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.2, pp. 265-272). Lahti: Lahti Research and Training Centre.
- Fischbein, E. y Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education* 28(1), 96-105.
- Gascón, J. (1988). *El aprendizaje de métodos de resolución de problemas de Matemáticas*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Glaymann, M. y Varga, T. (1975). *Las probabilidades en la escuela*. Barcelona: Teide.
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference* (v.2, pp. 417-424). Universidad de Valencia, España.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpiska y J. Kilpatrick (Ed.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1988): *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D., Navarro-Pelayo, V. y Batanero, C. (1992). Analysis of student's errors and difficulties in solving combinatorial problems. *Proceedings of the XVI P.M.E.*, (v.1, pp. 241-248). University of New Hampshire. Durham.
- Green, D.R. (1981). *Probability concepts in school pupils aged 11-16 years*. Ph. D. Thesis. Loughborough University.
- Grimaldi, R. P. (1989). *Discrete and combinatorial mathematics: an applied introduction*. Reading, Ma: Addison-Wesley.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Hadar, N. y Hadass, R. (1981). The road to solving a combinatorial problem is strewn with pitfalls. *Educational Studies in Mathematics*, 12: 435-443.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Barcelona: Paidós.
- Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (Eds.) (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kapur, J. N. (1970). Combinatorial analysis and school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 111-127.
- Kenney, M. J. y Hirsch, C. R. (1991). *Discrete mathematics across the Curriculum, K-12*. 1991 Yearbook. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lecoutre, M.P. (1985). Effet d'informations de nature combinatoire et de nature fréquentielle sur les jugements probabilistes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6 (2-3): 193-213.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in «purely random» situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23: 557 - 568.
- Lecoutre, M. P. y Durand, J. L. (1988). Jugements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aléatoire. *Educational Studies in Mathematics*, 19 (3): 357-368.

Lecoutre M. P. y Fischbein E. (1998). Évolution avec l'âge de «misconceptions» dans les intuitions probabilistes en France et en Israel. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18 (1).

Maury, S. (1986). *Contribution à l'étude didactique de quelques notions de probabilité et de combinatoire à travers la résolution des problèmes*. Thèse d'État. Université de Montpellier II.

Maury, S. y Fayol, M. (1986). Combinatoire et résolution de problèmes au cours moyens première et deuxième années. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (1): 63-104.

Mendelsohn, P. (1981). Analyse procedurale et analyse structurale des activités de permutation d'objets. *Archives de Psychologie*, 49: 171-197.

Navarro-Pelayo, V. (1991). *La enseñanza de la combinatoria en el bachillerato*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Navarro-Pelayo, V. (1994). *Estructura de los problemas combinatorios simples y del razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Navarro-Pelayo, V. y Batanero, C. (1991). La combinatoria en los textos de bachillerato. *Investigación en la escuela*, 14: 123-127.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C., Godino, J. D. (1996). Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación matemática*, 8(1): 26-39.

N.C T.M. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Va: N. C. T. M.

Pérez Echeverría, M. P. (1990). *Psicología del razonamiento probabilístico*. Madrid: ICE de la Universidad Autónoma.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La g n se de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.

Polya, G. (1982). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Radatz, H. C. (1980). Students' errors in the mathematical learning: a survey. *For the learning of mathematics*, 1(1): 16-20.

Roa, R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matem tica avanzada*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Roa, R., Batanero, C., Godino, J. D. y Cañizares, M. J. (1996 a). Strategies in solving combinatorial problems by students with advanced mathematical background. En A. Gutiérrez y L. Puig (Eds.), *Proceedings of the XX PME Conference*, Valencia.

Roa, R., Batanero, C., Godino, J. D. y Cañizares, M. J. (1996 b). Estrategias en la resolución de problemas combinatorios por estudiantes con preparación matem tica avanzada. *Epsilon*, 36, 433-446.

Scardamalia, M. (1977). Information processing capacity and the problem of horizontal d calage: A demonstration using combinatorial reasoning tasks. *Child Development*, 48 (1): 28-37.

Serrano, L., Batanero, C., Ortiz, J. J. y Cañizares, M. J. (1998). Heurísticas y sesgos en el razonamiento estocástico de los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 10 (1): 7-25.

Varga, T. y Dumont, M. (1973). *Combinatoire, statistiques et probabilités de 6   14 ans*. Paris: O.C.D.L.

LA ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LA FORMACIÓN DE LOS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

María del Carmen Molina Ortín

*Facultad de Educación, Universidad de Zaragoza
cmolina@unizar.es*

La estadística, en la actualidad, sólo se incluye en la formación de maestros como parte de la asignatura Matemáticas y su Didáctica, dedicándose un tiempo insuficiente para su enseñanza. En esta breve comunicación argumentamos la necesidad de incluir asignaturas específicas de Estadística y su Didáctica en la formación del futuro Maestro de Primaria atendiendo a los contenidos curriculares de estadística en este nivel de enseñanza.

Importancia de las Matemáticas y su Didáctica en la Formación del Maestro

En la actualidad la formación de los maestros incluye temas muy variados, tanto de tipo profesional como otros encaminados a completar sus conocimientos sobre las materias que deberá enseñar en el futuro.

La Matemática y su Didáctica constituyen temas fundamentales en la formación del futuro maestro, quien deberá enseñar esta área curricular y tener en cuenta su utilidad para la resolución de problemas, la dificultad del lenguaje matemático necesario para el desarrollo de la ciencia y técnica, y el conjunto de conocimientos y conceptos matemáticos que han sido construidos y organizados a lo largo de la historia mediante un proceso social.

La especificidad del conocimiento matemático, y sus formas de razonamiento, requieren la adaptación a esta materia de las teorías de aprendizaje y herramientas pedagógicas. Todo ello justifica la dificultad e importancia del trabajo del maestro en la clase de matemáticas, ya que debe servir de mediador entre el conocimiento matemático y sus alumnos, proporcionándoles los instrumentos necesarios para potenciar su desarrollo matemático, así como las actitudes positivas hacia la materia.

La Didáctica de la Matemática es en la actualidad un área de conocimiento fuertemente enraizada, tanto a nivel científico como desde el punto de vista profesional. El esfuerzo realizado desde las asociaciones de profesores, departamentos de Didáctica de la Matemática y sociedades científicas ha llevado a una amplia producción de materiales didácticos, instrumentos de evaluación y conocimientos teóricos y prácticos sobre la enseñanza de los diferentes contenidos matemáticos y las dificultades del aprendizaje.

Es por ello que en las Facultades de Educación y Escuelas de Magisterio se viene impartiendo la asignatura "Matemáticas y su Didáctica" en las diversas especialidades de formación del profesorado, para tener en cuenta coordinadamente, tanto el saber sobre el propio contenido como el relacionado con el contenido didáctico.

La formación estadística en los Maestros

Como se indica en Batanero (2001) la enseñanza de la Estadística ha cobrado gran desarrollo en los últimos años y algunos países han dedicado grandes esfuerzos a diseñar el currículo y los materiales de enseñanza. El mayor peso que se da a la Estadística en los diferentes niveles educativos, tanto en España como en otros países, requiere una intensa preparación de los profesores para permitirles abordar con éxito los objetivos educativos correspondientes. Muchos profesores precisan incrementar su conocimiento, no sólo sobre la materia sino también sobre los aspectos didácticos del tema.

Godino, Batanero y Cañizares (1987) sugieren las siguientes razones para incluir la estadística y probabilidad en el currículo de primaria:

- Es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, es decir, es un componente de la cultura básica en nuestra sociedad;
- Es útil para la vida posterior, el trabajo y tiempo libre.
- Ayuda al desarrollo personal, fomentando el cultivo de las capacidades intelectuales y sociales;
- Ayuda a comprender otros temas del curriculum

Estas razones se cumplen igualmente en el caso de los maestros, para quienes la estadística es parte de su formación básica, simplemente para leer la prensa de forma crítica o comprender las noticias en los medios de comunicación. En la sociedad actual cualquier ciudadano se encuentra con conceptos estadísticos a diario en la prensa, la televisión y otros medios de comunicación, donde se aplican a diversos hechos para describirlos: por ejemplo, en las noticias de las campañas de los políticos para predecir el comportamiento de los votantes, en temas publicitarios para vender un producto,...

Aunque podríamos pensar que la "cultura estadística" es fácil de alcanzar, nos encontramos con frecuencia casos de incomprensión e infravaloración de la estadística, incluso entre universitarios e intelectuales. Un caso reciente es el artículo de Javier Marías en El Semanal del diario El País del 21 de Febrero de 1999, donde se

culpa a la Estadística por el bajo nivel de razonamiento de los ciudadanos, se la califica de "ciencia dudosa" y se ridiculizan conceptos como el de promedio. Coincido con el autor en que con más frecuencia de la deseada se obtienen estadísticas dudosas o se interpreta incorrectamente una estadística fiable.

La solución a este problema está en la educación, que debe incorporar lo antes posible la enseñanza de conceptos estadísticos básicos - como interpretación de gráficos sencillos y promedios- y fomentar en los ciudadanos una cooperación en la obtención de buenas estadísticas. En ello los maestros juegan un papel esencial.

Los maestros requieren el conocimiento estadístico para su trabajo posterior como profesores, no sólo en el tema de matemáticas, sino porque encontrarán gráficos e información estadística en los temas de sociales o ciencias naturales. Además, para comprender bien el proceso de evaluación, comparar sus resultados con los obtenidos por otros compañeros, decidir si un alumno se encuentra en un percentil extremo respecto a sus compañeros, el conocimiento estadístico es fundamental.

Por otro lado, el informe Cockcroft (1985) asegura que la estadística es una materia cultural imprescindible en la formación del individuo al afirmar que la competencia estadística requiere competencia de los números, reconocimiento de los niveles de precisión apropiados, elaboración de las estimaciones sensatas, sentido común en el uso de los datos para apoyar un argumento, conciencia de la variedad de interpretaciones posibles de los resultados y exacta comprensión de los conceptos de amplio uso tales como promedios y porcentajes. Puesto que todo esto forma parte de la vida diaria, una buena enseñanza de la estadística puede estimular a los alumnos a pensar correctamente sobre esos aspectos.

Un problema que nos encontramos para llevar a cabo la anterior formación es que el tiempo disponible es muy escaso. En la asignatura « El currículo de Matemáticas en la Educación Primaria» 8 créditos (cada crédito suponen 10 horas lectivas) se dedica un capítulo a: Interpretación, representación y tratamiento de la información. En otras especialidades la situación es aún peor, ya que solo se dan pequeñas pinceladas sobre Estadística y Probabilidad. Hay que tener también en cuenta que los alumnos que llegan a los estudios de Magisterio con frecuencia tienen conocimientos matemáticos muy deficientes, por lo que es necesario repasarles los temas como números y operaciones, geometría, magnitudes y su medida que deberán enseñar a sus futuros alumnos. Se une a ello una motivación escasa, ya que muchos estudiantes eligen Magisterio como segunda o tercera opción, una vez descartados los estudios por los que realmente se encuentran interesados. La falta de salidas profesionales hace que la motivación aún disminuya.

Es por ello que en el plan actual de formación de Maestros en sus diversas especialidades solo podemos dedicar, en el mejor de los casos, alguna hora al estudio de la estadística y su didáctica. Este tiempo es claramente insuficiente, puesto que muchos alumnos estudian estadística por primera vez. Aunque la enseñanza de la estadística se incluye en forma oficial en los currículos de Educación Primaria y Secundaria, muchos profesores de estos niveles dejan este tema para el final e incluso lo omiten.

En lo que sigue, razonaremos la importancia que la estadística debe tener en la formación de los futuros maestros, basándonos en su presencia en la Educación Primaria. Finalmente presentamos un Programa de Objetivos y Contenidos para la formación estadística de los futuros maestros.

La estadística en el currículo de Educación Primaria

En España, todas las expectativas sobre la enseñanza de la estadística estaban puestas en la Reforma de las enseñanzas no universitarias de 1992, donde se potencia la enseñanza de esta disciplina a unos niveles altamente satisfactorios.

Con la reordenación del sistema educativo, muchos son los cambios a los que los futuros profesores han debido o deben enfrentarse, lo que supone un proceso sumamente complejo a través del cual se intenta promover determinadas modificaciones en los sistemas escolares. Asimismo, la Reforma ha supuesto un cambio de paradigma, y se debe entrar en parámetros constructivistas, de aprendizajes significativos teniendo siempre en cuenta los conocimientos previos de los alumnos.

Analizaremos a continuación los contenidos de estadística en el currículo de Educación Primaria, para justificar adecuadamente la necesidad de formación estadística de los futuros maestros. Tomaremos el término «currículo» en la acepción de Stenhouse (1984) como actividad de planificar una formación.

Decreto de enseñanzas mínimas para la Educación Primaria (M.E.C.; BOE, 26-6-91)

El objetivo general 6 para el área de Matemáticas formulado por el M.E.C. incluye los conocimientos estadísticos en la forma siguiente:

«Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma».

Como vemos, este objetivo es muy amplio y puede interpretarse en forma muy variada. Este objetivo es desarrollado en el bloque de contenidos referido a organización de la información en términos de conceptos, procedimientos, actitudes y criterios de evaluación, que reproducimos a continuación:

Conceptos:

- La representación gráfica
- Las tablas de datos.
- Tipos de gráficos estadísticos: bloques de barras, diagramas lineales, etc.
- Carácter aleatorio de algunas experiencias

Procedimientos:

- Exploración sistemática, descripción verbal e interpretación de los elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.
- Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.
- Elaboración de gráficos estadísticos con datos poco numerosos relativos a situaciones familiares.
- Expresión sencilla del grado de probabilidad de un suceso experimentado por el alumno.

Actitudes:

- Actitud crítica ante las informaciones y mensajes transmitidos de forma gráfica y tendencia a explorar todos los elementos significativos.
- Valoración de la expresividad del lenguaje gráfico como forma de representar muchos datos.
- Sensibilidad y gusto por las cualidades estéticas de los gráficos observados o elaborados.

Criterios de evaluación

- Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de juegos de azar sencillos, y comprobar dicho resultado.

Contrastan estos criterios con la escasa formación que reciben los futuros Maestros. Vemos que se incluye no sólo el estudio de las tablas y gráficos, sino incluso una introducción a la probabilidad y algunos elementos de muestreo. Pensamos que todo ello se corresponde con la importancia que hoy día se da a lo que se conoce como "statistical literacy" o cultura estadística, importante para todo ciudadano.

Queremos también hacer observar que la probabilidad no recibe en este documento la atención que merece, pues son muchos los profesores que consideran que podrían introducirse situaciones aleatorias ya desde la primaria. Como ejemplo citamos el trabajo de García Pérez y Sobrino Reyes (1997), quienes relatan las actividades que han llevado a cabo con alumnos desde 5º curso de Primaria. Estos profesores, mediante la observación y el seguimiento de los niños que inicialmente presentaron más problemas, constataron que gran parte de los errores primitivos fueron corregidos de manera natural y espontánea.

También Pérez Cuenca propone situaciones basadas en juegos populares, como el juego de la piedra, piedra papel o tijeras, juegos de tablero, sorteos que son espontáneos entre los niños. Presenta también una gran cantidad de materiales que puede usarse para la enseñanza a estas edades.

Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática (N.C.T.M.; USA)

Un documento curricular de interés para los profesores es el elaborado por la prestigiosa asociación de profesores de matemáticas de EE.UU., National Council of Teachers of Mathematics, conocido como «Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática».

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

En este documento los contenidos estadísticos son mucho más amplios y dependen del nivel de enseñanza. Para el **nivel P-4** (Preescolar a 9 años) propone que el currículo incluya experiencias con análisis de datos y probabilidades para que los alumnos sean capaces de:

- recoger, organizar y describir datos;
- construir, leer e interpretar datos presentados de manera organizada;
- formular y resolver problemas que impliquen la recogida y análisis de datos;
- explorar el concepto de casualidad.

En los **niveles 5-8** (que corresponden a los dos últimos cursos de enseñanza primaria en España y los dos primeros de enseñanza secundaria obligatoria) el currículo de matemáticas debe incluir la exploración de la estadística en situaciones del mundo real para que el estudiante sea capaz de:

- recoger, organizar y analizar datos de forma sistemática;
- elaborar, leer e interpretar tablas y diversas representaciones gráficas;
- formular inferencias y argumentos convincentes que se basen en el análisis de datos;
- evaluar argumentos que estén basados en el análisis de datos;
- llegar a apreciar los métodos estadísticos como medios potentes en la toma de decisiones.

En el «Estándar» sobre '**probabilidad**' de los **niveles 5-8** sugiere la exploración de la misma en el mundo real para que los estudiantes sean capaces de:

- elaborar modelos de situaciones diseñando y llevando a cabo experimentos o simulaciones para estimar probabilidades;
- elaborar modelos de situaciones construyendo un espacio muestral para determinar probabilidades;
- apreciar las posibilidades de usar un modelo de probabilidad comparando los resultados experimentales con soluciones matemáticas esperadas;
- realizar predicciones que se basen en probabilidades experimentales o teóricas;
- llegar a reconocer el uso constante que se hace de la probabilidad en el mundo real.

Vemos que en estos currículos la estadística juega un papel mucho más importante, así como la probabilidad. Se da mucha importancia a que los estudiantes entiendan los conceptos y procesos usados para el análisis de datos, dado que su uso en la sociedad actual es cada vez más extenso tanto para realizar predicciones como para tomar decisiones.

Así, pues, el trabajo de la estadística en las clases debe centrarse en la participación activa de los estudiantes en el proceso completo, desde la formulación de preguntas clave, pasando por la recogida, organización y representación de datos, análisis de los mismos y elaboración de conjeturas, hasta la comunicación de la información obtenida de una manera clara y precisa.

El nuevo uso de las representaciones gráficas es, quizás, la mayor innovación de este currículo y lo que más posibilidades da de relación con otras áreas de la matemática. El análisis exploratorio de datos está relacionado con un movimiento general en Estadística que potencia y valora el uso de las representaciones gráficas como una buena herramienta de análisis y no sólo como un medio de comunicación.

Sin embargo, en los currículos españoles y en la actitud de los profesores todavía predomina la postura contraria, dándose poca importancia a los gráficos. El análisis de datos ha venido basándose fundamentalmente en el cálculo de estadísticos, restando importancia a la visualización de la representación de los mismos y equiparando el análisis con el modelo confirmatorio, cuyo único propósito consiste en poner a prueba una determinada hipótesis, suponiendo que el conjunto de valores se ajusta a un modelo preestablecido, sin pretender explorar cualquier otra información que puede deducirse de ellos

En consecuencia, si queremos que los futuros maestros estén preparados para poder enseñar los contenidos estadísticos a sus alumnos, debemos ampliar su formación.

Propuesta de Programa para una Asignatura Optativa de Estadística para Maestros

En vista de todos los razonamientos anteriores, creemos sobradamente justificado incluir una asignatura de Estadística y su Didáctica para Maestros de las diferentes especialidades. Esta asignatura podría ofertarse como materia optativa o de libre configuración y se podrían dedicar a ella unos 6 créditos.

La actitud de los futuros maestros hacia esta materia es favorable, como se pone de manifiesto en Estrada (1999). En este estudio, centrado en la evaluación de las actitudes hacia la estadística, los estudiantes de Magisterio y maestros en ejercicio encuestados reconocían la utilidad de la estadística y valoraban su naturaleza multidisciplinar y social, así como su presencia en la escuela. Sin embargo, los dos colectivos suscribían la necesidad de una mejor formación personal en la materia, y señalaban como aspectos críticos, respecto a la enseñanza, la escasa carga horaria de los planes de estudio, la metodología utilizada y las actitudes hacia la materia.

A continuación incluimos los objetivos y contenidos propuestos para una posible asignatura sobre esta temática. Rico y Sierra (1997) sugieren que al reflexionar sobre el currículo se debe tener en cuenta el colectivo de personas a formar, el tipo de formación que se quiere proporcionar, la institución donde se lleva a cabo la formación, las finalidades a alcanzar y los mecanismos de valoración. En nuestro caso, fijados la institución de enseñanza (enseñanza universitaria) y los alumnos (futuros maestros), analizaremos los objetivos de la enseñanza de la estadística, y contenidos que se espera adquieran los alumnos. La valoración tendrá en cuenta estos objetivos y contenidos, y debe ser un proceso continuo.

Objetivos:

1. Adquirir conocimientos básicos sobre los contenidos estadísticos elementales incluidos en el currículo de Educación Primaria.
2. Conocer las fuentes de información básicas sobre enseñanza y aprendizaje de la estadística e iniciarse en las técnicas de búsqueda de información sobre puntos concretos relacionados con la materia, que le permitan una labor continua de autoformación.
3. Analizar algunas teorías sobre el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas, desde el punto de vista de su posible eficacia en la enseñanza de la estadística.
4. Reflexionar sobre el papel del profesor en el proceso de aprendizaje de la estadística y valorar su importancia en el desarrollo de las actitudes y afectividad.
5. Adquirir competencias básicas para reconocer características del razonamiento estadístico, y dificultades en el aprendizaje en sus alumnos, que le permitan orientar adecuadamente la acción didáctica.

Contenidos:

1. El currículo de Estadística en la Educación Primaria.
2. Conceptos estadísticos elementales: Tablas y Gráficos. Medidas de Posición Central y Dispersión.
3. Utilidad de la estadística en la ciencia, técnica, política y trabajo profesional.
4. Materiales y recursos para la enseñanza de la estadística.
5. Algunas dificultades frecuentes en el razonamiento estadístico y el aprendizaje de la estadística.
6. Análisis de unidades didácticas para la enseñanza de la estadística.

Para alcanzar los anteriores objetivos y trabajar los contenidos que hemos explicitado, pensamos que la metodología de enseñanza debe huir de la tradicional exposición en pizarra y trabajo algorítmico de cálculo. La estadística debe ser enseñada con metodología constructivista, proponiendo a los futuros maestros la elaboración de proyectos sobre un tema de su interés. Por ejemplo, se podría tratar de comparar el rendimiento de dos grupos de alumnos, analizar los resultados de las puntuaciones en un test o en un examen, o analizar los resultados de una escala de actitudes.

A partir de estos proyectos (que los alumnos pueden trabajar en grupos) se introducirá a los futuros maestros en las ideas de población y muestra, variable estadística y sus tipos, tablas y gráficos, medidas de posición y dispersión.

Si es posible, sería deseable que los futuros maestros trabajen con calculadoras u ordenadores y produzcan un informe sobre los resultados de su proyecto. Lo importante no es la actividad de cálculo, sino la interpretación y análisis de los datos, la argumentación, la producción de informes razonados y la presentación gráfica.

Es interesante concienciar a los futuros maestros de la importancia de una gráfica bien cuidada y de sus cualidades estéticas, así como de los posibles sesgos que, voluntaria o involuntariamente, se puede transmitir cuando se cometen errores en las elecciones de las escalas, etiquetas o tipos de gráficos.

Pero lo más importante es educar las actitudes de los futuros profesores hacia la estadística. Por todo lo expuesto anteriormente es evidente que para cualquier persona "educada" es un objetivo serio y legítimo llegar a conocer y apreciar la importancia de los métodos estadísticos que le ayudarán a entender y valorar mejor el complejo mundo físico y social en el que vivimos. Si queremos que los futuros ciudadanos colaboren con las oficinas de estadística proporcionando datos fiables y que valoren el trabajo estadístico, debemos comenzar por cultivar estas actitudes en los futuros maestros. Al fin y al cabo, son ellos los que deben transmitir la cultura estadística, educando a los niños y fomentando su interés por la materia.

Referencias

- Batanero (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Educación Estadística, Universidad de Granada.
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R. y Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), 527-547.
- Cockroft, Informe (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. MEC.: Madrid.
- Estrada, A. (1999). *Actitudes hacia la estadística en profesores en estudiantes de magisterio y maestros en ejercicio*. Universidad Autónoma de Barcelona.
- García Pérez, M. T. Y Sobrino Reyes, M. (1997). El azar en primaria. *Epsilon*, 13(1), 91- 98.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis: Madrid.
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.
- Pérez Cuenca, P. (1995). Actividades de probabilidad para la enseñanza primaria. *UNO*, 5, 113-122.
- Rico, L. y Sierra, M. (1997). Antecedentes del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemática en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.

CORRELACIÓN Y REGRESIÓN EN LOS PRIMEROS CURSOS UNIVERSITARIOS

Antonio Estepa

*Universidad de Jaén
Departamento de Didáctica de las Ciencias
Campus Las Lagunillas s/n
23071 Jaén
aestepa@ujaen.es*

Francisco T. Sánchez Cobo

*Universidad de Jaén
Departamento de Matemáticas
Escuela Politécnica Superior
Avda. Madrid, 35
23071 Jaén
fsanchez@ujaen.es*

RESUMEN

En este trabajo realizamos un breve resumen de la investigación llevada a cabo sobre la asociación estadística de interés para la enseñanza del tema. Se presenta un estudio sobre la caracterización del conocimiento que los estudiantes de los primeros cursos universitarios tienen sobre la correlación y regresión estadísticas después de recibir un curso de estadística descriptiva en los primeros cursos universitarios. Se presentan las estrategias que utilizan los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas sobre correlación y regresión. Se discuten las dificultades y errores que presentan los estudiantes sobre diferentes conceptos relacionados con la correlación y regresión estadísticas, extrayendo conclusiones de interés para la enseñanza del tema.

1. LA INTRODUCCIÓN

La Estadística está adquiriendo cada vez más presencia en la sociedad actual debido a su enorme posibilidad de aplicación, tanto en la vida social, como en los diversos campos que conforman el conocimiento científico (Tanur, 1977). La sociedad actual demanda a su sistema educativo una formación estadística que capacite a sus ciudadanos para entender, comprender y resolver, en su caso, la diversidad de información y problemas, tanto científicos como sociales que precisen de conocimiento estadístico. En consecuencia, los currícula educativos han visto incrementados sus contenidos estadísticos, en la enseñanza primaria y secundaria y en una gran diversidad de estudios universitarios. Esta incorporación de los contenidos estadísticos a los programas educativos demanda investigación didáctica, que, aunque hasta hace poco era prácticamente inexistente, poco a poco empieza a surgir, quedando aún mucho camino por recorrer.

Uno de los contenidos estadísticos, de gran importancia, tanto en si mismo como por ser prerrequisito previo para continuar avanzando en el conocimiento estadístico es la asociación estadística, entendiéndose por tal la extensión del concepto de correlación a variables cualesquiera incluso no numéricas (Hildebrand y cols., 1977). La asociación estadística aparece en los currícula de enseñanza secundaria y en los cursos universitarios, bien en sus tres campos de problemas (tablas de contingencia, correlación y comparación de muestras) o bien, en alguno de ellos.

2. INVESTIGACIONES ANTERIORES

A pesar de su importancia, estadística y curricular, la investigación llevada a cabo, de interés para la enseñanza del tema, es escasa y procede fundamentalmente de la Psicología y de la Didáctica de la Matemática.

Investigaciones psicológicas

Pozo (1987) sitúa las investigaciones psicológicas sobre asociación estadística dentro de las relacionadas con el pensamiento causal. Los pioneros en este tipo de investigaciones fueron Inhelder y Piaget (1955) quienes estudian el desarrollo evolutivo del concepto de asociación, considerándolo como el último paso para comprender el concepto de probabilidad. En consecuencia, los antecedentes evolutivos de los dos conceptos son los mismos y la comprensión de la idea de asociación implica, para estos autores la de proporción y probabilidad, requiriendo la capacidad combinatoria.

La toma de decisiones es una actividad importante, cuyo análisis es objeto de estudio en diversas disciplinas como Economía, Dirección de Empresas, Estadística o Sociología. En este ámbito, una destreza importante es la realización de juicios sobre la existencia o inexistencia de asociación (juicios de asociación) entre variables (Alloy y Tabachnik, 1984). El estudio de los juicios de asociación en psicología fundamentalmente se ha llevado a cabo en problemas de tablas de contingencia 2x2, que es el problema más simple de asociación que podemos definir, ya que las dos variables consideradas son dicotómicas. Estas investigaciones, las podemos clasificar, según el objetivo del estudio (Estepa, 1994): a) estrategias empleadas para resolver el problema, por ejemplo, Pérez Echeverría (1990) estudia siete tipos de estrategias, según las celdas de la tabla de contingencia utilizadas para resolver el problema, agrupándolas en cinco niveles, llegando a la conclusión que las estrategias de tipo normativo eran poco utilizadas; b) influencia de las teorías previas, en estas investigaciones se observa como los sujetos, al realizar el juicio de asociación, se guían más por sus creencias sobre el contexto del problema que por los datos presentados en el problema, se consideran dos conceptos relacionados con las teorías previas: *correlación ilusoria* "cuando percibimos que existe una correlación basándonos en nuestras propias teorías, pero no existe ningún hecho empírico que las sustente, se habla de 'correlación ilusoria' (Murphy y

Medin, 1985, pp. 101) e *ilusión de control* "como ilusión de control se define la expectativa inapropiada de que la probabilidad de un éxito personal sea más alta que lo que garantiza la probabilidad objetiva" (Langer, 1975, pp.232); c) exactitud de los juicios de asociación, en general, no suelen ser muy exactos dependiendo de varios factores como signo e intensidad de la asociación, datos ofrecidos y forma de presentarlos, ... y d) el contexto y la presentación de la información también influyen en los juicios de asociación realizados.

Investigaciones de tipo didáctico sobre asociación estadística

La investigación de tipo didáctico sobre la asociación estadística es escasa a pesar de la importancia del tema. En Didáctica de la Matemática es interesante el estudio del desarrollo histórico de un concepto, el desarrollo histórico de la idea de asociación se lleva a cabo en Estepa y Sánchez Cobo (1994). El estudio de las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas de asociación en sus diferentes campos de problemas se ha llevado a cabo en Godino Batanero y Estepa (1990), Estepa (1994), Batanero Estepa Godino y Green (1996), Estepa y Batanero (1995, 1996), en algunos de estos estudios se ha puesto de manifiesto que los alumnos utilizan teoremas en acto, es decir, elementos cognitivos que permiten que la acción del sujeto sea operatoria (Vergnaud, 1990). Mediante el estudio de las estrategias utilizadas, el juicio de asociación efectuado y las argumentaciones de los estudiantes cuando resuelven problemas de asociación se han deducido cuatro concepciones iniciales sobre la asociación estadística:

Concepción determinista de la asociación: Cuando el estudiante solo admite para un valor de la variable independiente, un solo valor para la variable dependiente, algunos estudiantes al observar que existe más de un valor para la variable independiente, declaran la independencia entre las variables.

Concepción unidireccional de la asociación: Cuando el estudiante percibe la existencia de asociación solamente cuando es positiva, considerando la negativa como independencia.

Concepción local de la asociación: Cuando el estudiante realiza el juicio de asociación basándose en parte de los datos presentados y no en todos; si la parte de datos considerada presenta un tipo de asociación, adopta este tipo para todo el conjunto de datos.

Concepción causal de la asociación: Cuando el estudiante exige la existencia de relación causal para afirmar la existencia de asociación (Batanero Estepa Godino y Green, 1996 y Estepa y Batanero, 1996)

En Batanero Estepa y Godino (1997), Batanero Godino y Estepa (1998) y Batanero y Godino (1998) se llevan a cabo experimentos de enseñanza de la asociación estadística que utilizan el ordenador, poniendo de manifiesto la dificultad de la tarea debido a su complejidad ya que requiere conocimientos y destrezas, gráficos y numéricos y representaciones gráficas y descriptivas. También se constata la dificultad de superar las concepciones erróneas sobre la asociación, siendo persistente, después de la enseñanza la concepción causal. Mediante el estudio del proceso de aprendizaje de una pareja de alumnos se describen 9 actos de comprensión, en el sentido de Sierpinska (1994), necesarios para apropiarse de la idea de asociación.

Investigaciones sobre correlación y regresión estadísticas.

Hasta aquí hemos tratado, de forma general y resumida, las investigaciones sobre asociación estadística. Como la parte experimental de este trabajo se refiere a correlación y regresión, resumiremos aquí la investigación llevada a cabo de interés para este tema. Podemos destacar tres investigaciones de tipo psicológico sobre correlación y regresión: Erlick y Mills (1985) estudian los juicios de asociación en diagramas de dispersión, llegando a la conclusión de que la estimación mejora cuando hay más datos y la correlación es alta. Para Lane Anderson y Kellan (1985) la estimación de la correlación es más exacta cuando se dan los datos en forma gráfica que cuando se dan en forma tabular. Jennings, Amabile y Ross (1982) concluyen que cuando existen teorías previas se sobrestima la correlación, mientras que cuando no existen teorías previas es necesaria una correlación fuerte para que los sujetos la detecten.

Morris (1997) estudia las concepciones de los estudiantes sobre la correlación y las tareas más adecuadas para valorar su comprensión; encuentra la concepción causal de la asociación y dificultades y confusiones con el signo de la misma. En cuanto a las tareas para valorar su comprensión, no encuentra un tipo de tarea definitivo. Truran (1997) compara la evaluación de dos cursos impartidos en universidades de Australia y Malasia sobre coeficientes de correlación y dispersión; interpretación de la ecuación de regresión, pendiente y punto de corte con el eje de ordenadas y restricciones con la predicción. Sus conclusiones reflejan pocas diferencias entre los estudiantes de ambas naciones. Casi todos los alumnos identifican correlación moderada y negativa, encuentra la concepción determinista de la asociación. También encuentra que algunos estudiantes

argumentan, de modo razonable, las reservas que se deben tener con las extrapolaciones como: la intensidad de la correlación y el tamaño de la muestra.

Estepa y Batanero (1996) estudian los juicios de correlación a partir del diagrama de dispersión, las estrategias utilizadas para realizar los juicios y las concepciones previas que se desprenden de estos estudios, encuentran las concepciones determinista, local y causal, que influyen en los juicios de asociación y estrategias diferenciadas para este campo de problemas.

La presentación de la correlación y regresión en los libros de texto de bachillerato se lleva a cabo en Sánchez Cobo (1996), analizando también los ejercicios propuestos, de esta forma se caracterizó el significado institucional de este tema en este nivel de enseñanza. Entre los hechos encontrados podemos citar un enfoque teoría-práctica en el desarrollo de los temas o bien aplastante mayoría de correlaciones positivas, frente a las negativas e independencia en ejemplos y ejercicios, o bien, también gran mayoría de correlaciones fuertes frente a correlaciones moderadas o nulas en los ejemplos y ejercicios, todo esto puede llevar a los estudiantes a pensar que solo existe la correlación positiva (concepción unidireccional) o que para que exista correlación, esta debe ser muy fuerte (Estepa y Sánchez Cobo, 1998).

Un estudio sobre el significado de la correlación y regresión en estudiantes universitarios se lleva a cabo en Sánchez Cobo (1999), donde se compara el significado institucional de la correlación y regresión en bachillerato y primeros cursos universitarios. Se estudian las propiedades más sobresalientes de la covariación, dependencia estadística, coeficiente de correlación lineal y recta de regresión, donde se encontraron dificultades y falta de relación de algunas propiedades con otras. También se estudió la estimación que de la correlación hacen los alumnos a partir de diversas representaciones (descripción verbal, diagrama de dispersión, tabla) e interpretación de valores numéricos del coeficiente de correlación y construcción de situaciones asociadas, representadas en forma verbal y gráfica, se observó que la exactitud de la estimación depende de las variables de tarea: tipo de tarea, intensidad de la correlación, tipo de covariación y tipo de dependencia, (Sánchez Cobo, Estepa y Batanero, 2000).

3. MARCO TEÓRICO, OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN Y METODOLOGÍA

La parte experimental que presentamos es parte de un trabajo de investigación más amplio sobre el significado de la correlación y regresión para estudiantes universitarios (Sánchez, 1999).

Marco teórico

Siguiendo a Godino y Batanero, (1994, 1998), consideramos la Matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como sistema conceptual lógicamente organizado y como lenguaje simbólico. Los problemas matemáticos y la actividad de resolución se caracterizan por los "objetos matemáticos" (números, operaciones, ...), representaciones, extensión y generalización de las soluciones, simbolizaciones, validaciones, ... en definitiva matematizar, Freudenthal (1991). Los problemas matemáticos que comparten conceptos y modos de resolución similares se agrupan en campos de problemas. Cuando una persona se enfrenta a la resolución de un problema realiza una serie de actividades para dar una solución, comunicársela a otros, generalizarla a otros contextos o validar esa solución, a este tipo de actividad se llama *práctica personal*, cuando tiene sentido para el resolutor se llama *práctica significativa*. Los problemas y las situaciones problemáticas son compartidas por un grupo de personas que se dedica a resolverlos, de acuerdo con unos modos de resolución también compartidos, formando lo que llamamos una *institución*, al modo de resolver pertinente y comúnmente aceptado se llama *prácticas institucionales*. De las prácticas institucionales emergen entes abstractos que se denominan *objetos institucionales*. Cuando una persona resuelve un campo de problemas realiza una serie de prácticas significativas que se denominan *sistema de prácticas personales*. De estos sistemas de prácticas personales asociadas a un campo de problemas emergen los *objetos personales*, que son progresivos, como consecuencia de la experiencia y el aprendizaje. Se denomina *significado personal/institucional del objeto* a los sistemas de prácticas de donde emergen objetos personales/institucionales. Los objetos que se ponen en juego en la actividad matemática se consideraran como elementos de los significados (enunciados, notaciones, símbolos, operaciones, conceptos, proposiciones, demostraciones, comprobaciones, ...), entendidos como sistema de prácticas. En consecuencia cada elemento de significado se caracteriza por un sistema de prácticas. De la comparación del sistema de prácticas personales con las institucionales, podemos deducir el estado del conocimiento del sujeto sobre un objeto matemático.

Todos los estudiantes no construyen los mismos conocimientos sobre un mismo objeto matemático, es más, algunos estudiantes pueden atribuirles connotaciones no pertinentes desde el punto de vista matemático. Para denominar los diversos puntos de vista, conocimientos y creencias de los estudiantes sobre un mismo objeto matemático, se emplea el término *concepción del sujeto*. Se distinguen dos ámbitos para las concepciones: a) El estado cognitivo global que tiene en cuenta la totalidad de la estructura cognitiva del sujeto (Confrey, 1990) y b) el ámbito local de las concepciones, ligado a los problemas en cuya resolución intervienen. Este ámbito local es accesible a la investigación didáctica, debido a su carácter más limitado, (Artigue, 1990).
Objetivo del estudio

En (Estepa, 1994) y en otras fuentes bibliográficas se había observado que los estudiantes tienen dificultad para determinar el sentido de la asociación (directa, inversa o independencia). Además, en Sánchez Cobo, (1996) y Estepa & Sánchez Cobo, (1998) habíamos detectado que en los libros de texto de Educación Secundaria se presta poca atención al centro de gravedad de los diagramas de dispersión (\bar{x}, \bar{y}) , es decir, el punto del diagrama definido por las medias de las dos variables, la distinción entre la variable explicativa y la explicada y problemas de predicción, utilizando las rectas de regresión. Nos marcamos como objetivo caracterizar el significado de los anteriores elementos de significado de la correlación y regresión, así como el campo de problemas de predicción, para los alumnos de algunos cursos introductorios de estadística en las carreras universitarias, para ello incluimos en el cuestionario general dos problemas a los que respondió la muestra de estudiantes considerada y cuyos resultados analizaremos después.

Muestra

La muestra estuvo formada por 193 estudiantes (57 hombres y 136 mujeres) de la Universidad de Jaén. 104 de la Diplomatura de Empresariales (37 hombres y 67 mujeres) y 89 (20 hombres y 69 mujeres) de la Diplomatura de Enfermería. 109 tenían una formación preuniversitaria orientada a ciencias y 84 a letras. 117 (60,6%) estudiantes no habían estudiado estadística en su formación preuniversitaria. 162 (83,9%) de los estudiantes creen que la asignatura de estadística tiene suficiente, bastante o mucho interés para su formación dentro del plan de estudios. 155 (80,3%) de los estudiantes creen que los temas de correlación y regresión tienen suficiente, bastante o mucho interés dentro del programa de la asignatura de estadística que estudiaban.

El programa de la asignatura de Estadística que estudiaban los alumnos de la muestra comprendía contenidos fundamentales de estadística descriptiva como: tablas de frecuencias y gráficos, medidas de centralización y dispersión, simetría y curtosis, variables estadísticas bidimensionales, tablas de contingencia, covarianza y correlación, regresión lineal y polinómica, muestreo, distribución en el muestreo, intervalos de confianza y test de hipótesis. Con el fin de estudiar la enseñanza realizada, se analizaron la programación del profesor del tema de correlación y regresión y los apuntes de los alumnos.

Cuestionario

El cuestionario de la investigación completa estuvo formado por 12 ítems de elección múltiple, 6 tareas donde los estudiantes debían estimar el coeficiente de correlación a partir de diferentes representaciones y dos problemas, los resultados de estos dos problemas se discutirán en este trabajo. Los dos problemas, en concreto fueron:

Problema 1

Una recta de regresión tiene una pendiente de 16 y corta al eje de ordenadas en el punto $y = 4$. Si la media de la variable independiente es 8, ¿cuál es la media de la variable dependiente?

Problema 2

La siguiente tabla muestra el número de bacterias por unidad de volumen que están presentes en un cultivo después de un cierto número de horas.

Número de horas	1	2	3	4	5
Número de bacterias por unidad de volumen	18	21	33	54	61

- Calcule el coeficiente de correlación lineal
- Decir qué tipo de relación (directa, inversa o independencia) existe entre ambas variables
- Determine la recta de regresión de y , número de bacterias por unidad de volumen, sobre x , número de horas
- ¿Qué número de bacterias cabe esperar que habrá, transcurridas 2'5 horas? ¿Y cuando pasen 6 horas?
- ¿Qué tiempo deberá pasar para que el número de bacterias del cultivo sea de 27?

El primer problema tomado de Cruise, Dudley y Thayer (1.984, pp. 288). Es un verdadero problema para los alumnos en el sentido de que es «una situación que implica un objetivo que hay que conseguir, hay obstáculos para alcanzar ese propósito, y requiere deliberación, ya que quien lo afronta no conoce ningún algoritmo para resolverlo. La situación es habitualmente cuantitativa o requiere técnicas matemáticas para su resolución y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema» (House, Wallace y Johnson, 1.983, pág. 10). En su resolución los estudiantes deben utilizar conocimientos matemáticos como son los conceptos de recta en el plano, de pendiente de una recta y el corte de una recta con el eje de ordenadas y, estadísticos como es el hecho de que la recta de regresión pasa por el centro de gravedad del diagrama de dispersión, fundamental para la aproximación intuitiva de la recta de regresión a partir del diagrama de dispersión. De esta manera se relaciona el contexto geométrico y el estadístico de esta situación, pues el estudiante debe saber interpretar los conceptos de pendiente de una recta y de ordenada en el origen (Truran, 1.997). Por último, el estudiante debe utilizar la predicción, característica esencial de la regresión.

El segundo problema es una adaptación del que aparece en Vizmanos y Anzola (1988, pp. 372). Además de los cálculos del coeficiente de correlación y de las rectas de regresión, se pretende caracterizar el uso que los alumnos hacen de ellos. En el apartado b) se pretende que el estudiante, después de calcular el coeficiente de correlación declare si la correlación es directa, inversa o si existe independencia, ya que, en investigaciones anteriores (Batanero, Estepa, Godono y Green, 1996) se había observado que en este punto existen dificultades. Los apartados d) y e) se dirigen a explorar si el alumno ha interiorizado debidamente la predicción y llega a comprender su naturaleza estocástica (Truran, 1997), si hace un uso adecuado de ella utilizando la recta de regresión adecuada, al mismo tiempo si tiene en cuenta las restricciones que deben imponerse a la extrapolación.

4. RESULTADOS

4.1. Cálculo del coeficiente de correlación a partir de una tabla de datos de una distribución estadística bidimensional (problema 2, a)

De los 193 estudiantes de la muestra, 168 (87,05%) han respondido a esta cuestión, en la tabla 4.1.1. se resumen las respuestas ofrecidas por los estudiantes que han respondido a la pregunta. La enseñanza recibida proporcionaba dos formulas para calcular el coeficiente de correlación: $r = s_{xy} / (s_x s_y)$ y el coeficiente de determinación $r^2 = b \cdot b'$, siendo b y b' los coeficientes de regresión lineal de las rectas Y/X y X/Y.

Tabla 4.1.1. Frecuencia y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas, según los procedimientos de resolución del Problema 2 apartado a)

PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN	RESPUESTA		
	Correcta Frecuencia (%)	Incorrecta Frecuencia (%)	Total Frecuencia
Utiliza la fórmula $r = s_{xy} / (s_x s_y)$	106 (65,8)	55 (34,2)	161
Utiliza una expresión inadecuada del coeficiente de correlación		5 (100,0)	5
Utiliza el coeficiente de determinación		2 (100,0)	2
No responde			25
Total	106 (63,1)	62 (36,9)	193

Aproximadamente, dos tercios de los 161 alumnos que han utilizado una fórmula correcta para calcular el coeficiente de correlación, han dado una respuesta inadecuada. Los cálculos mal efectuados es el principal error que cometen, pues le ha ocurrido a 22 estudiantes de los 55, lo que supone un 40 % de las respuestas incorrectas, también ha influido un uso inadecuado de la calculadora o el uso de expresiones inadecuadas para el cálculo de la desviación típica y covarianza. Algunos alumnos dibujan un diagrama de dispersión para intuir el resultado pedido. Entre las argumentaciones ofrecidas es interesante reseñar las siguientes: tener conciencia de que el resultado obtenido no es correcto, por no estar comprendido en el intervalo [-1, 1], pero no ser capaz de calcular el correcto; reconocimiento de que el resultado obtenido es incorrecto a la vista del diagrama de dispersión.

A la vista de estos resultados, podemos concluir que la mayoría de los alumnos utiliza una expresión adecuada para calcular el coeficiente de correlación, que algunos errores son debidos al cálculo y que algunos estudiantes tienen concepciones erróneas sobre la correlación.

4.2. Cálculo de la media de la variable explicada a partir de los datos ofrecidos en el problema 1

En este problema el estudiante debe recabar de su repertorio de conocimientos analíticos aquéllos que están relacionados con las nociones sobre la regresión lineal estadística. Entre otros, es pertinente reseñar el centro de gravedad \bar{y} , y su relación con la recta de regresión, la pendiente (Azcárate, 1.990) y la ordenada del punto de corte de la recta de regresión con el eje OY (N.C.T.M., 1.992; Truran, 1.997). Asimismo, debe tenerse en cuenta que las características de la variable estadística bidimensional considerada son, respecto a la correlación, siempre simétricas. Pero en relación con la regresión depende del tipo de covariación (Barbancho, 1.973) presentado en el contexto o en las condiciones del problema. Si la dependencia es causal unilateral, la característica explicativa y la característica explicada quedan determinadas de forma unívoca. Si el tipo de covariación es uno de los cuatro restantes - interdependencia, dependencia indirecta, concordancia y covariación casual - el resolutor debe decidir qué recta de regresión hay que emplear, Y sobre X o X sobre Y, y, desde ese momento, quedan determinadas ambas características, explicativa y explicada.

Cabe destacar que este problema ha sido difícil para esta muestra de estudiantes, ya que han dado respuesta 2/3 de los estudiantes, 129 (66,8%), de la muestra. En la Tabla 4.2.1, hemos clasificado las respuestas, por procedimiento seguido y tipo de solución. 122 de los 129 estudiantes que han respondido (94,57%) han utilizado una o ambas rectas de regresión para resolver el problema, aunque como se puede observar, la mayoría (82,17%) usa la recta de regresión de Y/X; un diez por ciento utiliza la recta X/Y y el resto las dos rectas de regresión.

Tabla 4.2.1. Frecuencia y porcentaje de soluciones correctas e incorrectas, según los procedimientos de resolución del Problema 1

PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN	RESPUESTA		Total
	Correcta Frecuencia (%)	Incorrecta Frecuencia (%)	
Frecuencia $y=mx + n$	31 (38,3)	50 (61,7)	81
$y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$	8 (34,8)	15 (65,2)	23
Usa ambas expresiones recta regresión de Y/X $y=m'y + n'$	2 (100)		2
	2 (11,1)	7 (88,9)	9
$x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y})$		4 (100)	4
Usa dos rectas de regresión	2 (66,7)	1 (33,3)	3
Usa un parámetro estadístico		7 (100)	7
No responde			64
Total	45 (34,9)	84 (65,1)	193

4.2.1. Uso de la recta de regresión de Y sobre X

El 80,62% de los alumnos que han respondido han utilizado la recta de regresión de Y/X, distinguimos tres casos: a) usa la expresión explícita de la recta de regresión, b) usa la expresión punto-pendiente de la recta de regresión, y, c) otros procedimientos.

Usa la expresión explícita de la recta de regresión. 81 estudiantes han utilizado exclusivamente la ecuación explícita de la recta $y = mx + n$, las condiciones expresadas en el enunciado no determinan de forma unívoca las variables dependiente e independiente. En consecuencia, no es de extrañar que una de las dificultades más notables que han aflorado en este caso, es confundir la variable explicativa con la explicada, con una frecuencia

de 27 alumnos de los 50 que han usado la ecuación $y = mx + n$. Esto supone el 54 % de las respuestas incorrectas entre estos alumnos, lo que ha conducido a estos estudiantes a intercambiar la media de X con la de Y.

Otra dificultad a tener en cuenta es la interpretación incorrecta de los parámetros m y n en la ecuación de la recta $y = mx + n$ (N.C.T.M., 1.992; Truran, 1.997), conmutando sus valores (Azcarate, 1.990), o bien, asignándoles valores inadecuados, la cual presenta una frecuencia de 9 alumnos. Un ejemplo de respuesta: « $y = a + bx$, $y = 4$, $a = 16$, $x = ?$, $4 = 16 - 8x$, $12 = 8x$, $x = 12 / 8 = 1,5$ »

Usa la expresión punto-pendiente de la recta de regresión. 23 estudiantes de los 106 que han utilizado la recta Y/X han utilizado la expresión punto-pendiente de la recta de regresión. Una dificultad a destacar es que, al sentir la necesidad de conocer un punto de la recta, no se han dado cuenta que este punto era el corte de la recta con el eje de ordenadas, dado en el enunciado del problema. Otra dificultad ha sido: uso de una expresión inadecuada de la recta de regresión Y/X (7 estudiantes), también vuelve a aparecer la confusión entre las variables dependiente

e independiente (7 alumnos). Sin embargo ha sido más fácil para los estudiantes interpretar que, en este caso, la pendiente de la recta es que cuando utilizaban la ecuación explícita de la recta ($y = mx+n$) interpretar que la pendiente es m.

Otros procedimientos. Dos alumnos se sirven de ambas expresiones de la recta de regresión de Y sobre X, la ecuación explícita y la ecuación punto-pendiente. Los dos desconocen que el centro de gravedad pertenece a la recta de regresión, observan que la media de la variable dependiente se encuentra en la expresión de la ecuación punto-pendiente, comparan ambas expresiones y determinan la media de la variable explicada, llegando a una solución correcta

4.2.2. Uso de la recta de regresión de X sobre Y

Trece alumnos, de los 129 que han respondido este problema (10,1 %), han utilizado la recta de regresión de X sobre Y, lo que en términos generales, y, dado que el problema se plantea en forma abierta, no se puede considerar que confundan la variable dependiente con la independiente. De éstos 13, 9 emplean la expresión de la ecuación explícita de la recta de regresión, $x = m' y + n'$, y sólo 2 de ellos responden de forma correcta. Los 4 restantes usan la ecuación punto-pendiente de la recta de regresión, .

Se repiten las dificultades encontradas anteriormente, confusión entre la variable explicativa y la explicada y el intercambio de papeles entre el punto de corte con el eje de ordenadas y la pendiente de la recta de regresión.

4.2.3. Uso de las dos rectas de regresión Y sobre X y de X sobre Y.

Tres alumnos se sirven de ambas rectas de regresión, Y sobre X y X sobre Y. Podemos considerar que ésta es la mejor respuesta, pues, como indicábamos anteriormente, el problema se planteó de forma abierta y, por tanto, es plausible considerar a X como variable explicativa o como variable explicada.

En resumen, podemos concluir que la dificultad más importante con la que se enfrentan los sujetos de la muestra que utilizan una sola expresión para una única recta de regresión, es la de discriminar entre la variable explicativa y la variable explicada, no habiéndolas diferenciado de forma pertinente el 50 % de los estudiantes que responden de forma incorrecta a este punto (38 alumnos de 76).

Aunque las expresiones de la ecuación de la recta de regresión, punto-pendiente y explícita, son, obviamente, equivalentes, estos alumnos emplean como herramienta más operativa la punto-pendiente, pues en ella identifican mejor la pendiente que en la forma explícita; sin embargo, utilizan con más frecuencia la forma explícita, probablemente debido al enunciado del problema.

Finalmente, hemos de advertir que, aunque no presenten una frecuencia significativa, 7 alumnos de 129 intentan resolver este problema apoyándose en conceptos estadísticos, algunos de los cuales se encuentran en el enunciado del problema; para ello usan parámetros estadísticos como, por ejemplo, la media, la covarianza, etc., siendo aplicados todos estos procedimientos de forma inadecuada.

4.3. Determinación de la recta de regresión de y sobre x a partir de una tabla de datos de una distribución estadística bidimensional (problema 2 c)

162 estudiantes han respondido a esta cuestión, siendo la tasa de respuestas del 83,9%. En la tabla 4.4.1, se ofrecen las respuestas, según la estrategia utilizada en la resolución.

Los estudiantes han calculado, bien una recta de regresión, 82,1 % del total de respuestas, o ambas rectas, 17,9 % del total de respuestas. Es de resaltar que la mitad de los estudiantes que responden (81 de 162) lo hacen de forma inadecuada, siendo esta una actividad tan primordial para este tema.

De los 133 que usan una recta de regresión, utilizan la expresión de la ecuación punto-pendiente de la recta regresión de Y sobre X un 97,0 %, mientras que, por el contrario, usan la recta de regresión de X sobre Y un 3,0 % de estas 133 respuestas.

El 17,9 % hallan tanto la recta de regresión de Y sobre X como la de X sobre Y. Esto puede ser debido a que no saben claramente qué recta hay que determinar en este apartado o a que, como posteriormente - Problema 2 apartado e) - necesitarán la recta de regresión de X sobre Y, deciden obtenerla en este apartado, pero no hacen ninguna indicación al respecto. En cuanto a los errores que cometen los alumnos son, esencialmente, similares a los expuestos cuando hemos tratado el cálculo del coeficiente de correlación.

Tabla 4.4.1. Frecuencia y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas, según las estrategias de resolución del Problema 2 apartado c)

ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN	RESPUESTA		Total
	Correcta Frecuencia (%)	Incorrecta Frecuencia (%)	
Frecuencia			
Calcula la recta de regresión de Y sobre X	81 (62,8)	48 (37,2)	129
Calcula la recta de regresión de X sobre Y		4 (100,0)	4
Calcula ambas rectas de regresión		29 (100,0)	29
No responde			31
Total	81 (50,0)	81 (50,0)	193

4.4. Interpretación y predicción

4.4.1. Juicio de asociación a partir del cálculo previo del coeficiente de correlación (problema 2 b))

Los procedimientos que han empleado los estudiantes de la muestra se han agrupado en 6 categorías, cuyas frecuencias y respuestas obtenidas se ofrecen en la Tabla 4.4.1.

Usa el coeficiente de correlación. Si el cálculo del coeficiente de correlación es correcto y se interpreta correctamente la respuesta es correcta. Como la del siguiente estudiante: *“La relación es directa ya que el coeficiente de correlación es positivo”*. Podemos destacar que aunque 168 alumnos han calculado el coeficiente de correlación en el problema 2 apartado a), menos de un tercio de ellos, 51 estudiantes, lo utilizan para dar el sentido de la correlación, si bien se puede suponer que algunos de los estudiantes que hemos clasificado como “sin estrategia” en la tabla 4.2.1, que comentaremos después, hayan utilizado el coeficiente de correlación para responder, tenemos que menos de la mitad de la muestra utiliza el coeficiente de correlación para dar una respuesta adecuada sobre el sentido de la correlación.

Tabla 4.4.1. Frecuencia y porcentaje de las estrategias y respuestas en el problema 2 apartado b)

Un hecho estadístico destacado es que *«la magnitud (fuerza) del coeficiente de correlación es por completo independiente de su dirección (positiva o negativa)»* (Phillips, 1.992, pág. 113), sin embargo hay estudiantes que confunden la intensidad y el sentido de la correlación, como en la respuesta: *«Existe una relación directa ya que el coeficiente de correlación es alto»*. Probablemente estas respuestas se deban a que en la enseñanza se hace mucho énfasis en que la correlación como medida de la intensidad de la relación, del mismo modo que se hacía en los libros de texto de bachillerato (Sánchez Cobo, 1996), lo que puede incidir en que los alumnos confundan magnitud con dirección de la correlación.

Variación conjunta de las variables. En este caso el estudiante argumenta la existencia de correlación al observar la variación paralela de las dos variables, como argumenta este estudiante: *«Relación directa puesto que a medida que va pasando el tiempo, el número de bacterias aumenta»*. Esta argumentación, puede constituirse en un obstáculo, ya que puede inducir al estudiante a pensar que existe proporcionalidad entre las variables.

Usa la covarianza. Los estudiantes que usan la covarianza utilizan el signo de esta para decidir el sentido de la relación, como argumenta este estudiante: *«Es una relación directa ya que la covarianza es positiva»*.

ESTRATEGIAS	Dependencia directa* Frecuen. (%)	Dependencia inversa Frecuencia (%)	Independencia Frec. (%)	No da juicio Frec (%)	Total Frecuencia
Coef. Correlación	46 (90,2)	1 (2,0)	3 (5,8)	1 (2,0)	51
Variación conjunta	17 (94,4)		1 (5,6)		18
Covarianza	17 (94,4)	1 (5,6)			18
Otras	3 (50,0)	1 (16,7)	2 (33,3)		6
Sin estrategia	3 (42,9)		3 (42,9)	1 (14,2)	7
Total	57 (61,3)	2 (2,2)	5 (5,4)	29 (31,1)	93
	143 (74,1)	5 (2,6)	14 (7,2)	31 (16,1)	193

* respuesta correcta

Usa el coeficiente de determinación. Algunos estudiantes usan la bondad del ajuste como criterio para juzgar la relación, por ejemplo: «La relación es directa e intensa ya que r^2 se aproxima a 1». Aquí aparece nuevamente la confusión entre intensidad y dirección de la relación, un estudiante responde: «Relación inversa ya que el valor de $r^2 = 0,4568$ no está próximo a 1».

Otras estrategias. En esta categoría se hayan comprendidos diversos procedimientos y argumentaciones como son utilizar un intervalo de variación del coeficiente de correlación, usar el diagrama de dispersión o comparar la asociación y la proporcionalidad.

Sin estrategia. En esta categoría el estudiante no justifica o razona la respuesta, aunque como hemos comentado al principio de esta sección, es probable que hayan utilizado el coeficiente de correlación, como parece deducirse de la siguiente respuesta: «La relación que existe entre las dos variables es directa con intensidad fuerte».

De los resultados obtenidos podemos concluir que una gran mayoría (88,3%) de los estudiantes han detectado correctamente el signo de la correlación. De los que han respondido correctamente, la justificación más utilizada se ha basado en el coeficiente de correlación, seguido de la covarianza y la variación conjunta. Es de destacar la confusión entre el sentido e intensidad de la correlación que manifiestan algunos estudiantes.

4.4.2. Predicción de los valores de la variable explicada a partir de los valores de la variable explicativa (problema 2, d)

El apartado d) del problema 2 se refiere al uso de la recta de regresión para predecir en su doble vertiente, cuando el dato ofrecido está dentro del intervalo de variación, interpolación y cuando el dato dado está fuera del intervalo de variación, extrapolación.

Interpolación. Las estrategias utilizadas en las respuestas a la primera pregunta del apartado d) del problema 2 se exponen en la tabla 4.4.2.1

Han respondido 162 alumnos de los 193 de la muestra lo que supone un porcentaje de 83,93%. Al realizar los cálculos obtenemos un resultado de 31,625 bacterias, como el número de bacterias es un número natural, hemos considerado como respuesta correcta 31 ó 32 bacterias, ya que la respuesta a la pregunta formulada debe estar en el contexto del problema, esta es la causa de la existencia de tan pocas respuestas correctas. Parece ser que los alumnos prestan menos atención al contexto y al resultado que ofrecen, que al modelo estadísticos y los cálculos.

Tabla 4.4.2.1. Frecuencia y porcentaje de las estrategias y respuestas en la pregunta de interpolación del problema 2 apartado d)

ESTRATEGIAS	RESPUESTA		Total
	Correcta Frecuencia (%)	Incorrecta Frecuencia (%)	
Recta de regresión de Y sobre X	5 (3,5)	137 (96,5)	142
Recta de regresión de X sobre Y		8 (100,0)	8
Uso de proporcionalidad		10 (100,0)	10
No estrategia		2 (6,1)	2
No responde			31
Total	5 (3,1)	157 (96,9)	193

Como se puede observar, otra vez aparece la confusión entre las variables dependiente e independiente, al utilizar la recta de regresión de X/Y.

La creencia de la existencia de proporcionalidad entre los valores de la tabla se manifiesta por el uso de la proporcionalidad mediante una regla de tres, **“si a 2 le corresponde 21 a 2,5 le corresponderá x”**.

Extrapolación. En la segunda pregunta del Problema 2 apartado d), se les plantea a los alumnos que obtengan el valor de la variable explicada a partir de un valor de la variable explicativa, pero ahora este dato cae fuera del rango de ella, es decir, se trata de una tarea de extrapolación. En la tabla 4.4.2.2. damos las respuestas de los estudiantes.

160 estudiantes (82,9%) de los 193 de la muestra han respondido a esta pregunta. No aparecen respuestas correctas porque hemos considerado como respuesta correcta aquella que no sólo da el número de bacterias cuando hayan pasado 6 horas y el criterio para el conjunto numérico en el que hay que encontrar la solución (número natural), sino que aporten alguna justificación sobre si es o no conveniente la extrapolación en este caso. No olvidemos, que *«el modelo puede ser un perfecto resumen de la nube de puntos observada; por tanto, facilitará excelentes interpolaciones. Pero de ello no se puede concluir que las extrapolaciones hayan de ser excelentes»* (Barbancho, 1.973, pág. 239). Se sabe que los estudiantes son escasamente conscientes de las restricciones que deben imponerse a la extrapolación como, la intensidad de la correlación, lo que no es este caso, y el tamaño de la muestra, en este caso muy pequeña. (Truran, 1.997).

Algunos alumnos utilizan la recta de regresión de X sobre Y, vuelve a aparecer la confusión entre la variable independiente y la dependiente. Del mismo modo, que en el caso de la interpolación aparece el uso de la proporcionalidad, con características similares.

Tabla 4.4.2.2. Frecuencia y porcentaje de las estrategias y respuestas en la pregunta de extrapolación del Problema 2 apartado d)

ESTRATEGIAS	RESPUESTA		Total
	Correcta Frecuencia (%)	Incorrecta Frecuencia (%)	
Recta de regresión Y sobre X		139 (100,0)	139
Recta de regresión X sobre Y		7 (100,0)	7
Uso de proporcionalidad		7 (100,0)	7
No estrategia		2 (5,0)	2
No responde			33
Total		154 (79,8)	193

4.4.3. Predicción a partir de la recta de regresión de X sobre Y

Tal y como están planteadas las preguntas del problema 2, el objetivo de la cuestión e) era indagar si el alumno es consciente de la existencia de las dos rectas de regresión y si hace un uso adecuado de ellas. Esto es uno de los actos de comprensión identificados en Batanero, Estepa y Godino (1.997) y Batanero, Godino y Estepa (1.998). En la tabla 4.4.3.1. mostramos los resultados.

Tabla 4.4.3.1. Frecuencia y porcentaje de las estrategias y respuestas en el Problema 2 apartado e

ESTRATEGIAS	RESPUESTA		Total
	Correcta Frecuencia (%)	Incorrecta Frecuencia (%)	
Recta de regresión X sobre Y	49 (50,5)	46 (47,4)	95
Recta de regresión Y sobre X		45 (100,0)	45
Uso de proporcionalidad		19 (100,0)	9
Otras estrategias		2 (100,0)	2
No estrategia		2 (5,0)	2
No responde			40
Total	49 (25,4)	104 (53,9)	193

153 estudiantes (79,3%) responden a la pregunta, porcentaje un poco inferior al obtenido en los apartados c) y d). La mayoría de los estudiantes (62,1%) que responden utilizan la recta X/Y, las respuestas incorrectas son debidas a errores de cálculo o a utilizar una expresión incorrecta de la recta de regresión. Los estudiantes que responden de manera correcta han captado el hecho de la existencia de las dos rectas de regresión y la utilizan de manera pertinente.

Los que utilizan la recta de regresión Y/X no han captado la utilidad de la recta de regresión de X/Y. Los que utilizan un procedimiento proporcional, tienen la creencia de que la recta de regresión es una aplicación lineal, hecho que, en general no es correcto, suelen establecer una regla de tres. En consecuencia, se aprecia un razonamiento proporcional con ciertas carencias. Dentro de éstos hay una minoría que comparan el resultado obtenido en la segunda pregunta del apartado d) y, sin hacer ningún cálculo, responden que el tiempo que deberá transcurrir es de 2,5 horas, el mismo que el ofrecido en dicha cuestión. Esto es indicativo de una concepción funcional de la dependencia (Estepa, 1.994) o bien no discriminan las dos rectas de regresión.

5. CONCLUSIONES

Tanto de la revisión bibliográfica efectuada como de la parte experimental expuesta en este trabajo podemos extraer interesantes conclusiones. Una primera conclusión es que los adultos tienen escasa capacidad para estimar la correlación salvo cuando esta es muy fuerte y está de acuerdo con sus teorías previas. Cuando las teorías previas contradicen los datos presentados aparece la correlación ilusoria. Existen cuatro concepciones sobre la asociación estadística, fuertemente arraigadas en los estudiantes, siendo algunas resistentes al cambio, incluso después de la instrucción. Las estrategias que los estudiantes utilizan para decidir sobre un juicio de asociación son variadas y distintas según el campo de problemas (tablas de contingencia, correlación, comparación de muestras) al que pertenezca el problema. Cuando se analizan los libros de texto sobre estos tópicos nos encontramos algunos sesgos que pueden inducir concepciones erróneas en los estudiantes. Por otra parte también hemos visto que la precisión en la estimación del coeficiente de correlación depende de las variables de tarea.

El cálculo del coeficiente de correlación de manera correcta se lleva a cabo por dos tercios de los estudiantes, bajando a la mitad el cálculo de la recta de regresión. Los errores de cálculo o de expresión inadecuada de la fórmula, han dado lugar a gran parte de las respuestas incorrectas, ya que algunos estudiantes reconocen que sus resultados no son correctos a la vista del diagrama de dispersión o a la magnitud del valor obtenido para el coeficiente de correlación. Tres de cada cuatro estudiantes dan un juicio de asociación correcto, utilizando diversas estrategias correctas para tomar la decisión (coef. correlación, covarianza, variación conjunta).

Los estudiantes tienen dificultades cuando se ven en la necesidad de relacionar conceptos analíticos con conceptos estadísticos en la resolución del problema 1, como la interpretación correcta de m y n en la ecuación de la recta, el corte de la recta con el eje de ordenadas o bien que la recta de regresión pasa por el punto definido por las dos medias, en consecuencia estas dificultades disminuyen la capacidad de utilizar la recta de regresión con eficacia.

En las predicciones se observa que un porcentaje elevado de los estudiantes conocen la herramienta estadística que se debe utilizar, pero ha habido errores de cálculo y sobre todo no se ha tenido en cuenta el contexto ni las restricciones en las extrapolaciones, tan importante en la resolución de este tipo de problemas.

Las confusiones entre el sentido y la intensidad de la correlación, entre la variable dependiente e independiente (en varias cuestiones) o bien la creencia de que la variación conjunta es proporcional son dificultades importantes a tener en cuenta en la planificación de la enseñanza.

A la vista de estos resultados podemos concluir, que la enseñanza de este tema es compleja y puede dar lugar a concepciones erróneas y confusiones que dificulten un conocimiento profundo del mismo, tan necesario, tanto por su utilidad, como por ser requisito para seguir avanzando en el conocimiento estadístico. Es obvio que muchos de los resultados expuestos necesitan aún mucha investigación para quedar clarificados en su totalidad, pero también creemos que si se tienen en cuenta en la planificación de la enseñanza, esta mejorará, ya que, toda planificación de enseñanza debe tener en cuenta las vertientes epistemológicas, psicológicas y didácticas.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte del Proyecto PB97-0851 (Ministerio de Ciencia y Tecnología, Madrid).

6. REFERENCIAS

Alloy, L. B. y Tabachnik, N. (1984). Assessment of covariation by humans and animals: The joint influence of prior expectations and current situational information. *Psychological Review*, 91, 112-149.

Artigue, M. (1990). Epistemologie et Didactique. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 10, 2-3, 241-286.

Azcárate, C. (1.990). *La velocidad: Introducción al concepto de derivada*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

Barbancho, A. G. (1.973). *Estadística elemental moderna*. Barcelona: Ed. Ariel (Cuarta edición. Reimpresión de 1975).

Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1.997). Evolution of students' understanding of statistical association in a computer based teaching environment. En J. B. Garfield y G. Burril (Eds.), *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics* (págs. 191-205). Voorburg: International Statistical Institute.

Batanero, C., Estepa, A. y Godino, J. D. (1.998). La construcción del significado de la asociación mediante actividades de análisis de datos: reflexiones sobre el papel del ordenador en la enseñanza de la estadística. *II Seminario de la Sociedad Española en Educación Matemática*. Pamplona.

Batanero, C. & Godino, J. D. (1998). Understanding Graphical and Numerical Representations of Statistical Association in a computer environment. En: Pereira-Mendoza, L., Seu, L., Wee, T. y Wong, W.-K. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol. 2, pp. 1017-1023). Voorburg (The Netherlands): ISI Permanent Office.

Batanero, C., Godino, J. D. y Estepa, A. (1.998). Building the meaning of association through data analysis activities. Research Forum. *22 Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Stellenbosch, Sudáfrica.

Confrey, J. (1990). A review of the research on student conceptions in Mathematics, Science, and Programming. *Review of Research in Education*, 16, 1, 3-55.

Cruise, J. R., Dudley, R. L. y Thayer, J. D. (1984). *A resource guide for introductory statistics*. Dubuque, Iowa: Kendall / Hunt Publishing Company.

Erlick, D. E. y Mills, R. G. (1967). Perceptual quantification of conditional dependency. *Journal of Experimental Psychology*, 73, 1, 9-14.

Estepa, A. (1.994). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

- Estepa, A. y Batanero, C. (1.995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 13 (2), 155-170.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1.996). Judgments of correlation in scatter plots: student's intuitive strategies and preconceptions. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 4, 25-41.
- Estepa, A. y Sánchez Cobo, F. T. (1.994). Desarrollo histórico de la idea de asociación estadística. *Epsilon*, 30, 61-74.
- Estepa, A. y Sánchez Cobo, F. T. (1.998). Correlation and regression in secondary school text books. En: Pereira-Mendoza, L., Seu, L., Wee, T. y Wong, W.-K. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol. 2, pp. 671-676). Voorburg (The Netherlands): ISI Permanent Office.
- Estepa, A., Sánchez Cobo, F. T. y Batanero, C. (1.999). Students' understanding of regression lines. En O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pags. 313-320). Technion Printing Center: Haifa
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1.994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D. Y Batanero, C. (1998). Clarifying the Meaning of Mathematical Objects as a Priority Area for Research in Mathematics Education. En A. Sierpiska y J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics Education as a Research Doamin: A Search for Identity* (pp. 177-195). An I.C.M.I. Study. London: Kluwer Academics Publishers.
- Godino, J. D. Batanero C. y Estepa, A. (1990). Estrategias y argumentos en el estudio descriptivo de la asociación usando microordenadores. En G. Booker, P. Cobb y T. N. Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the XIV International Conference of Psychology of Mathematics Education*, (p. 157-164). México: P.M.E. ProgramCommitte.
- Hildebrand, D. K., Lang, J. D. y Rosenthal, H. (1977) *Analysis of nominal data*. Londres: Sage University Paper. House, P. A., Wallace, M. L. y Johnson, M. A. (1.983). Problem solving as a focus: How ? When ? Whose responsibility ? En G. Shufelt y J. R. Smart (Eds.), *The agenda in action* (págs. 9-19). Reston, Virginia: N.C.T.M.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Paris: Presses Universitaires de France. (Traducción castellana, Primera reimpression, 1985. Barcelona: Paidós).
- Jennings, D. L., Amabile, T. M. y Ross, L. (1982). Informal covariation assessment: Data-based versus theory-based judgments. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Ed.), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*, (p. 211-230). Nueva York: Cambridge University Press.
- Lane D. M., Anderson, C. A. y Kellam, K. L. (1985). Judging the relatedness of variables: The psychophysics of covariation detection. *Journal of Experimental Psychology. Perception and Performance*, 11, 5, 640-649.
- Langer, E. J. (1975). The illusion of control. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Ed.), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*, 1982, (p. 231-238). Nueva York: Cambridge University Press.
- Morris, E. J. (1.997). An investigation of students' conceptions and procedural skills in the statistical topic correlation. *Centre for Information Technology in Education*, Report nº 230. The Open University.
- Murphy, G. L. y Medin, D. L. (1985). The role of theories in conceptual coherence. *Psychological Review*, 92, 3, 289-316.
- N.C.T.M., (1.992). *Data analysis and statistics across the curriculum*. Reston: Virginia.
- Pérez Echeverría, M. P. (1990). *Psicología del razonamiento probabilístico*. Madrid: Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.
- Phillips, J. L. (1.992). *How to think about statistics*. New York: W.H. Freeman and Company.

Pozo, J. I. (1987). *Aprendizaje de la ciencia y pensamiento causal*. Madrid: Visor.

Sánchez Cobo, F. T. (1.996). *Análisis de la exposición teórica y de los ejercicios de correlación y regresión en los textos de bachillerato*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Sánchez Cobo, F. T. (1.996). Significado de la correlación y regresión para los estudiantes universitarios. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Sánchez Cobo, F.T.; Estepa, A. y Batanero, C. (2000). Un estudio experimental de la estimación de la correlación a partir de diferentes representaciones. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(2), 297-310

Sierspiska, A. (1991). Some remarks on understanding in mathematics. *For the learning of mathematics*, 10, 3, 24-36.

Tanur, J. M. (Ed.) *Statistics: A guide to the Unknown*. San Francisco: Holden Day.

Truran, J. M. (1.997). Understanding of association and regression by first year economics students from two different countries as revealed in responses to the same examination questions. En J. B. Garfield y J. M. Truran (Eds.), *Research Papers on Stochastics Educations from 1.997* (págs. 205-212). Department Educational Psychology University of Minnesota.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 2-3, 133-170.

Vizmanos, J. R. y Anzola, M. (1.988). *Matemáticas II. Opción C: Ciencias Sociales. Opción D: Humanística / Lingüística*. Madrid: SM.

**MATERIALES PARA EL ESTUDIO
DE UN PROBLEMA-EJEMPLO DE INTRODUCCIÓN
EN UN CURSO BÁSICO DE ESTADÍSTICA**

Montes, F

Universidad de Valencia

Plaza, M

Universidad de Castilla-La Mancha

Materiales para el estudio de un problema-ejemplo de introducción en un curso básico de Estadística

Montes, F¹, Plaza, M².

¹Universitat de València, ²Universidad de Castilla-La Mancha

1 Introducción

La Estadística, en el contexto de introducción en su aprendizaje, puede entenderse como una familia de métodos para la obtención, el análisis y la interpretación de observaciones cuantitativas correspondientes a sistemas susceptibles de ser interpretados como sometidos a variabilidad aleatoria. Las secuencias de experimentos, o de números aleatorios, que sepamos generar artificialmente, o que puedan ser imaginadas como tales, nos deberían permitir aproximarnos al funcionamiento de esos sistemas y fundamentar conjeturas sobre sus propiedades de conjunto.

Sobre esta base la idea que queremos presentar es la de tratar de utilizar el estudio de un problema ejemplo, realizado minuciosamente en la clase, con la doble intención de proporcionar al estudiante una experiencia real del funcionamiento global de determinados mecanismos aleatorios, y la de aproximarlos a los conceptos implicados en las diferentes consideraciones realizadas a propósito del problema. Conceptos que luego, a lo largo del curso, se pueden determinar con la pertinente precisión.

El uso de los problemas iniciales está bastante generalizado. Aquí se propone un conjunto de observaciones cuyo único mérito será el juego que pueda dar en el cumplimiento de la doble finalidad asignada, y que en mi opinión no dependerá tanto del problema propuesto, como de la situación de comunicación, de diálogo con el objeto de estudio, entre los estudiantes, etc., que pueda alcanzarse en el desarrollo de la clase.

Problema 1 Pruebas para la media de una población.

Para conjeturar las propiedades de la distribución del coeficiente de producción C de determinado elemento de un sistema industrial se realizaron 18 pruebas que proporcionaron los siguientes resultados:

1.90	1.82	1.76	2.14	2.01	1.90	2.06	2.05	1.97
2.05	1.91	1.96	1.78	1.88	1.96	1.73	2.02	2.11

¿Puede asegurarse que la media μ_0 de los valores de C no es inferior a 2.00?

No es difícil presentar este problema como característico en la categoría de los sistemas sometidos a variabilidad, y la *media* como una medida global de interés. Ni tampoco convencer a los oyentes de la conveniencia de usar el principio de moderación, parsimonia, o economización. Por lo que en orden sucesivo se va justificando el empleo de la prueba de los signos, de la prueba de la suma de los rangos con signo, y de la prueba de la *t*.

Para comenzar es necesario dejarles claro a los estudiantes el uso del criterio general que se emplea en Estadística para *no aceptar* una hipótesis dada, a saber, que las observaciones que se obtengan en un proceso de experimentación *no concuerden demasiado* con ella. Será suficiente con uno o dos ejemplos apropiados.

2 Prueba de los signos

¿Cuál es el mecanismo aleatorio más sencillo con el que se puede comparar el resultado obtenido en las 18 mediciones de *C*? Indudablemente lo más sencillo es lanzar una moneda, y puede utilizarse cuando se suponga que obtener una medida superior o inferior a 2 tienen la misma probabilidad. Esto pasará cuando la *distribución* de *Y* sea simétrica. Y entonces se puede comparar también con el lanzamiento de una dado para saber si se obtiene un número par o impar, o con comprobar si el generador de números aleatorios de una calculadora da más o menos que 0.5, etc.

A los alumnos se les presenta una tabla como la siguiente

TABLA DE RESULTADOS
CARA O ANVERSO (+), REVERSO (-)

1	7	13	CARAS
2	8	14	
3	9	15	
4	10	16	
5	11	17	
6	12	18	

donde se pueden recoger los resultados de 18 lanzamientos. Dependiendo del número de alumnos en la clase se les puede pedir que rellenen dos o tres tablas cada uno de manera independiente. Y antes de recoger en una tabla los resultados obtenidos por todos es conveniente que se reflexione sobre la *variabilidad* que pueda tener el número de caras, y sobre cómo puede caracterizarse dicha variabilidad por algunas medidas globales de localización y de dispersión.

Por ejemplo de la tabla correspondiente a dos monedas:

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
0	1/4	0	0
1	1/2	1/2	1/2
2	1/4	1/2	1

y similares, que también podrían escribirse en términos de frecuencias absolutas, se pueden obtener los valores de la tabla siguiente, y, además, sugerir que la media y la varianza del número de caras obtenido al lanzar $n + m$ monedas, es la suma respectiva de las medias y de las varianzas de lanzar n monedas por una parte, y m por otra.

Monedas	Media	Varianza
1	1/2	1/4
2	2/2	2/4
3	3/2	3/4
...
18	18/2	18/4

La siguiente tabla recoge los resultados de todos los alumnos, y prepara el cálculo de la media y la varianza.

TABLA DE SUMAS DE CARAS

Caras	Recuento de frecuencias	n_i	% (Ac)	$x_i \times n_i$	$x_i^2 \times n_i$
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
T					

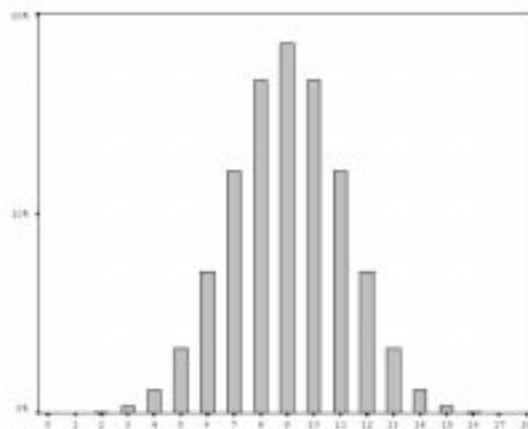
A la vista de los resultados se extraen las consideraciones oportunas respecto de los valores simulados obtenidos. Ya que se define la medida convencional de *concordancia*, entre la hipótesis supuesta y el resultado obtenido, mediante la *cola* de la correspondiente distribución.

Y si se compara con los resultados de una tabla de la distribución binomial

$$\sum_{i=0}^7 Prob\{X = i\} = \sum_{i=0}^7 \binom{18}{i} \frac{1}{2^{18}} = 0.240$$

se puede comprobar el parecido con los resultados que se obtengan en la simulación.

Los alumnos como consecuencia de las reflexiones que se les han propuesto se deberían haber dado ya cuenta de que si hubieran sabido como funciona el mecanismo de lanzar 18 monedas y contar las caras, tendrían el elemento de comparación que exige la caracterización tentativa de la Estadística con la que se ha comenzado. Así que para poder hacer comparaciones, en general en Estadística, va a resultar imprescindible un determinado conocimiento de los clásicos juegos de azar en los que empezó definiéndose la Teoría de la Probabilidad y de las Variables Aleatorias, en particular la conocida como la Binomial.



La distribución binomial $B(18, 1/2)$

También han visto como se utilizan algunas medidas globales para caracterizar la variabilidad de un sistema aleatorio.

3 La prueba de la suma de rangos con signo

La prueba de los signos ha fracasado en su intento de mostrar discordancia entre la hipótesis $\mu_0 = 2$ y los valores de la muestra de los que sólo se consideraba su característica de estar a la derecha o a la izquierda de 2. La razón de este fracaso es que haber obtenido un suceso que, en el supuesto de la hipótesis a contrastar, se obtiene el 24% de las veces, es decir, una de cada 4 aproximadamente, no es algo inesperado. Si se hubiera obtenido un resultado muy infrecuente, bajo la hipótesis supuesta, esta circunstancia nos haría sospechar que esa hipótesis podría no ser adecuada.

Se considera en esa circunstancia el *test de los rangos con signo*. En esta prueba, con los mismos supuestos, se tiene en cuenta no solo a qué lado de la media hipotética están las medidas del coeficiente, sino el rango de los valores absolutos de sus diferencias con respecto a 2. Se obtiene, según la siguiente tabla, una suma de los rangos positivos $W_0 = 50$. Es también formativo mostrar la manera, entre otras, de resolver los empates.

Y	Y - 2	Rango	Y	Y - 2	Rango
2.01	0.01	1.0 *	1.90	0.10	10.5
2.02	0.02	2.0 *	1.90	0.10	10.5
1.97	0.03	3.0	2.11	0.11	12.0 *
1.96	0.04	4.5	1.88	0.12	13.0
1.96	0.04	4.5	2.14	0.14	14.0 *
2.05	0.05	6.5 *	1.82	0.18	15.0
2.05	0.05	6.5 *	1.78	0.22	16.0
2.06	0.06	8.0 *	1.76	0.24	17.0
1.91	0.09	9.0	1.73	0.27	18.0

El contraste de esta prueba podrá hacerse también por simulación poniendo 18 bolas numeradas del 1 al 18 en una bolsa, y al extraer cada bola lanzar una moneda e identificar los rangos positivos con el resultado de la moneda *obtener cara*. La suma de los números que hayan obtenido *cara* es una variable que se indicará con *W*. Se puede aprovechar el esquema que recogía los resultados de las caras de las monedas, en la que se sumarán los números de orden que correspondan a los resultados superiores a la media 2, es decir, de las caras.

SUMA DE RANGOS +

TABLA DE SUMAS DE RANGOS

Suma	Recuento de frecuencias	n_i	% (Ac)	x_i
< 41				35
41-50				45
51-60				55
61-70				65
71-80				75
81-90				85
91-100				95
101-110				105
111-120				115
121-130				125
> 130				135

Las variables que ahora tendrían que estudiarse para hacernos una idea de la simulación a realizar son en este caso del tipo

X_i	p
0	1/2
i	1/2

X_j	p
0	1/2
j	1/2

X_i	X_j	$X_i + X_j$	p
0	0	0	1/4
i	0	i	1/4
0	j	j	1/4
i	j	$i + j$	1/4

que dan medias y varianzas respectivas $E(X_i) = i/2$, $Var(X_i) = i^2/4$, $E(X_i + X_j) = (i+j)/2$, $Var(X_i + X_j) = (i^2 + j^2)/4$. Y se muestra mediante los recursos

de càlculo en diferències com la mitjana i la variància de la variable W de la suma de los rangos con signo son

$$E(W) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{4} \quad \text{Var}(W) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

La freqüència relativa de obtenir una suma de rangos menor o igual que 50 nos proporciona la mesura anàloga a la que se obtenía en la prueba anterior (obtener siete caras o menos). En esta segunda prueba se ha tenido en cuenta una información más completa. Y el resultado de la simulación será que aproximadamente el 6% de los valores simulados están por debajo de 50. Este menor tamaño de la cola indica menor concordancia entre la hipótesis y la muestra.

4 El uso de la tabla de la Normal

La forma de campana con la que acumulan los valores obtenidos en la simulación, tanto en la tabla de suma de caras como en la de la suma de rangos, permite anticipar a los estudiantes algunos aspectos de dicha circunstancia. Esa característica apunta a una forma de distribución que se presenta con relativa frecuencia y que se designa con el nombre de la distribución Normal. El hecho de que frente a las distintas tablas de otras distribuciones, como la binomial para cada n , etc., de la Normal sólo haya una única tabla, debe sugerir que de alguna forma todas están relacionadas entre sí, aunque cada una tenga una media y una variación distintas. Con el siguiente ejemplo, aplicado a una distribución discreta, de cambio de origen y de escala se comprueba por los estudiantes el efecto que el cambio tiene sobre la media y sobre la variación, aunque la forma permanezca idéntica. Además de comprender el uso de la tabla de la distribución Normal, con el ejemplo se anticipan propiedades de las variables estadísticas y de las variables aleatorias que se deducen en el desarrollo del curso.

Ejercicio 1 Cambio de origen y de escala

Verificar el valor de la media y de la variación en las distribuciones X , Y , y Z , todas relacionadas con la variable V de la forma que sigue

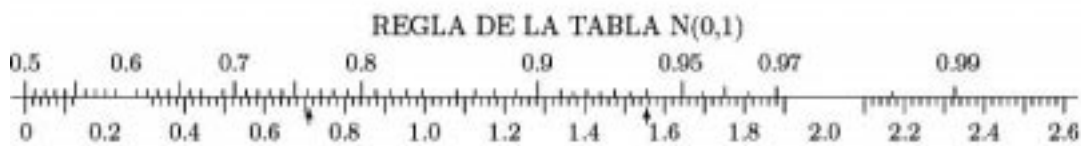
v_i	n_i	x_i	y_i	z_i
0	2			
1	1			
2	2			
3	4			
4	2			
5	1			

donde $x_i = 2v_i$, $y_i = v_i - \bar{v}$, y $z_i = (v_i - \bar{v})/\sigma_v$, y $\bar{v} = 5/2$ y $\text{Var}(V) = 9/4$. Como se comprueba las frecuencias en los valores transformados es la misma que en los originales, aunque cambian las medias y las varianzas. Para la variable Z se tiene $\bar{z} = 0$, y $\text{Var}(Z) = 1$.

De forma parecida el cálculo de probabilidades en la distribución aproximadamente Normal de W se puede reducir a la lectura de la tabla de la $N(0, 1)$. En la distribución de $W \sim N(85.5, 22.96)$ la probabilidad de obtener un valor menor o igual que 50 es

$$\Prb(N(85.5, 22.96) < 50) = \Prb(N(0, 1) < \frac{50 - 85.5}{\sqrt{22.96}} = -1.55) \sim 0.06$$

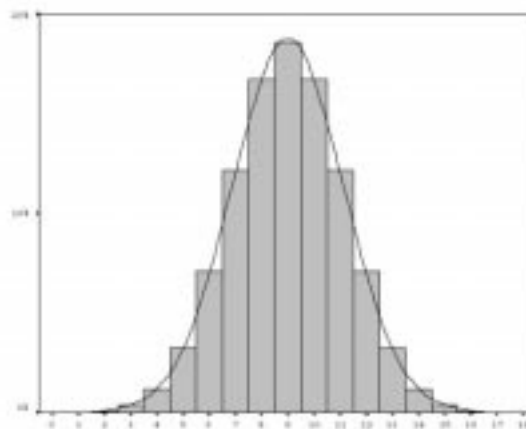
Como puede verificarse en la siguiente figura aproximada:



Para $z < 0$ se tiene por simetría $\Prb(Z < z) = \Prb(Z > -z)$

Como se puede sugerir con la siguiente figura, apropiada para visualizar el efecto de la corrección de continuidad, la probabilidad asociada a la cola del valor 7.5 en la distribución $N(9, 9/2)$ sería de manera análoga

$$\Prb(B(18, 1/2) \leq 7) \sim \Prb(N(9, \sqrt{9/2}) < 7.5 = \Prb(N(0, 1) < -0.71) \sim 0.24$$



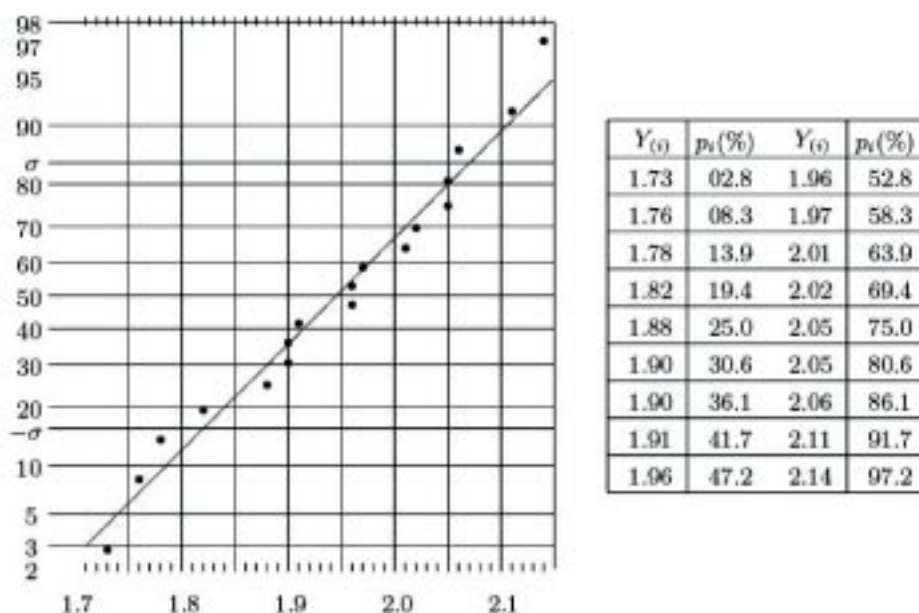
La corrección de continuidad

5 La suposición de normalidad

En los dos contrastes presentados hasta ahora en realidad no se han tenido en cuenta los verdaderos valores de la muestra. Eso se debe a que al no tener para ellos ningún modelo de variabilidad concreto, se ha asumido un supuesto muy general, como el de simetría, que cumplen muchas familias de distribuciones.

Puesto que se acaba de presentar la distribución Normal, se puede intentar ver cómo se realizaría un contraste en la suposición de que la distribución Y , a la que corresponden los 18 valores de la muestra, fuera Normal de media μ , y varianza σ^2 . Lo primero que se tiene que hacer es comprobar que la suposición de normalidad no es disparatada. Ni desde el punto de vista de su génesis, en la medición de C intervienen muchos factores, ni por las medidas concretas de la muestra.

Si se tuvieran muchos valores en vez de sólo 18 se podría hacer una representación para ver si aparece la famosa forma de la campana. No obstante, el fundamento de las anteriores aproximaciones, de W y de la Binomial, es que cada distribución Normal se obtiene por cambios de origen y escala de la $N(0, 1)$. ¿Es razonable pensar $Y = \mu + \sigma Z$, donde Z es la $N(0, 1)$? Estas son las reflexiones que justifican la presentación y el uso del papel probabilístico, del que se pueden sacar valores aproximados para μ y σ , que se pueden comparar con \bar{y} , y con s respectivamente, y así sugerir el contexto de la *Estimación* y de las propiedades relevantes de los estimadores. En la siguiente figura a cada valor de la muestra ordenada $Y_{(i)}$ se la hace corresponder el cuantil z_α de la distribución Normal, con $\alpha = \frac{2i-1}{36}$, $i = 1, 2, \dots, 18$. O directamente el porcentaje $100 \times \alpha$, que es lo que aparece en la regla vertical de la figura. Si los puntos estuvieran más o menos sobre una recta se admitiría la adecuación de la transformación lineal de la variable Z , como, en efecto, ocurre en la figura.



La siguiente tabla permite a los alumnos recoger las, pese al método a ojo, robustas estimaciones. La media es la abscisa en que la recta *ajustada* a los puntos corta a la horizontal del 50%. Y 2σ es la diferencia de abscisas en que la recta *ajustada* corta a las horizontales correspondientes a $\pm\sigma$.

Estimaciones	Media	Desviación
De la figura		
Calculados		

Una vez obtenido el valor del parámetro σ , se pueden realizar simulaciones con el fin de hacernos una idea de si las medias de 18 valores de la $N(2, \sigma)$ por debajo de 1.945 son fáciles o no de obtener. Es un proceso análogo a las simulaciones de las pruebas anteriores. Para ello se utiliza la regla de la $N(0, 1)$. A partir de valores aleatorios U generados por una calculadora, y en los que para $U < 0.5$ se toma el valor de Z opuesto al que corresponda al valor $(1 - U)$.

La tabla siguiente permite recoger los valores de la $N(2, \sigma) \sim Y$ para hacer su media, con el fin de que se comparen después con 1.945. Los estudiantes deben considerar el proceso de generación de los valores, y su representación en una plantilla de papel probabilístico.

	$U(0, 1)$	$Z \sim N(0, 1)$	$Y \sim N(2, \sigma)$
1			
2			
3			
4			
5			
...
16			
17			
18			

Los resultados que obtengan los estudiantes en esta simulación se pueden recoger en una tabla, de la que sería pertinente observar la media y la varianza, pero para el contraste lo único que interesa es saber el porcentaje de valores por debajo de 1.945.

Suma	Recuento de frecuencias	n_i	% (Ac)	x_i
≤ 1.945				1.940
1.946-1.956				1.951
1.957-1.967				1.962
1.968-1.978				1.973
1.979-1.989				1.984
1.990-2.000				1.995
2.001-2.011				2.006
2.012-2.022				2.017
2.023-2.033				2.028
2.034-2.044				2.039
2.045-2.055				2.050
≥ 2.056				2.061

Se obtendrá una cola aproximada del 3%, es decir, baja concordancia entre la suposición de que la distribución de Y es $N(2, \sigma)$, y la media de los 18 valores

de la muestra. En esta prueba se compara con un mecanismo más exigente, y ésto nos proporciona una mayor capacidad de resolución.

6 Región de confianza

Como con la suposición de normalidad la hipótesis de que la media de Y es $\mu_0 = 2$ parece sospechosa, una pregunta pertinente posterior es sobre cuáles serán los valores razonables para dicha media. Si las medidas de Y se obtuvieran con mucha facilidad podrían tomarse 100 conjuntos cada uno de 18 valores, se ordenarían las cien medias, y el intervalo formado por las medidas sexta y nonagésimo quinta sería una región razonable para la media de Y . Pero como sólo se tienen 18, con la esperanza de que representen a la distribución de Y fielmente, se pueden tomar, de entre ellos, 18 valores con reemplazamiento, 100 veces, para obtener sus medias. Es el método de remuestreo que cada alumno puede recoger en una tabla como la siguiente

	$U(0,1)$	J	S		$U(0,1)$	J	S
1				10			
2				11			
3				12			
4				13			
5				14			
6				15			
7				16			
8				17			
9				18			

J es la parte entera de $(18 \times U + 1)$, S el valor j -ésimo en la muestra inicial

De la producción de los alumnos, según su número, se tomará el intervalo de las medias obtenidas que deje fuera al 5% más extremo de cada lado.

7 Consideraciones finales

Cuando se muestra a los estudiantes el resultado que proporcionan los test estándar de los Signos, de la Suma de los rangos con signo de Wilcoxon, el test de la media para una muestra, con su correspondiente intervalo de confianza, y ve como se parecen a los resultados obtenidos por simulación artesanal en clase, todavía más los que se puedan simular con el ordenador para unas cuantas centenas de valores, entonces de alguna forma queda erigida, porque se ha hecho aparecer ante ellos, la estructura conceptual que permitirá que se vayan integrando ordenadamente en ella los desarrollos posteriores.

No es tan importante la lista de los conceptos fundamentales de la Estadística a los que se hace referencia en el estudio del problema, como la forma en que los

conceptos aparecen, o son *inventados*, en relación con las necesidades y muestran su adecuación a los propósitos que la resolución demanda. En mi opinión es la mediación entre necesidades y respuestas lo que reviste mayor importancia. De una manera o de otra han aparecido gran parte de los conceptos que configuran un curso básico de introducción a la Estadística.

8 Evaluación

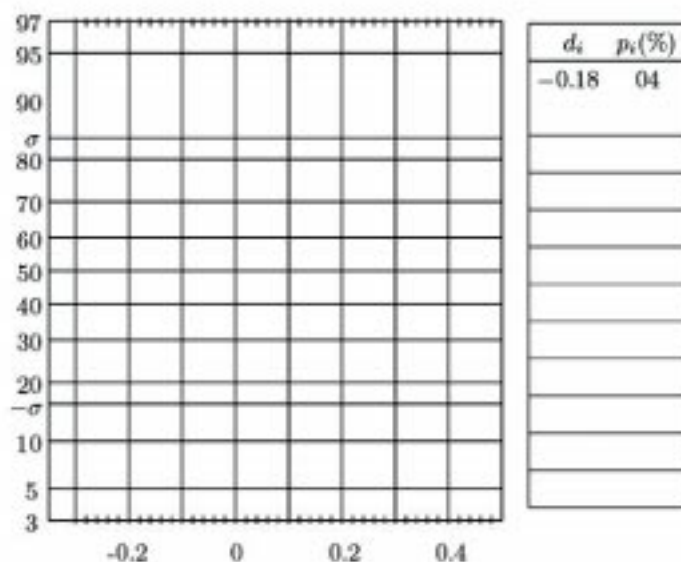
Como evaluación para toda esta actividad, que durará de seis a ocho horas, se puede proponer a los alumnos que realicen un trabajo en el que se recojan todas las consideraciones y resultados del estudio que se haya realizado en la clase, y que habrá que corregir en diversas fases. Como proceso final se les propondrá un problema parecido en el que tan importante sea dar los p -valores aproximados, como justificar de forma correcta, clara y elegante los supuestos y las consideraciones pertinentes en cada caso.

Problema 2 Comparación de dos procedimientos de medida

La tabla siguiente muestra una determinada magnitud medida en doce objetos distintos mediante dos procedimientos A y B . El primero más fiable y el segundo más rápido y económico. Para saber si B puede reemplazar a A se realizará el contraste $\mu_B - \mu_A = 0$ en las doce diferencias, con el test de los signos, con la prueba de la suma de rangos con signo de Wilcoxon, y con el contraste de la media, tras la comprobación del supuesto de normalidad. También se obtendrá por remuestreo una región de confianza al 90% para el valor de la diferencia de las medias $\mu_B - \mu_A$.

A	B	d	R	A	B	d	R
7.14	7.30			3.83	4.20		
4.31	4.39			4.99	5.33		
5.08	5.39			5.76	5.58		
6.44	6.48			7.03	7.49		
5.31	5.74			3.69	3.60		
7.38	7.28			5.86	5.81		

Será conveniente advertir a los alumnos sobre las diferencias y el parecido de este problema con el anterior. En particular el carácter *bilateral* del segundo problema, donde la diferencia de las medias de las dos poblaciones puede ser positiva o negativa. Además se les puede facilitar una muestra comercial de papel probabilístico, si no se les quiere pedir que lo realicen ellos a la vista de la tabla, o también incluirlo en el enunciado, y que pueden utilizar como en el ejemplo construido en la clase.



Referencias

- [1] A.C. Davidson and D.V. Hinkley. *Bootstrap Methods and their Application*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [2] M.H. De Groot. *Probabilidad y estadística*. Addison-Wesley, México, 1988.
- [3] T.J. DiCiccio and B. Efrom. Bootstrap Confidence Intervals. *Statistical Science*, **11**, 3, 189-228, 1996.
- [4] J.B. Garfield and I. Gal. Assessment and statistics education: current challenges and directions. *Intern. Stat. Rev.*, **67**, 1, 1-12, 1999.
- [5] T. Hodgson and M. Burke. On simulation and the teaching of statistics. *Teaching Statistics*, **22**, 3, 91-96, 2000.
- [6] R.W. Johnson. An Introduction to the Bootstrap. *Teaching Statistics*, **23**, 2, 49-51, 2001.
- [7] R.J. Larsen and M.L. Marx. *Statistics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1990.
- [8] D.S. Moore. New pedagogy and new content: the case of statistics. *Intern. Stat. Rev.*, **65**, 2, 123-165, 1997.

Francisco Montes
Dept. d'Estadística i I. O.
Universitat de València
Dr. Moliner, 50
E-46100 Burjassot
SPAIN
montes@uv.es

Mario Plaza
Dept. de Informática
Universidad de Castilla-La Mancha
Campus Universitario
E-02071 Albacete
SPAIN
mplaza@info-ab.uclm.es

LA INFERENCIA ESTADÍSTICA BÁSICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

Moreno Verdejo, Antonio Javier

*Sección I.E.S. Tervenque
C/. Pradollano, s/n - 18196 Sierra Nevada (Granada)
Antonio@wanadoo.es*

Vallecillos Jiménez, Angustias

*Departamento Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada
avalleci@ugr.es*

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística ha experimentado un aumento en la apreciación de su importancia. Este hecho se pone de manifiesto por el incremento de los trabajos de investigación publicados sobre esta materia¹ (se puede encontrar una revisión bibliográfica general en Sahai (1996)), la creación de grupos internacionales de trabajo, la consolidación de congresos periódicos y la elaboración de proyectos de enseñanza que facilitan materiales al profesor (Díaz et al., 1987; Landwehr et al., 1987; Dolan, 1992a; Dolan, 1992b; Scheaffer et al., 1996; Cubero, 2001).

En este sentido se han producido avances desde que Garfield (citado en Shaughnessy, 1992) enunciara las cuatro cuestiones que ha su juicio impedían la enseñanza efectiva de la estocástica: a) el papel de la probabilidad y la estadística en el currículo, b) las conexiones entre investigación e instrucción, c) la preparación de los profesores de matemáticas y d) el modo de aprendizaje que aún está siendo evaluado.

Las nuevas orientaciones curriculares para la enseñanza secundaria obligatoria y postobligatoria en nuestro país han prestado una mayor atención a los contenidos de estadística y probabilidad. Se reconoce de esta manera también en nuestro país la necesidad de que estos formen parte de la formación básica de los ciudadanos, de acuerdo con las recomendaciones hechas con anterioridad en otros países en este sentido (Cockroft, 1985; N.C.T.M., 1991). Sin embargo, en este momento se ha producido una novedad importante que es la introducción de la estadística inferencial en los currículos de estos niveles.

La estadística está asociada comúnmente a la idea de datos numéricos y su análisis y representación, esto es, a la interpretación de información numérica. Esta es, efectivamente, la parte *descriptiva* de la estadística, pero junto a ésta está la parte *inferencial* que nos permitirá describir los aspectos probabilísticos de la vida real, esto es, aquellos fenómenos no determinísticos, en los que está presente de una u otra manera el azar. Se reconoce así la importancia que tiene para la formación básica científica y humana de los ciudadanos el reconocer la importancia de los métodos estadísticos en el mundo económico y social moderno así como en la investigación. Las razones anteriores justifican la necesidad de que la investigación educativa se ocupe de analizar el modo en que los alumnos realizan inferencias estadísticas recurriendo al estudio de la comprensión de diversos conceptos implicados y al modo en que los alumnos se enfrentan al propio proceso de inferencia.

En este trabajo presentamos parte de los resultados obtenidos en un estudio exploratorio sobre el conocimiento de conceptos básicos en inferencia estadística en estudiantes del nivel de secundaria. Este estudio exploratorio forma parte del proyecto de investigación "Dificultades teóricas, metodológicas y curriculares de la estadística inferencial en la enseñanza secundaria" que se desarrolla en la actualidad y cuyos propósitos son, en general, determinar áreas problemáticas, dificultades de los alumnos, entornos de aprendizaje favorables o cuestiones metodológicas que puedan servir como base para mejorar la enseñanza de la inferencia estadística en el nivel de secundaria.

2. RAZONAMIENTO INFERENCIAL ESTADÍSTICO

A continuación se lleva a cabo un análisis de los razonamientos de tipo inductivo y estadístico que se utilizan en la comprensión de la inferencia estadística. Las investigaciones estudiadas sobre estos tipos de razonamiento presentan dos caminos distintos, de un lado las investigaciones de los psicólogos y de otro las de los matemáticos. Los primeros se preocupan principalmente de observar y describir lo que ocurre cuando los sujetos se enfrentan a tareas de inferencia. Los matemáticos y estadísticos mayoritariamente persiguen modificar las concepciones sobre estadística y probabilidad.

2.1. Investigaciones del campo de la psicología

El razonamiento inductivo supone la formación de conceptos, la generalización desde ejemplos y la predicción (Nisbett et al. (1983)). *Su función primordial es proporcionarnos un horizonte cognitivo amplio para realizar la toma de decisiones y proyectar los futuros cursos de acción* (Castañeda y Rodrigo (1993)).

El razonamiento inductivo es objeto de interés del campo de la psicología preocupada principalmente por su utilización en la predicción y en la toma de decisiones.

Los científicos comenzaron utilizando modelos de tradición racionalista para explicar el razonamiento predictivo (Castañeda y Rodrigo (1993)). Según estos modelos, los procesos de razonamiento del hombre de la calle se describen acudiendo a principios normativos derivados de la lógica y la matemática. Desde esta perspectiva, la

predicció probabilística final depèn de la probabilitat de ocurrencia de ese succeŝo en el passat i de la probabilitat actual, tras la aparició de un determinat dade. Fischbein i Piaget son exemples de esta tradició. Los models pragmàtics del raonament humà succeieron a los models racionalistes en la explicació del raonament inductiu. Durante las tres últimas dècades han influenciado la investigación sobre el raonament inferencial. Nisbett y Ross (1980) señalan dos tipos amplios de implementaciones para realizar inferencias intuitivas: estructuras de conocimiento que permiten al individuo definir e interpretar los datos de fenómenos físicos y sociales y heurísticas juiciosas que reducen tareas de inferencia complejas a juicios simples.

Las estructuras de conocimiento etiquetan y categorizan objetos y eventos, definen un conjunto de expectativas sobre dichos objetos y sucesos y sugieren respuestas apropiadas a ellos. Cualquier persona sometida a un estímulo, lo procesa basándose en un sistema preexistente de conocimientos esquematizados y abstractos. Sin embargo, la categorización errónea de los objetos y sucesos junto con el empleo de inapropiadas estructuras de conocimiento, conduce al error en la emisión de juicios inductivos.

La noción de modelo mental para explicar el raonamiento predictivo es de reciente desarrollo. La encontramos en los trabajos de Nisbett et al. (1983), Holland et al. (1986) y su aplicación al raonamiento predictivo de expertos en Castañeda et al. (1993). De Vega y Rodrigo (en Castañeda (1993)) definen el modelo mental como una representación temática que implica personajes, objetos y acciones, basada en una parte del sistema de conocimiento del sujeto activada por el contenido de la tarea. Desde esta perspectiva, la inducción consiste en generar y revisar las unidades que construyen los modelos mentales (Holland et al. (1986)).

2.1.1. Empleo de heurísticas

El término heurística puede definirse como un proceso cognitivo que se utiliza para reducir la complejidad de un problema durante el proceso de resolución, convirtiéndolo así en accesible para el resolutor (Kahneman et al. (1982)). Se diferencia del algoritmo en que las primeras son generalmente automáticas y se aplican de forma no reflexiva sin considerar su adecuación al juicio a realizar (Serrano (1996)).

Las investigaciones de los psicólogos Daniel Kahneman y Amos Tversky inician la hipótesis de que los sujetos emplean un número limitado de heurísticas para realizar inferencias inductivas². Estas heurísticas no respetan los principios estadísticos (Nisbett et al. (1983)) y consecuentemente pasan por alto variables estadísticas como el tamaño de la muestra, la correlación y otras cuando se resuelven problemas de raonamiento inductivo. Kahneman et al. (1982) definen tres heurísticas fundamentales atendiendo a la forma de acceso a la información o al proceso cognitivo empleado: representatividad, disponibilidad y ajuste y anclaje.

Heurística de la representatividad

La representatividad de una muestra es «el grado en que es (a) similar en las propiedades esenciales a la población de la que ha sido extraída y (b) refleja las características principales del proceso por el cual ha sido generada» (Tversky y Kahneman, 1974, en Vallecillos (1996)). La heurística de la representatividad consiste en calcular la probabilidad de un suceso sobre la base de la representatividad del mismo respecto a la población de la que proviene. De este modo, se estima la probabilidad de obtención de una muestra por el parecido de ésta con la población de la que proviene.

Esta heurística aparece asociada a la creencia de que una muestra debería reflejar la distribución de la población de la que se obtiene, o que una muestra debería reflejar el proceso por el cual los sucesos aleatorios se generan. También el empleo de la heurística de la representatividad se considera causante de no considerar el tamaño de la muestra en la realización de inferencias inductivas.

El fenómeno de la representatividad no está asociado sólo con personas sin formación estadística sino que también se pone de manifiesto en investigadores con formación estadística como recogen Shaughnessy (1983), White (1980), Vallecillos y Batanero (1995).

Heurística de la disponibilidad

Kahneman, Slovic y Tversky (1982) explican que se usa esta heurística al juzgar la frecuencia de una muestra «valorando la facilidad con la que las principales operaciones mentales de recuperación, construcción o asociación pueden ser llevadas a cabo» (pág. 164). Este tipo de raonamiento es el que lleva a los sujetos a considerar más probables aquellos sucesos de los que pueden recordar más casos. Induce sesgos importantes basados en la propia experiencia y subjetividad.

Heurístiques estadístiques

Nisbett et al. (1983) encuentran razones para pensar que las personas poseen otras heurísticas basadas en conceptos estadísticos. Las heurísticas estadísticas se consideran reglas generales, intuitivas, de procesos inferenciales que recuerdan procedimientos estadísticos formales. Para estos autores no resulta difícil encontrar casos de buenas intuiciones estadísticas en problemas cotidianos y consideran que incluso en juicios basados en la heurística de la representatividad subyace un substrato de pensamiento probabilístico.

Estas heurísticas se aplican al comportamiento de mecanismos de generación aleatoria en edades bastante tempranas. La comprensión formal de los principios estadísticos aumenta al menos hasta la adolescencia.

Los individuos no aplican siempre mecanismos de pensamiento estadístico donde debieran hacerlo aunque posean formación estadística. Nisbett et al. (1983) señala tres factores que están implícitos en la dificultad de aplicar las heurísticas estadísticas cuando se requieren: a) *claridad del espacio muestral y del proceso de muestreo*, b) *reconocimiento del papel del azar en una situación particular* y c) *prescripciones culturales para razonar estadísticamente sobre eventos de un determinado tipo*. Estos factores actuarán individualmente y más probablemente juntos para incrementar la tendencia de los sujetos a aplicar heurísticas en problemas que requieren una aproximación estadística.

Como consecuencia de lo anteriormente expuesto se sostienen las predicciones siguientes para tareas de inferencia:

- (a) Actividades diseñadas para el reconocimiento de los factores relacionados con el azar en determinados sucesos servirían para incrementar el uso de razonamiento estadístico.
- (b) Quienes mejor conocen los eventos de un determinado tipo estarán más inclinados a aplicarles el razonamiento estadístico que quienes están menos familiarizados con ese tipo de eventos debido a que las distribuciones del suceso y la influencia del azar aparecerían más claros.
- (c) Las personas no razonarían estadísticamente sobre sucesos que reconozcan como variables e inciertos porque el espacio muestral y el proceso aleatorio subyacente aparecería opaco.
- (d) La enseñanza de la estadística debería promover el uso del razonamiento estadístico incluso en sucesos mundanos de la vida diaria porque la formación estadística les ayudaría a construir modelos de distribución para sucesos, y les ayudaría a reconocer errores y a evidenciar la influencia del azar.

2.1.2. Críticas a las heurísticas

Shaughnessy (1983) refiere investigaciones de Well, Pollatsek y Konold en las que se sugiere que se debe tener precaución al atribuir a los individuos estrategias de inferencia como la representatividad, la disponibilidad y otras heurísticas basándose en resúmenes de resultados numéricos. Los individuos pueden emplear muchas estrategias diferentes que no se apreciarían en resúmenes de tipo estadístico. Estas diferencias, a juicio de los autores anteriores, son mejor apreciadas por medio de las entrevistas clínicas.

Una de las críticas más importantes a los estudios de Tversky y Kahneman se basa en mostrar que, en ocasiones, los sujetos usan la información que aporta el tamaño de la muestra apropiadamente. Aunque, también es cierto, esto no siempre ocurre por las razones correctas. Well et al. (1990) señalan que se responden especialmente bien aquellas cuestiones en las que se pregunta por cuál de dos muestras estima de manera más precisa alguna característica de la población.

Para Well et al. (1990) la atención debe ponerse en los tipos de juicios que se requiere que los sujetos emitan. Estos responden satisfactoriamente cuando se les pide que juzguen si la característica de una muestra estima la correspondiente característica de la población o hasta qué punto la característica de una muestra grande o pequeña constituyen una evidencia de la característica de la población. Por el contrario, "los problemas de Kahneman y Tversky en los que se obtienen peores resultados aportan a la gente información acerca de un población y se le pide juicios acerca de si características de grandes o pequeñas muestras son más probables de tomar un cierto valor. Si los problemas que requieren el último tipo de juicios resultan con peores resultados, no está claro si esto es porque ellos a) requieren una comprensión más sofisticada de la ley de los grandes números, b) elicitan diferentes y menos apropiadas heurísticas, o c) simplemente son más difíciles de comprender que problemas que requieran el primer tipo de juicios" (pág. 291).

2.1.3. Alternativas a las heurísticas

Frente a quienes consideran que la estructura cognitiva humana no refleja ni cálculo de probabilidades ni competencias estadísticas efectivas, Cosmides y Tooby (1996) sugieren que la mente humana puede contener una serie de competencias bien trabadas capaces de ser activadas en condiciones adecuadas. La competencia frecuentista sería una de ellas.

Cosmides y Tooby (1996) presentan un marco alternativo al de las heurísticas para el estudio de las competencias inductivas humanas. La activación de estas competencias requiere aportes válidos ecológicamente (por ejemplo, la información en formato de frecuencia).

Para estos autores, almacenar los datos en forma frecuentista presenta ventajas frente a la forma probabilística. Por ejemplo:

- (a) En la forma probabilística se perdería el número de eventos en los que se basa el juicio.
- (b) La representación frecuentista permite reorganizar fácilmente la nueva información. Por ejemplo 5 de 20 es fácilmente convertible a 5 de 21.
- (c) La representación frecuentista permite organizar la información en clases de referencia permitiendo con ello responder a una variedad mayor de preguntas.

De las hipótesis postuladas por este marco se siguen las predicciones siguientes:

- (1) La realización de razonamientos inductivos diferirá dependiendo de si a los sujetos se les pide juzgar una frecuencia o la probabilidad de un evento simple.
- (2) La realización de problemas correctos en versiones frecuentistas será superior a las versiones no frecuentistas.
- (3) La realización de problemas en términos frecuentistas satisfará alguna de las obligaciones que especifica el cálculo de probabilidades, como la regla de Bayes. Esto ocurriría porque algunos mecanismos del razonamiento inductivo de nuestra estructura cognitiva envuelven aspectos del cálculo de probabilidades.

2.1.4. Implicaciones didácticas

La investigación en psicología no solamente aporta modelos teóricos para la comprensión de los procesos de pensamiento que supone la realización de inferencias inductivas, también se ha preocupado de la influencia de la enseñanza estadística sobre las inferencias cotidianas. En este sentido, encontramos tres afirmaciones principales: (1) la enseñanza influye en el razonamiento de las personas sobre problemas cotidianos, (2) en contextos conocidos se emplean más las estrategias estadísticas y (3) la enseñanza debe incorporar aspectos de la inferencia informal.

(1) La enseñanza influye en el razonamiento de las personas sobre problemas cotidianos

Desde la perspectiva de la psicología cognitiva, la enseñanza estadística puede crear nuevas estructuras cognitivas más competentes. Mantiene, sin embargo, una posición escéptica sobre la posibilidad de hacer que desaparezcan nuestras heurísticas y sesgos (Cosmides y Tooby (1996)). En este sentido se manifiestan también Slovic, Fischhoff y Lichtenstein (citados en Shaughnessy (1983)) y Nisbett y Ross (1980). Para estos autores las personas tienden a confiar en exceso en sus habilidades y además poseen creencias que son extraordinariamente resistentes al cambio.

Nisbett, Krantz, Jepron y Kunda (1983) estudiaron el razonamiento inferencial de cuatro grupos de personas con distintos niveles de formación estadística. Los sujetos eran estudiantes de colegio (unos con formación estadística y otros no), graduados y doctores con varios años de experiencia. Se les presentó una situación problemática y los sujetos debían explicar por escrito lo que allí ocurría. Los resultados muestran que las personas sin preparación estadística no dan respuestas de tipo estadístico mientras que un amplio grupo de personas (80%) con preparación en estadística utilizan estos datos.

Sobre el mismo tema Fong, Krantz y Nisbett (1986) realizaron cuatro experimentos en los que se pretendía estudiar el efecto de la enseñanza en el razonamiento estadístico. Se evidenció que la enseñanza estadística influye en el razonamiento estadístico de las personas sobre problemas cotidianos.

Sus resultados podemos resumirlos como sigue:

- El efecto de la enseñanza se produce con independencia del método, del contexto y del tipo de sujeto.
- La enseñanza provee beneficios con independencia de su duración.
- El efecto positivo de la enseñanza se produjo no solamente cuando el contexto de las pruebas de evaluación de resultados coincidía con el contexto en el que fueron enseñados, sino también cuando no fue así.
- La mejora en el pensamiento estadístico sucedió tanto en alumnos universitarios como también en alumnos de instituto y en adultos.
- Tanto la frecuencia como la calidad del pensamiento estadístico acaeció no sólo con eventos que normalmente están asociados con la incertidumbre y la probabilidad, sino también, para los que raramente se asocian con tales conceptos.

(2) Las estrategias estadísticas se emplean más en contextos conocidos

Nisbett, Krantz, Jepron y Kunda (1983) han encontrado que el uso del razonamiento estadístico está asociado, incluso en personas sin formación estadística, con la familiaridad del contenido del que se realiza la inferencia. Para Castañeda y Rodrigo (1993), quienes participan de la noción de modelo mental, esto significa que, *"en los dominios más conocidos, el espacio muestral o distribución de los sucesos están más claros y por tanto las personas utilizan este dato. En cambio en los dominios subjetivos los sujetos tienden a utilizar menos estrategias estadísticas"*. Estos autores realizaron un estudio con 40 profesores universitarios de matemáticas y física, encontrando que en sucesos cotidianos no utilizaban estrategias de tipo estadístico.

(3) La enseñanza debe incorporar aspectos de la inferencia estadística básica

El trabajo de Fong, Krantz y Nisbett (1986) indica que cuando la formación se basa en la enseñanza abstracta de nociones de estadística influye en el razonamiento sobre sucesos concretos. Hace sin embargo, una llamada para limitar la enseñanza basada en el cálculo y potenciar los aspectos del sentido común. Los cursos introductorios de estadística deben incorporar ejemplos de cómo los principios estadísticos se pueden aplicar a los juicios de la vida cotidiana.

También Nisbett y Ross (1980) y Shaughnessy (1983) consideran que la enseñanza de la estadística debe conjuntar la enseñanza de la inferencia formal desde la secundaria con la presentación de materiales de inferencia informal y errores inferenciales. Estos materiales trabajarían anécdotas, paradojas, máximas del tipo *la suerte del principiante* y refranes como *no se debe juzgar un libro por su portada*.

2.2. Aportaciones desde el campo de la Educación Estadística

La investigación sobre la naturaleza de las concepciones que poseen los estudiantes ha mostrado que los estudiantes tienen ideas acerca de la probabilidad y de la estadística que están reñidas con la teoría aceptada. *"La existencia de estas ideas fuertemente arraigadas pueden explicar en parte por qué el aprendizaje de la probabilidad y la estadística es especialmente problemático"* (Konold (1995)). Este autor resume los resultados de sus numerosas investigaciones resaltando tres conclusiones que tienen importantes implicaciones para la evaluación de las comprensiones intuitivas de los estudiantes: a) los alumnos llevan a clase intuiciones básicamente incorrectas que se encuentran muy arraigadas; b) Estas intuiciones son difíciles de cambiar; y c) alterarlas es complicado por el hecho de que un estudiante lleva arraigadas múltiples y a menudo contradictorias creencias sobre una situación particular.

No sólo Konold (1995) aporta evidencias para aseverar las afirmaciones anteriores. Garfield y delMas (citado en Shaughnessy (1992)) examinaron, con un programa de ordenador desarrollado por ellos (Coin Toss), los efectos de una experiencia de ordenador con estudiantes sin conocimientos estadísticos sobre sus concepciones erróneas acerca de conceptos como el de variabilidad muestral, efectos del tamaño de la muestra en la variabilidad, la independencia y la aleatoriedad. Sus resultados muestran que un gran número de alumnos persisten en las concepciones erróneas sobre el tamaño de la muestra y la variabilidad después de la experiencia. Estos resultados concuerdan con los de Well et al. (1990) quienes encontraron que muchos estudiantes seguían sin comprender el efecto del tamaño de la muestra en la variabilidad de la media después de realizar varias experiencias de modelización de distribuciones muestrales con el ordenador.

Konold (1995) no puede hacer recomendaciones explícitas del tipo de instrucción que ha demostrado ser efectiva para alterar las concepciones referidas anteriormente. De modo que profundizaremos en la búsqueda de investigaciones que orienten sobre la naturaleza del razonamiento estadístico.

El razonamiento estadístico se puede definir como la manera en la que los sujetos razonan con ideas estadísticas o dan sentido a la información estadística (Garfield (1998)). Esto abarca las interpretaciones de conjuntos de datos, representaciones de datos, o resúmenes estadísticos de datos. Implícito al razonamiento estadístico está la comprensión de importantes ideas como distribución, incertidumbre, aleatoriedad y muestreo.

El objetivo de la investigación que Pfannkuch y Wild (1998) realizaron con estudiantes de estadística y estadísticos profesionales era el conocimiento de la naturaleza del razonamiento estadístico. La muestra investigada se estructuró en tres grupos. Un primer grupo de once estudiantes a los que se les pidió que resolviesen una variedad de problemas estadísticos mientras se les entrevistaba sobre su resolución o sus reacciones al enfrentarse a la información. El segundo grupo lo formaban cinco estudiantes que tenían en común el haber sido los líderes de grupos de trabajo de estudiantes que realizaban proyectos reales en distintas organizaciones. Debían resolver un problema vagamente explicado y dar una solución que podía ser utilizada por un supuesto cliente. Finalmente, al grupo de seis estadísticos se les entrevistó sobre su perspectiva de la naturaleza del razonamiento estadístico y sobre cómo abordar proyectos de esta naturaleza.

Wild y Pfannkuch estaban interesados en desarrollar un marco para los patrones de pensamiento envueltos en la resolución de problemas, para las estrategias de resolución de problemas, y la integración de elementos estadísticos dentro de la resolución de problemas.

El marco propuesto por los autores como resultado del análisis de los resultados consta de cuatro dimensiones. La primera no se diferencia mucho de otras propuestas de estructuración del proceso de resolución de problemas estadísticos. Se trata de un ciclo problema-plan-obtención de datos-análisis de datos- conclusiones.

La segunda dimensión se refiere a los tipos de pensamiento. Considera unos tipos generales como el estratégico, la búsqueda de explicaciones, la modelización y la aplicación de técnicas. Pero también consideran tipos específicos de pensamiento estadístico: reconocimiento de la necesidad de datos, transnumeración (cambiar las representaciones para mejorar la comprensión), consideración de la variación, razonamiento con modelos estadísticos, integración de la estadística y el contexto.

Añaden también los autores al marco una tercera dimensión que sería un nivel psicológico que aparece en cada una de los estados de la primera dimensión pero que no puede ser considerado exclusivo del pensamiento estadístico. La dimensión cuatro es una lista de aptitudes: escepticismo, imaginación, curiosidad y capacidad de observación, capacidad para cambiar ideas preconcebidas, propensión a profundizar en los significados, ser lógico, compromiso y perseverancia.

Resumiendo, la característica que emergió fue que el pensamiento estadístico es la integración de la comprensión del problema real y el estadístico. Ciertos elementos lo facilitan: la *interconexión* de procesos, comprender y ocuparse de la *variación*, buscar *explicaciones* alternativas para los fenómenos bajo estudio, la *transnumeración* es un término acuñado por los autores con el que quieren identificar el proceso por el que se hace una transformación para pasar de una representación numérica a otra que facilite la comprensión. Esto ocurre cuando hay una descripción cuantitativa del sistema real; cuando los datos son transformados en el sistema estadístico; y cuando los resúmenes estadísticos se combinan en formas que relacionan más directamente al problema del sistema real. También aparecieron como características: interrogarse constantemente, *encapsular* la complejidad y conocer las *limitaciones* (Pfannkuch y Wild (1998)).

3. OBSTÁCULOS, ERRORES Y DIFICULTADES EN LA COMPRESIÓN DE CONCEPTOS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA ELEMENTAL

Las investigaciones las hemos centrado alrededor de un conjunto de conceptos relacionados con el muestreo que son centrales para comprender la inferencia estadística, pero hay conceptos más generales sobre probabilidad y estadística cuya comprensión errónea puede influir en las conclusiones sacadas por los alumnos del análisis de un conjunto de datos.

El diagnóstico de la existencia de éstas no supone la necesidad de sustitución de una estructura cognitiva sino su reestructuración. La validez de una idea no es intrínseca a ella sino una característica vinculada al contexto. Los errores sistemáticos se consideran por tanto, dentro de una perspectiva contextual, en la que las concepciones erróneas no son reemplazadas sino que se construye una nueva estructura cognitiva.

Dificultats de caràcter general

Cuando intentamos desarrollar, a través de la enseñanza, un razonamiento probabilístico correcto y coherente encontramos que los alumnos presentan errores de concepción y de interpretación, sesgos y como dicen los psicólogos, tendencias emocionales. Las causas de estas disfunciones pueden ser dificultades lingüísticas, falta de herramientas lógicas, dificultades para extraer la estructura matemática de las experiencias, la dificultad para comprender el concepto de azar (Fischbein et al. (1991)), dificultad con los conceptos de números racionales y razonamiento proporcional, conflicto entre las ideas de probabilidad y las experiencias de los estudiantes y su manera de ver el mundo, un rechazo hacia la probabilidad por haberle sido presentada inicialmente en forma abstracta y formal (Garfield y Alhgreen (1988)) y por haber enfatizado en los currículos aquellos aspectos deterministas de la ciencia.

Los alumnos presentan dificultades con el concepto de número racional y con el razonamiento proporcional, lo que dificulta la comprensión del concepto de probabilidad y conceptos asociados a ella (Cañizares (1997); Serrano (1996)). En Estadística, también el concepto de correlación necesita del razonamiento proporcional. Por otro lado, el reciente desarrollo de la Probabilidad y de la Estadística, provoca controversias sobre el significado del término probabilidad. Podemos encontrar interpretaciones frecuentistas, clásicas, subjetivas, etc. que se refleja en las aplicaciones y en los planteamientos didácticos en los distintos libros de texto. La Inferencia Estadística refleja esta diferencia de significados en la controversia sobre si es posible o no atribuir probabilidades a las hipótesis y si ello puede lograrse o no con la aproximación clásica o bayesiana de la inferencia.

Fischbein et al. (1991) han tratado de obtener una mejor comprensión de los orígenes y naturaleza de algunos obstáculos intuitivos probabilísticos. Los siguientes factores se presentan como explicaciones de las distorsiones en los juicios probabilísticos:

- Los sujetos no tienen una definición clara de los términos “cierto”, “posible” e “imposible”. Algunos confunden “raro” con “imposible”.
- Los conceptos de sucesos compuestos y simples entrañan también interés didáctico. Concretamente han identificado las situaciones siguientes: No hay una comprensión natural del hecho de que, en un espacio muestral, posibles resultados deberían distinguirse y contarse separadamente si el orden de sus componentes elementales es distinto. Trabajando también con sucesos compuestos encuentran que, generalmente, muchos sujetos parecen poder relacionar espontáneamente las estimaciones de probabilidad a la magnitud de los espacios muestrales aunque, en algunas ocasiones, la descripción de estos espacios muestrales es incorrecta. La magnitud de los números de las probabilidades que tienen que comparar representa el principal factor en las decisiones de los sujetos.
- La capacidad para abstraer estructuras matemáticas idénticas de diferentes experimentos. Por ejemplo, la probabilidad de obtener (5, 5, 5) lanzando un dado tres veces o arrojando simultáneamente tres dados.
- La capacidad de sintetizar lo necesario de lo aleatorio. La idea de que un resultado estocástico depende sólo del azar, con independencia de cuales sean las condiciones dadas, hace luego cualquier predicción infundada.

Concepto de población.

Lavoie y Caille (1986) llevaron a cabo una investigación con 66 alumnos universitarios, con el objetivo de estudiar la comprensión de cuatro niveles iniciales del concepto probabilista y estadístico de población. Diseñaron para ello una unidad didáctica que permitió a los alumnos del grupo experimental adquirir mejor comprensión de esos cuatro niveles del concepto de población.

Los niveles estudiados fueron: nivel 1, concepto de población en sentido usual, es decir, conjunto de individuos o de objetos sobre el que realizamos el estudio. El nivel 2 es el concepto de población en el sentido que se utiliza en probabilidad y estadística. Se ha estructurado en distintos subniveles determinados por los procedimientos de construcción del concepto.

El concepto de población del subnivel 2.1. se construye con el procedimiento siguiente: cada individuo u objeto del conjunto en estudio es reemplazado por el valor que le caracteriza en el estudio (llamada población madre de tipo discreto).

Si la característica de estudio es cualitativa, la población obtenida por el procedimiento anterior es un conjunto

de valores no numéricos. El subnivel 2.2. (población madre de tipo discreto) se obtiene reemplazando cada valor no numérico de la anterior población por un nombre. Si la característica es dicotómica, la población de subnivel 2.2. es una población de Bernoulli.

Para construir el concepto de población de subnivel 2.3. (población de muestreo de tipo discreto), extraemos todas las muestras de tamaño n de la población madre y cada muestra es reemplazada por un nombre.

En el subnivel 2.4., el concepto de población madre de tipo discreto y población de muestreo de tipo discreto son sustituidos por el más general de población de tipo discreto ya que en los dos tienen como invariante el hecho de ser un conjunto finito o numerable de nombres. Esta población recibe el nombre de población de tipo discreto.

La investigación dejó abiertas dos preguntas que no obtuvieron respuesta de la investigación: ¿Es más fácil acceder a un nivel de comprensión del concepto de población en aquellas poblaciones que se definen por un carácter cuantitativo o en las que se definen por un carácter cualitativo?; ¿Es más fácil acceder a un nivel de comprensión del concepto de población cuando se utiliza el lenguaje de las poblaciones o cuando se utiliza el lenguaje de las variables aleatorias?.

Concepto de muestra

La comprensión de la naturaleza de las afirmaciones estadísticas supone alcanzar un equilibrio entre dos ideas, la representatividad de la muestra y la variabilidad de ésta. La representatividad de la muestra es la idea de que una muestra tomada de una población tendrá a menudo características similares a la población de origen. La variabilidad de la muestra es la idea de que las muestras de una población simple no son todas la misma así que no igualan a la población (Rubin et al. (1990)).

Con objeto de estudiar las concepciones de los estudiantes sobre estas dos ideas, Rubin, Bruce y Tenney (1990) entrevistaron a doce estudiantes del equivalente al último curso de Bachillerato que nunca habían recibido ningún curso sobre estadística. En la entrevista se preguntaban seis cuestiones abiertas sobre muestreo e inferencia estadística.

Encontraron que los estudiantes investigados, al construir una distribución muestral, estaban influenciados por la idea de la representatividad de la muestra. Subestimaron la frecuencia de las muestras cerca de la cola de la distribución y sobrestimaron la frecuencia de la muestra modal, incluso cuando fueron conscientes del número de categorías entre las que tenían que distribuir las muestras. En unas situaciones las respuestas están guiadas por la representatividad mientras que en otras el concepto de variabilidad muestral es más fuerte. El

tamaño de la muestra no parece operar apropiadamente para separar las dos ideas. En definitiva, los estudiantes tenían modelos inconsistentes de la relación entre muestras y población incluso en problemas donde los modelos matemáticos que subyacen son distribuciones binomiales. Investigaciones posteriores de Moreno y Vallecillos (1998) encuentran resultados similares.

Para Rubin et al. (1990), los resultados de sus entrevistas evidencian que cuando en clase de matemáticas se pone el énfasis en la respuesta correcta y se subraya que las matemáticas suponen precisión y falta de error se converge con la tendencia de los estudiantes a creer en la representatividad muestral. De este modo, se produce en los estudiantes una concepción en la cual la muestra representativa es la única que se obtiene si se muestrea correctamente. Al mismo tiempo en la enseñanza de las escuelas estadounidenses el estudio de las muestras empiezan con la idea de que son representativas de la población en la mayoría de las ocasiones. Estas dos ideas se refuerzan "*para socavar la comprensión de los estudiantes de la variabilidad muestral*" (pág. 319).

Tamaño de la muestra

Distintos trabajos han puesto de manifiesto que el tamaño de la muestra no es tenido en cuenta para realizar inferencias e incluso cuando el tamaño de la muestra es más pequeño, la heurística de la representatividad aparece con más fuerza como factor determinante de la inferencia (Rubin (1990); Pollatsek et al. (1984)). De este modo, se estima la probabilidad de obtención de una muestra por el parecido de ésta con la población de la que proviene o se considera que la población sobre la que se infiere tendrá las mismas características que la muestra obtenida.

En determinadas situaciones la información aportada por el tamaño de la muestra se utiliza apropiadamente. Well et al. (1990) señalan que responden especialmente bien aquellas cuestiones en las que se les pregunta por cual de dos muestras estima de manera más precisa alguna característica de la población.

Parámetros y estadísticos

Schuyten (1991) ha señalado como un problema relacionado con el muestreo, los diferentes niveles de concreción de un mismo concepto en estadística descriptiva e inferencia. Por ejemplo, es esencial distinguir entre la media teórica en la población (que es una constante desconocida), la media particular obtenida en nuestra muestra; los posibles valores de las diferentes medias que se obtendrían en las diferentes muestras aleatorias de tamaño n (que es una variable aleatoria) y la media teórica de esta variable aleatoria, que coincide con la media de la población en el muestreo aleatorio.

El espacio muestral

La identificación correcta del espacio muestral se presenta como un factor importante en la evaluación probabilística de los sucesos. El análisis de los resultados de un experimento realizado por Fischbein et al (1991), concluye que para los sujetos sin preparación probabilística, existe una capacidad intuitiva para evaluar la magnitud del espacio muestral correspondiente a una cierta experiencia estocástica. Además, apuntan los siguientes obstáculos interfiriendo en la correcta evaluación probabilística:

- a) No hay un respaldo natural e intuitivo para contar separadamente como distintos resultados, los mismos grupos de resultados con diferentes secuencias (por ejemplo 1, 3 y 3, 1).
- b) Los sujetos tienden a olvidar, algunas veces, las condiciones específicas de la experiencia estocástica y el espacio muestral se construye sin considerar las respectivas limitaciones (por ejemplo considerar los números 7, 8,... en un juego de dados)
- c) Muchos sujetos no poseen una técnica sistemática para producir todos los posibles resultados de una experiencia.
- d) La disponibilidad parece ser un factor importante en la evaluación intuitiva de la magnitud de un espacio muestral. Los sujetos obtienen mejor como suma de dos números 2 o 12 que 3 u 11.

Muestreo aleatorio

En un estudio desarrollado por Pollatsek et al. (1984) se comparan los errores cometidos en los juicios a partir de muestras de sujetos "novatos" en estadística con las inferencias que realizan los estadísticos expertos. Observaron que éstos emplean como modelo del proceso de muestreo aleatorio la extracción de bolas de una urna. En este modelo, el muestreo aleatorio se considera isomorfo al proceso de extracción con reemplazamiento de bolas de una urna, lo que implica la comprensión de la idea de independencia de ensayos repetidos. El empleo de la heurística de la representatividad incluso en muestras pequeñas se justificaría entonces por el empleo de modelos inadecuados para el proceso de muestreo o incluso la ausencia de un modelo.

4. APRENDIZAJE DE CONCEPTOS INFERENCIALES EN SECUNDARIA

Describimos, resumidamente, las características de un estudio exploratorio sobre el aprendizaje de conceptos inferenciales en secundaria (Moreno y Vallecillos (2001a, 2001b)). Los objetivos generales principales de este estudio son: a) explicitar las ideas que poseen los estudiantes del nivel de secundaria sobre conceptos básicos de inferencia estadística; b) estudiar comparativamente estas ideas en alumnos estadísticamente novatos con los que finalizan su formación secundaria y c) analizar la influencia en la conceptualización de distintos contextos de presentación de la pregunta.

El estudio se ha llevado a cabo con un total de 49 alumnos de dos Institutos de Enseñanza Secundaria de Granada. 30 de ellos pertenecen a 3º curso de la E.S.O. y no han recibido formación estadística previa, los otros 19 estudiantes pertenecen al curso de COU, son alumnos que terminan su formación secundaria este curso y pasarán a la Universidad el año próximo.

Los datos se han tomado a partir de un cuestionario escrito que consta de doce preguntas referidas a los siguientes conceptos de inferencia estadística básica: conceptos de población y de muestra; el proceso de inferencia de la muestra a la población; la influencia del tamaño de la muestra en el proceso de inferencia; la influencia de distintos métodos de muestreo para realizar la inferencia; el concepto de aleatoriedad y la presencia de sesgos en el muestreo.

Los enunciados se presentan en tres contextos distintos: a) concreto; b) de narración y c) numérico. La variable contexto debe entenderse como medio de presentación de la tarea y está dividido en dos partes: la Parte I que contiene los enunciados en contexto concreto, requiere el empleo de material manipulativo (bolas, botellas de

muestreo y baraja de naipes) y la intervención del investigador; la Parte II contiene los enunciados en los contextos narrativo y numérico y no es necesaria la intervención del investigador.

En este trabajo presentaremos únicamente los resultados que se refieren a los conceptos de población y muestra y al propio proceso de inferencia.

4.1. Conceptos de población y muestra

En la Tabla 1 tenemos resumidos los datos acerca de la identificación de la población y la muestra.

Identifican la población de estudio en el contexto concreto el 57.1% de todos los estudiantes, mientras que sólo lo hacen el 49% en los contextos narrativo y el numérico.

Identifican la muestra el 30.6% de los estudiantes en el contexto concreto, el 22.4% en el contexto narrativo y el 20.4% en el numérico.

No identifican la población ni la muestra en el contexto concreto el 42.9%, el 48.9% en el narrativo y el 49% en el contexto numérico.

En estos primeros resultados globales se observa un mayor porcentaje de alumnos que identifican la población o la muestra o no identifican ninguna de ellas en el contexto concreto que en el narrativo y el numérico. Parece deducirse de ellos claramente una ordenación de los contextos, concreto, narrativo, numérico, de mayor a menor facilidad para los alumnos en cuanto a la identificación de los conceptos analizados se refiere.

En el estudio por cursos, el 53.3% de los alumnos de ESO identifican la población frente al 63.2% de los de COU en el contexto concreto; el 50% de los alumnos de ESO lo hacen frente al 47.4% de los de COU en el contexto narrativo y en el contexto numérico los resultados obtenidos son el 33.3% en el grupo de ESO y el 73.6% de los alumnos de COU.

Los resultados para el grupo de ESO (53.3%, 50.0%, 33.3%) mantienen el orden inicial para los contextos (concreto, narrativo, numérico) de mayor a menor facilidad. Para el grupo de COU (63.2%, 47.4%, 73.6%), sin embargo se deduce que ha resultado para ellos más familiar y más fácil el contexto numérico para la identificación de la población estudiada. Comparativamente, los porcentajes de alumnos que identifican la población, son mas altos para los alumnos de COU en los contextos concreto y numérico, con una diferencia especialmente notable para el caso numérico. En el narrativo son ligeramente más altos los porcentajes del grupo de ESO (50%, 47.4%).

Tabla 1. Identificación de población y muestra

CONTEXTO	ESO			Curso		
	Id. Población	Id. Muestra	NP/NM	Id. Población	Id. Muestra	NP/NM
Concreto	14 53.3%	7 23.3%	14 46.7%	12 63.2%	8 42.1%	7 36.8%
Narrativo	15 50.0%	5 16.7%	15 50.0%	9 47.4%	6 31.6%	9 47.3%
Numérico	10 33.3%	3 10.0%	20 66.6%	14 73.6%	8 42.1%	4 21.1%

Si analizamos la identificación de la muestra por cursos observamos los datos siguientes: en el contexto concreto lo hacen el 23.3% de los alumnos de ESO frente al 42.1% de los de COU; en el narrativo el 16.7% de alumnos de ESO frente al 31.6% en COU; en el contexto numérico lo hacen el 10% en ESO y el 42.1% en COU.

Los resultados para el grupo de ESO (23.3%, 16.7%, 10%) mantienen el orden citado (concreto, narrativo, numérico) para los contextos de mayor a menor facilidad. En COU los resultados (42.1%, 31.6%, 42.1%) sin embargo indican pocas diferencias entre los contextos. Comparativamente, los resultados obtenidos por el grupo de ESO son considerablemente más bajos que los de COU. También las diferencias, con respecto al caso de la identificación de la población, son considerablemente más grandes que las anteriores. Estos datos son un indicador inicial de una posible mayor dificultad para la identificación de la muestra que la de la población en todos los contextos y por cursos.

No identifican la población ni la muestra, por cursos, el 46.7% de los alumnos de ESO frente al 36.8% de los de COU en el contexto concreto; el 50% en ESO frente al 47.3% en COU en el narrativo y el 66.6% en ESO frente al 21.1% en COU.

Comparando nuevamente por contextos, los resultados para ESO son (46.7%, 50%, 66.6%) y para COU (36.8%, 47.3%, 21.1%) observamos que las diferencias son ciertamente notables, excepto para el contexto narrativo. La diferenciación mayor se produce en el contexto numérico, en donde se observa una diferencia entre los porcentajes del 45%.

En resumen: muchos estudiantes de ambos niveles de enseñanza no identifican los conceptos básicos de población y muestra si bien hay diferencias importantes en los porcentajes de éxito en los ítems correspondientes en función del contexto. El concreto es el que ofrece mayor porcentaje de respuestas correctas. El grupo de COU ofrece mejores resultados globales que el de ESO y en el contexto numérico. Las dos terceras partes de los alumnos de ESO no identifican ni la población ni la muestra mientras que en COU no lo hacen la quinta parte.

4.2. Proceso de inferencia de la muestra a la población

Esta parte del estudio tenía como objetivo encontrar concepciones de los alumnos al realizar inferencias inductivas. El término concepción es utilizado en el sentido de Artigue (1990), como "objeto local, estrechamente asociado al saber en juego y a los diferentes problemas en cuya resolución interviene". También empleamos el término concepción en el sentido de modelo teórico construido por el investigador, como si en efecto fuera el empleado por el alumno, en terminología de Robert (1983), de manera que lo que llamamos concepción en este trabajo, es un modelo teórico de razonamiento inferencial, construido por nosotros para la investigación, sobre la base de conocimientos locales de los alumnos manifestados en el momento de la investigación, para esquematizar y formalizar los rasgos comunes de las respuestas de un grupo de estudiantes. Para el profesor lo interesante de este catálogo de concepciones es la información básica que le proporciona para posteriormente intentar cambiar las inadecuadas.

Para categorizar las respuestas de los alumnos se utilizó inicialmente la clasificación en tres grandes grupos según los criterios de descripción de la población empleados en ellas descrita en Moreno (2000) y en contexto concreto.

Estos fueron:

C1) Concepción inferencial: El proceso de inferencia está sujeto al azar y no permite determinar con precisión las características de una población a partir de las de una de sus muestras.

C2) Concepción de identidad: El proceso de inferencia permite describir la población con características idénticas a las de una de sus muestras.

C3) Concepción previa: La población tiene unas características descritas por ideas previas y no por las observadas en la muestra extraída.

En el contexto narrativo hemos encontrado hasta un 20.4% del total de respuestas que expresan la idea de que la encuesta no permite saber nada si no se estudia toda la población. Hemos añadido, pues, una nueva categoría en la clasificación anterior que hemos llamado *concepción determinista*:

C4) Concepción determinista: Solo el estudio de la población completa permite determinar sus características propias.

En la Tabla 2 están resumidos los resultados obtenidos según los contextos y por grupos de estudiantes. Como puede verse en ella, en los dos contextos y en los dos grupos la mayoría de los alumnos manifiestan la *concepción de identidad*, C2, en el proceso de inferencia. Se manifiesta independiente del contexto y en porcentajes altos, en general, y especialmente en COU. En este curso el porcentaje de alumnos que manifiestan esta concepción es especialmente alto en el contexto concreto.

Tabla 2. Concepciones sobre el proceso de inferencia

CONTEXTO	Curso							
	ESO					COU		
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
Concreto		15 60.0%	10 40.0%			13 86.7%	2 13.3%	
Narrativo	5 19.2%	15 57.7%		6 23.1%	3 16.3%	11 61.1%		4 22.2%

El número de respuestas en blanco es mayor en el contexto concreto, 18.4%, que en el contexto narrativo, 10.2%.

Por cursos, los porcentajes de aparición de C2 en ambos contextos están en torno al 60% en ESO y entre el 60 y el 87% en COU.

La concepción C4 aparece en el 23.1% de las respuestas de los alumnos de ESO y en un 22.2% de las de COU.

En resumen: muchos alumnos manifiestan la *concepción de identidad* en sus respuestas acerca del proceso de inferencia que es una manifestación explícita de la heurística de la representatividad descrita por Kahneman y cols. (1982) en otro contexto.

5. IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA EN SECUNDARIA

En los dos grupos de estudiantes de nivel de secundaria explorados, hemos encontrado importantes errores que afectan a los conceptos de población y muestra en todos los contextos en los que se han presentado las preguntas correspondientes. Estos resultados son llamativos porque podría suponerse que, al tratarse de conceptos subyacentes en muchas actividades de la vida diaria en diversas formas, los estudiantes tienen muchos ejemplos y situaciones que les sirven de base para construir estos conceptos.

El estudio de una muestra no proporciona una buena estimación de las características de la población estudiada, en opinión de muchos alumnos. Tampoco parecen apreciar claramente las ventajas de la aleatoriedad frente a otros tipos de muestreo.

Todos estos resultados han sido obtenidos de un estudio exploratorio sobre una muestra intencional de estudiantes y no pueden ser generalizados en absoluto. Sin embargo, dibujan un panorama de concepciones e ideas previas de los estudiantes de secundaria que es necesario tener en cuenta por las implicaciones de todo tipo que de ellas se derivan. En nuestro caso nos han servido de momento para generar una serie de hipótesis de investigación sobre las que es necesario trabajar mucho todavía con el fin de diseñar una metodología de trabajo para la enseñanza basada en teorías generadas por la observación sistemática y organizada de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística inferencial en este nivel de enseñanza.

Agradecimientos: Este trabajo se realiza en el marco del Proyecto de Investigación PB97-0827 de la Dirección General de Enseñanza Superior, MEC, Madrid.

6. BIBLIOGRAFÍA

Artigue, M. (1990). Epistemologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 10(2-3), 241-286.

Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., y Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.

Cañizares, M. J. (1997). *Influencia en el razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Castañeda, J. P., y Rodrigo, M. J. (1993). Modelos mentales en el razonamiento predictivo de expertos. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 46 (3), 275-283.

Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.

Cohen, S., Smith, G., Chechile, R.A., Burns, G., y Tsai, F. (1996). Identifying Impediments to Learning Probability and Statistics From an Assessment of Instructional Software. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 21(1), 35-54.

- Cosmides, L., y Tooby, J. (1996). Are humans good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment uncertainty. *Cognition*, 58, 1-73.
- Cubero, J. (2001). *Dados y datos*. Dirección General de Economía. Gobierno de las Islas Baleares: Palma (Mallorca).
- Díaz Godino, J., Batanero, M. C., y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Dolan, S. (Project director). (1992a). *Data collection*. The School Mathematics Project. Cambridge University Press.
- Dolan, S. (Project director). (1992b). *Living with uncertainty*. The School Mathematics Project. Cambridge University Press.
- Fischbein, E., Sainati, M., y Sciolis, M. (1991). Factors affecting Probabilistic Judgements in Children and Adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Fong, G.T., Krantz, D.H., y Nisbett, R. E. (1986). The Effects of Statistical Training on Thinking about Everyday Problems. *Cognitive Psychology*, 18, 253-292.
- Garfield, J. (1998). The statistical Reasoning Assessment: development and validation of a research tool. *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics*, 781-786.
- Garfield, J., y Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Garfield, J., y delMas, R. (1989). Reasoning about chance events: Assessing and changing students' conception of probability. In C. Maher, G. Goldin, y B. Davis (eds.), *The Proceedings of the Eleven Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. II, pp. 189-195). Rutgers: Rutgers University Press.
- Holland, J., Holyoak, K., Nisbett, R., y Thagard, P. (1986). *Induction. Processes of inference, learning and discovery*. Cambridge: MIT Press.
- Kahneman, D., Slovic, P., y Tversky, A. (eds.). (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Konold, C. (1995). Issues in Assessing Conceptual Understanding in Probability and Statistics. *Journal of Statistics Education*, 3(1). (on-line)
- Landwehr, J; Swift, J. y Watkins, A. (1987). *Exploring Surveys and Information from Samples*. Quantitative Literacy Series. Palo Alto, Ca.: Dale Seymour Pub.
- Lavoie, R.; Caillé, A. (1986). La compréhension du concept de population: une étude exploratoire. *Ann. Sc. Math. Québec*, 10(1), 27-49.
- Moreno, A. (2000). *Investigación y enseñanza de la estadística inferencial en el nivel de secundaria*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada.
- Moreno, A. y Vallecillos, A. (1998). El muestreo en la enseñanza secundaria. En F. Muñoz, Cárdenas, D y López, A. (Eds.): *Actas de las VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales"*, (pp. 249-254). Jaén: S.A.E.M. "Thales".
- Moreno, A. y Vallecillos, A. (1999a). ¿Cuántas ranas hay en la charca?. *Actas de las 9º Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*, (pp. 294-296). Lugo: CEFOCOP.
- Moreno, A. y Vallecillos, A. (1999b). La educación estadística en la sociedad actual. En: I. Berenguer, J. M. Cardeñoso y M. Toquero (Eds.). *Investigación en el aula de matemáticas: Matemáticas en la sociedad*, (pp 253-261). Granada: Universidad de Granada y Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales".

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

Moreno, A. y Vallecillos, A. (en revisió). Exploración de concepciones iniciales sobre procesos inferenciales. *Educación Matemática*.

Moreno, A.; Vallecillos, A. (2000). Dificultades en la comprensión de conceptos básicos de inferencia estadística en la educación secundaria. En: Gámez, A.; Macías, C.; Suárez, C. (Eds.). *Actas del IX Congreso Andaluz de Educación Matemática "Thales"*, (pp. 109-111). Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.

Moreno, A.; Vallecillos, A. (2001a). Exploratory study on inferential concepts' learning in secondary level in Spain. En: Van den Heuvel, M. (eds.). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, pp.343.

Moreno, A.; Vallecillos, A. (2001b). Influencia del nivel escolar y el contexto en el conocimiento informal de conceptos inferenciales. En: Moreno, F., Gil, F., Socas, M. y Godino, J.D. (eds.). *V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, pp. 187-196.

N.C.T.M. (2000). *Principles and standards for schools mathematics*. Reston, VA:NCTM.

Nisbett, R.E., Krantz, D.H., Jepson, C., y Kunda, Z. (1983). The Use of Statistical Heuristics in Everyday Inductive Reasoning. *Psychological Review*, 90(4), 339-363.

Nisbett, R.E., y Ross, L. (1980). *Human Inference: Strategies and Shortcoming of social judgment*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Pfannkuch, M., y Wild, C. (1998). Investigating the Nature of Statistical Thinking. *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics*. 459-465. Singapur: ISI.

Pollatsek, A., Konold, C., Well, A., y Lima, S. (1984). Beliefs underlying random sampling. *Memory and Cognition*, 12, 395-401.

Robert, A. (1983). L'adquisition de la notion de convergence des suites numeriques dans l'enseignement superieure. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 3(3), 307-341.

Rubin, A., Bruce, B., y Tenney, Y. (1990). Learning about Sampling: Trouble at the Core of Statistics. *Proceedings of the Third International Conference on Teaching of Statistics*, pp. 314-319. Dunedin: University of Otago.

Sahai, H., Khurshid, A., y Misra, S. C. (1996). A Second Bibliography on the Teaching of Probability and Statistics. *Journal of Statistics Education* 4(3). (on-line)

Scheaffer, R, Gnanadesikan, M., Watkins, A. y Witmer, J. (1996). *Activity-Based Statistics*. New York: Springer.

Schuyten, G. (1991). Statistical Thinking In Psychology and Education. *Actas de la ICOTS III*, 486-490. Dunedin: University of Otago.

Serrano, L. (1996). *Significados institucionales y personales de conceptos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Shaughnessy, J. M. (1983). The Psychology of Inference and the Teaching of Probability and Statistics: Two Sides of the Same Coin?. En R. W. Scholz (ed.), *Decision Making Under Uncertainty*, 325-350. North-Holland: Elsevier Science Publishers B.V.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflection and Directions. En D. Grouws (ed.), *Handbook on Research in Mathematics Education*, 465-494. London: McMillan Publishing Co.

Tversky, A. y Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty. Heuristics and Biases. *Science*, 185, 1124-1131.

Vallecillos, A. (1996). *Inferencia Estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Granada: Comares.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses. Ponencia invitada, Topic IPM 58. *Proceeding of the 52nd Session of the International Statistical Institute*, Vol. 2, Tome LVIII, pp. 201-204. The Netherland: ISI.

Vallecillos, A. y Batanero, C. (1995). La inferencia estadística en la investigación experimental en el campo educativo. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 8, 5-16.

Vallecillos, A. y Moreno, A. (1997). Los profesores de matemáticas y la inferencia estadística en la enseñanza secundaria. En I. Berenguer, B. Cobo y F. Fernández (Eds.), *Investigación en el aula de Matemáticas: La tarea docente*, (pp. 279-287). Granada: Universidad de Granada y Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales".

Well, A., Pollatsek, A., y Boyce, S. (1990). Understanding the effects of sample size on the variability of the mean. *Organizational behavior and human decision processes*, 47, 289-312.

White, A.L. (1980). Avoiding errors in educational research. *Research in Mathematics Education*. 47-65.

1 De toda la revisión bibliográfica llevada a cabo por Becker (1996) sobre trabajos de investigación en educación estadística, el 3% de las referencias bibliográficas son anteriores a 1970, el 32% en la década de los setenta, 35% en los ochenta y en el período 1990-95 el 30% de las referencias encontradas.

2 En Shaughnessy (1993, pág. 470) se referencian numerosas investigaciones que, a juicio del autor, confirman esta hipótesis.

DISEÑO EXPERIMENTAL PARA CIENCIAS AMBIENTALES Y AGROPECUARIAS

Sánchez Coseano Diana C.

Amendola de Olsen Ana

Cátedra de Diseño Experimental

Facultad de Ciencias Naturales Universidad Nacional de Salta

Avda. Bolivia 5051 Salta (4400) República Argentina

carosana@yahoo.com.ar

aolsen@unsa.edu.ar

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza del diseño experimental para el ejercicio profesional del ambientalista o el agrónomo en un entorno natural como el que ofrece el noroeste de la Argentina, constituye un desafío a la hora de proponer contenidos y actividades en las curriculas universitarias.

La investigación en zonas de montaña con importantes gradientes altitudinales, la diversidad y la dinámica de los ambientes naturales, implica analizar la varianza de datos obtenidos de mediciones o de experimentos con especial cuidado en el control de las fuentes de variación. Y no sólo detectar las fuentes de variación debe ser objetivo del investigador, sino conocer la dirección que tienen los gradientes, que en ambientes tan diversos pueden ser contrapuestos para dos factores ambientales distintos.

En este marco se presenta la propuesta curricular de la Cátedra de Diseño Experimental de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de Salta (noroeste de Argentina), la que implica el abordaje amplio de esta problemática en el contexto de las carreras universitarias para las que se imparte: Ingeniería Agronómica (2° Año), Ing. en Recursos Naturales y Medio Ambiente (Optativa) y Licenciatura en Biología (3° Año).

2. CONTENIDOS PROPUESTOS

El dictado de la asignatura se ajusta al siguiente programa, separado en unidades temáticas.

1 - Diseño Experimental. Introducción. Concepto. Su importancia en la investigación. Principios básicos: repetición, aleatorización y control local. Unidad experimental. Tratamiento. Confusión. Ventajas e inconvenientes de los experimentos diseñados estadísticamente.

2 - El Análisis de la Varianza (ANOVA). Consideraciones generales. Partición de la variación total a uno y dos criterios de clasificación. Cuadros de análisis de la varianza. Modelos de efectos fijos, aleatorios y mixtos. Pruebas de hipótesis. El modelo estadístico lineal. Supuestos básicos: homogeneidad de varianzas, normalidad, aditividad, independencia. Inconformidad del modelo. Transformaciones.

3 - Diseño completamente aleatorizado. Definición. Principales características. Modelo matemático para un DCA con una observación por unidad experimental. Análisis de la varianza con igual y distinto número de repeticiones por tratamiento. Ventajas y limitaciones del diseño.

4 - Comparaciones de medias de tratamientos. Pruebas 'F' planeadas. Descomposición de la suma de cuadrados de tratamientos. Contrastes. Contrastes ortogonales. Comparaciones de medias de tratamientos mediante los métodos de Tukey, Duncan y Scheffé. Prueba de Dunnett. Características y aplicaciones de cada test.

5 - Diseño en bloques completos al azar. Definición. Principales características. Modelo matemático para un DBCA con una observación por unidad experimental. Análisis de la varianza. Caso de parcelas, bloques o tratamientos perdidos. Comparaciones múltiples de medias de tratamientos. Ventajas y limitaciones del diseño.

6 - Diseño en cuadrado latino. Definición y características. Formas típicas. Aleatorización. Modelo estadístico lineal. Análisis de la varianza. Caso de datos perdidos. Comparaciones múltiples de medias de tratamientos. Ventajas y limitaciones del diseño.

7 - Submuestreo. Diseños completamente aleatorizados, en bloques completos al azar y en cuadrado latino con más de una observación por unidad experimental. Modelos matemáticos. Análisis de la varianza para cada caso. Error experimental y error de muestreo. Comparaciones múltiples de medias de tratamientos.

8 - Experimentos factoriales. Definición. Factores y niveles. Tratamientos. Efectos simples, principales e interacciones. Modelos matemáticos y análisis de la varianza de DCA, DBCA y DCL que involucran combinaciones de tratamientos factorial. ANOVA de la interacción. Comparaciones de medias. Ventajas y limitaciones de los experimentos factoriales.

9 - Diseños en parcelas divididas. Concepto. Aleatorización. Modelos matemáticos y análisis de la varianza de un DCA, DBCA y DCL con parcelas divididas. ANOVA de la interacción. Cálculo de parcela perdida. Comparaciones de medias. Ventajas y limitaciones del diseño.

10 - Análisis de la covarianza. Introducción. Usos de la cova-rianza. Supuestos básicos. Hipótesis. Modelos matemáticos y análisis de la covarianza para un DCA, DBCA y DCL. Comparaciones de medias de tratamientos ajustadas.

3. METODOLOGÍA

• **El énfasis está puesto en qué y cómo se enseña.** La intervención del docente está orientada a ordenar el análisis, proponer objetivos que los alumnos puedan alcanzar, motivar el sentido crítico y orientar en la resolución práctica de los problemas.

• **Clases teórico-prácticas:** Se dictan 2 veces por semana y tienen 3 horas de duración cada una. Constan de dos partes, en la primera el docente expone sobre los fundamentos teóricos del tema del día y una ejemplificación con un enfoque estadístico y biológico que permita motivar a los alumnos a la formación de grupos de discusión para la resolución de los problemas propuestos por el docente en la guía de trabajos prácticos. En la segunda parte, los estudiantes, en grupos pequeños resuelven los problemas. La información obtenida es expuesta por los integrantes de cada grupo y discutida con el conjunto. Además de la resolución de problemas, la guía incluye · la formulación de hipótesis de trabajo sobre una cuestión en particular, como una forma de enriquecer el conocimiento adquirido. Se enfatiza en la utilización del diseño adecuado y su resolución en el campo real.

• **Material para el dictado de Teóricos - prácticos:** Se utilizan los recursos disponibles en la Facultad como pizarrón y tizas, retroproyector y transparencias, dependiendo de la complejidad del tema y la necesidad de manejar los tiempos para la comprensión y elaboración conceptual. Para el taller interdisciplinario, se adaptan los objetivos de investigación a los recursos experimentales existentes.

• **Consultas al docente:** El docente está a disposición de los alumnos para consultas en gabinete y discusión crítica en horarios fuera de las clases públicas que se fijan de común acuerdo. (6 hs. semanales)

• **Talleres:** Se imparten dos talleres en la materia.

Taller Interdisciplinario:

Cuyo propósito es que al finalizar el curso, los estudiantes sean capaces de:

- Dado cierto material biológico y determinadas condiciones de experimentación
- Generar hipótesis de trabajo y confrontarlas con la realidad.
- Desarrollar destreza y habilidad fundamentadas en conocimientos teóricos y prácticos, en la selección del diseño que mejor se adecue a la situación experimental planteada.
- Planear el experimento, llevarlo a cabo y obtener resultados relevantes para el objetivo propuesto.
- Realizar el análisis estadístico correspondiente, según el diseño utilizado.
- Obtener conclusiones estadística y biológicamente válidas.

Taller de enseñanza de un software estadístico:

Se introduce a los estudiantes en el uso del MSTATC (Microcomputer Statistical Program. Experimental Design, Data Management and Data Analysis), para que tomen conocimiento de un programa estadístico de buena potencia y de fácil acceso, para la resolución de problemas, con especial énfasis en la interpretación de la información obtenida.

• **Visita al Campo Experimental del INTA (Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria):** Se realiza una visita a la EEA (Estación Experimental Agropecuaria) de Cerrillos, para que los alumnos tomen contacto directo con experiencias que se llevan a cabo en el campo experimental del INTA.

4. MATERIAL DIDÁCTICO

El dictado de la materia se apoya con una Guía de Trabajos Prácticos, con problemas adaptados a las diferentes áreas de formación, dadas las carreras para la que se dicta la materia, referidos a situaciones agronómicas o biológicas reales de interés regional. Algunas de las experiencias versan sobre Proyectos de Investigación de los propios docentes de la Universidad, Tesis para la obtención de grado y posgrado, del INTA, etc., con la finalidad de motivar a los estudiantes a la discusión y a la formación de sentido crítico. Se contemplan también distintos casos que suelen presentarse en la realidad como distinto número de repeticiones, parcelas o datos perdidos, etc.

La guía de Trabajos Prácticos consta básicamente de 6 partes:

1) Organización y Planificación de la Materia: la primera parte está dedicada a los fundamentos de la asignatura, objetivos del curso, metodología de enseñanza-aprendizaje y evaluación de los alumnos. Así mismo incluye el Programa y el Cronograma de Actividades.

2) El Análisis de la Varianza: consiste en el desarrollo teórico de la Partición de la Variación Total, para los modelos de clasificación única y a dos criterios. La inclusión de este módulo teórico, obedece a la necesidad de presentar la terminología y la notación que se empleará en el desarrollo del curso.

3) Guías de Trabajos Prácticos: esta tercera parte esta integrada por 13 Guías de Trabajos Prácticos propias a la asignatura. Cada una (salvo las 3 Actividades Integradoras), consta de un esquema teórico donde se presentan la tabulación de datos, el modelo estadístico lineal, las fórmulas de trabajo y el Cuadro de ANOVA. Este esquema es de gran valor a la hora de interpretar los términos de cálculo, que en la extensa bibliografía propuesta son presentados con diversa notación.

4) Actividades Integradoras: en total se proponen 3 actividades integradoras intercaladas, de acuerdo a los conocimientos que se quieren integrar. Consisten en el planteo de una situación real, para la que se debe optar por un diseño conocido, de acuerdo a las condiciones experimentales propuestas.

5) Anexo 1: la quinta parte está integrada por un listado bibliográfico propuesto por la Cátedra y disponible para los alumnos.

6) Anexo 2: Para finalizar, se presentan las tablas requeridas para la resolución de los problemas de la Guía.

5. FORMA DE EVALUACIÓN

La evaluación es un proceso en constante desarrollo, a través del seguimiento de los procesos participativos. Asimismo se han fijado requisitos formales para lograr la regularización (y posterior evaluación en un examen final oral ante tribunal) y la aprobación de la materia por promoción:

Los alumnos en condición de regular deben inscribirse para una instancia de examen final oral en los turnos ordinarios y/o extraordinarios propuestos por la facultad, para que un tribunal califique su rendimiento.

6. CONCLUSIONES

De la aplicación de este planteo metodológico para el dictado la asignatura de Diseño Experimental en la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de Salta, se puede concluir lo siguiente:

- La materia debería ubicarse curricularmente en años superiores, cuando los estudiantes ya están cursando materias específicas de su disciplina de formación, para transversalizar conocimientos.

- La base metodológica y los criterios de diseño de experiencias y de muestreo impartidas contribuyen al planteo y desarrollo de trabajos de tesis o trabajos finales de interés y aplicación regional.

TEMAS DE TESIS PROFESIONALES CON ASESORAMIENTO DE LA CÁTEDRA

COMPOSICIÓN BOTÁNICA DE LA DIETA DE CAPRINOS EN SISTEMAS NATURALES SEMIÁRIDOS DEL DEPARTAMENTO DE TRANCAS, TUCUMÁN, A TRAVÉS DE TÉCNICAS MICROHISTOLÓGICAS.

SISTEMA DE GESTIÓN INTEGRAL DE RESIDUOS SÓLIDOS URBANOS DE UN PEQUEÑO MUNICIPIO: CHICOANA, SALTA.

DEPREDAción Y DISPERSIÓN SECUNDARIA DE SEMILLAS DISEMINADAS POR AVES EN EL BOSQUE CHAQUEÑO SEMIÁRIDO.

Aedes aegypti EN LA CIUDAD DE SALTA.

IDENTIFICACIÓN DE LAS ESPECIES DE MAMÍFEROS DEL NOROESTE ARGENTINO A TRAVÉS DE PATRONES CUTICULARES Y MEDULARES DE LOS PELOS.

EFFECTO DE LA ALIMENTACIÓN SOBRE AVES EN LOS NIVELES DE INFECCIÓN DE *TRITOMA INFESTANS* PORTADOR DE *TRYPANOSOMA CRUZI*.

DETERMINACIÓN DE RESISTENCIA GENÉTICA EN TOMATE A *Spodoptera frugiperda*.

DETECCIÓN DE ANTÍGENOS DE DOS CEPAS DE *Trypanosoma cruzi*, EN TEJIDOS DE COBAYOS (*Cavia porcellus*) MEDIANTE TÉCNICAS DE INMUNOMARCACIÓN.

LOS FLAMENCOS DE JAMES, ANDINO Y AUSTRAL (*Phoenicoparrus jamesi*, *P. andinus* y *Phoenicopterus chilensis*) PATRONES DE ABUNDANCIA Y CARACTERÍSTICAS DE SUS HÁBITATS EN LOS LAGOS ALTOANDINOS DE JUJUY, ARGENTINA.

TRATAMIENTO DE RESIDUOS SÓLIDOS ORGÁNICOS DOMICILIARIOS DE LA CIUDAD DE SALTA.

INTERACCIÓN PLANTA-AVES DISPERSORAS DE SEMILLAS EN UN BOSQUE CHAQUEÑO SEMIÁRIDO.

- Se requiere un mayor esfuerzo del personal docente que el requerido para metodologías tradicionales de enseñanza. Especialmente en las actividades de talleres interdisciplinarios, donde deben adaptarse los objetivos de investigación (que participativamente plantean los estudiantes) a los conocimientos adquiridos durante el cursado de la asignatura, y a la disponibilidad de recursos experimentales en la facultad.

- Falta incentivo desde los docentes a cargo de algunas áreas de las carreras en plantear investigaciones científicas con bases estadísticas fuertes desde la etapa de diseño de las experiencias o muestreo, para que la intervención del estadístico no se limite al análisis informático de una matriz de datos (generalmente de tipo descriptivo), sino para que en un verdadero trabajo interdisciplinario se planifiquen las acciones del investigador y se haga inferencia estadística.

- Aproximadamente la mitad de los estudiantes no tienen computadora personal en sus hogares y gran parte de ellos vive al taller del software estadístico como su primera experiencia informática. Esto es coherente con el nivel socioeconómico de los habitantes de la provincia y de provincias y países vecinos, que estudian en la Universidad Nacional de Salta (pública y gratuita).

- Faltan recursos informáticos en la Facultad, como un aula con computadoras y pantalla gigante para la mejor participación de los estudiantes en el taller de uso del software estadístico que se propone. Los últimos recortes presupuestarios al sistema universitario dispuestos a nivel nacional, tienden a agravar esta situación y a bajar la calidad de la enseñanza estadística y de la formación profesional en general.

LA CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL A PARTIR DE ACTIVIDADES DE ANÁLISIS DE DATOS

Tauber, Liliana Mabel

*Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina
lilianamabel@latinmail.com*

En este trabajo resumimos la investigación que hemos llevado a cabo sobre el proceso de estudio de la distribución normal en una asignatura de libre configuración en la Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. La observación de la experiencia de enseñanza durante los cursos académicos 98-99 y 99-2000 y el análisis de las producciones de los alumnos durante las clases sirvió para determinar el significado institucional puesto en juego en las clases y evaluar la evolución del significado personal de los alumnos a lo largo del proceso de estudio.

1. El problema de investigación y marco teórico

Uno de los problemas principales en un curso introductorio de estadística a nivel universitario es hacer la transición del análisis de datos a la inferencia (Moore, 1997) debido al tiempo disponible, los conocimientos previos y las dificultades de comprensión de las distribuciones de probabilidad que influyen en los errores de aplicación de los procedimientos inferenciales (Vallecillos, 1994, 1999). En la tesis doctoral que he realizado, dirigida por Carmen Batanero y Victoria Sánchez (Tauber, 2001), nos planteamos un estudio de la enseñanza y aprendizaje de la distribución normal en un curso introductorio universitario de estadística aplicada, fundamentado en el marco teórico sobre el significado y comprensión de los objetos matemáticos (Godino, 1996, 1998, 1999; Godino y Batanero, 1994; 1998). Algunos de los resultados de este trabajo se han publicado en Batanero, Tauber y Meyer (1999), Tauber, Batanero y Sánchez (2000).

Un supuesto epistemológico básico de dicho marco teórico es que los objetos matemáticos (por ejemplo, la distribución normal) emergen de la actividad de resolución de problemas mediada por las herramientas semióticas disponibles en los contextos institucionales y el significado de estos objetos se concibe como el sistema de prácticas ligadas a *campos de problemas* específicos y se diferencian cinco tipos de elementos:

- *Elementos extensivos*: Las situaciones y campos de problemas de donde emerge el objeto;
- *Elementos activos*: Procedimientos y estrategias para resolver los problemas;
- *Elementos ostensivos*: Los recursos lingüísticos y gráficos para representar u operar con los problemas y objetos involucrados;
- *Elementos intensivos*: Propiedades características y relaciones con otras entidades: definiciones, teoremas, y proposiciones;
- *Elementos validativos*: Argumentos que sirven para justificar o validar las soluciones.

Asimismo se diferencia entre *significados institucionales* y *significados personales*, según se traten de prácticas sociales compartidas, o se refieran a manifestaciones idiosincrásicas de sujetos individuales. Nuestras preguntas de investigación han sido las siguientes:

1. ¿Cuál es el significado típico que, sobre la distribución normal, se presenta en un curso introductorio de estadística universitaria? (*significado institucional de referencia*)
2. ¿Cómo organizar una experiencia de enseñanza de la distribución normal, apoyada en el uso del ordenador? ¿En qué se diferencia de una enseñanza tradicional? (*significado institucional local pretendido*).
3. ¿Cómo transcurre la experiencia al llevarla a cabo? ¿Qué dificultades surgen y cómo afectan éstas al desarrollo y al resultado de la experiencia? (*significado institucional local observado*).
4. ¿Cómo desarrollan las tareas los alumnos durante la enseñanza? ¿Cuáles son sus dificultades y errores? ¿Qué aprenden? (*evolución del significado personal de los alumnos del grupo a lo largo del proceso de aprendizaje*).
5. ¿Cuáles son los conocimientos finales de los alumnos del grupo? (*significado personal construido por los alumnos de la muestra al finalizar la enseñanza*).

2. Significado institucional de referencia y significado institucional pretendido

La experiencia se llevó a cabo en una asignatura de libre configuración de 9 créditos impartida en la Facultad de Educación de la Universidad de Granada. La mayoría de los estudiantes provienen de Pedagogía, pero también había alumnos de Magisterio, Psicología, Psicopedagogía, Empresariales, Ingeniería e Informática, por lo que los conocimientos de los alumnos eran muy variados.

Una primera fase de nuestro trabajo fue determinar el *significado institucional de referencia* a partir del análisis de la presentación del tema en una muestra de libros de texto universitarios dirigidos a alumnos de ciencias sociales y humanas. A partir de esto, construimos una secuencia didáctica basada en el uso de ordenadores,

que formase parte de la asignatura que anteriormente hemos descrito y siguiese su misma orientación y metodología. En ella se alternaba la lectura guiada, el trabajo de los alumnos en pequeños grupos, el trabajo con el ordenador, la exposición del profesor y el debate entre alumnos o entre alumnos y profesor. Se destinaron al tema 6 sesiones (3 en la clase tradicional y otras 3 en el laboratorio de informática, donde los alumnos trabajaban por parejas con el ordenador) y otras 4 sesiones posteriores de trabajo sobre las distribuciones en el muestreo en que se haría uso de la distribución normal. El *significado institucional pretendido* se resume a continuación.

Elementos extensivos: Campos de problemas y contextos presentados

- P1. La distribución normal como modelo aproximado de la distribución de datos reales en campos tales como la psicología, biometría, o teoría de errores;
- P2. La distribución normal como aproximación de distribuciones de variables aleatorias discretas;

Estos problemas fueron planteados a los alumnos en contextos antropométricos, psicológicos, económicos, meteorológicos, educativos y físicos. Además de problemas clásicos para ser resueltos sin soporte informático, también se trabajó con ficheros de datos, lo que permitió plantear problemas más abiertos e introducir una filosofía exploratoria.

Elementos ostensivos: Representaciones

Representaciones gráficas y numéricas en soporte tradicional. Histogramas, polígonos de frecuencias, curva de densidad, gráficos de caja y diagrama de tallos y hojas, representación de áreas bajo la curva normal, representación de los intervalos centrales en una curva normal, tablas de frecuencias y estadísticos de tendencia central, dispersión y forma.

Representaciones verbales y algebraicas de la distribución normal.

Representaciones ofrecidas por el ordenador. Además de las representaciones clásicas, Statgraphics permite representar las funciones de densidad de varias distribuciones en un mismo marco de referencia o superponer el histograma de frecuencias y la curva de densidad. Realizamos también el cálculo de valores críticos y áreas de cola por medio de opciones especiales del programa.

Elementos actuativos. Técnicas específicas realizadas para la resolución de problemas

Además del cálculo de probabilidades con lápiz y papel, introdujimos los siguientes:

A1. Estudio descriptivo del conjunto de datos, con el fin de determinar el grado de ajuste entre el histograma o polígono de frecuencias y la curva de densidad.

A2. Tipificación. Los libros plantean la tipificación como un punto imprescindible en el manejo de tablas, pero en nuestro caso sólo fue utilizada en la comparación de distribuciones que tienen diferentes medias y desviaciones típicas.

A3. Cálculo de probabilidades y valores críticos con ordenador.

Otras prácticas usadas en la resolución de los problemas fueron la *comparación visual*, *cambio de números de intervalos*, *cambio en el valor de los parámetros*, *obtención de extremos de intervalos* y el *cálculo de intervalos centrales* que contienen un porcentaje dado de casos.

Elementos intensivos. Definición, propiedades y relación con otros conceptos

La curva normal se introdujo en forma dinámica, usando el ordenador, mediante un ejemplo referido al coeficiente de inteligencia (CI) como un modelo que se aproxima al polígono de frecuencias relativas cuando se aumenta el tamaño de la muestra y se disminuye el ancho de los intervalos, usando el ordenador. Se estudiaron también las siguientes propiedades:

- **Propiedades de simetría y curtosis:** posición relativa de media, mediana y moda, interpretación del coeficiente de asimetría, curtosis y valores tipificados, área por encima y por debajo de la media, probabilidad máxima en el intervalo central;
- **Propiedades relacionadas con los parámetros** de la distribución normal: relación existente entre la desviación típica con los puntos de inflexión de la curva, significado geométrico de los parámetros, variación de la gráfica al variar estos parámetros;
- **Propiedades estadísticas:** cálculo de probabilidades, probabilidad total bajo la curva, distribución de casos en relación con la desviación típica y media, valor esperado de la media muestral, distribución muestral asintótica de medias y proporciones, intervalos de confianza para media y proporción;

- **Relación con otros conceptos:** variable estadística y aleatoria, posición central, dispersión, simetría, etc. Otros elementos intensivos se refieren a la distribución muestral de medias y proporciones, su distribución asintótica normal (teorema central del límite), intervalos de confianza para media y proporción y obtención de intervalos de confianza.

Elementos validativos: Tipos de demostraciones o argumentaciones

En la presentación del tema se trató de evitar la formalización excesiva, usando en algunos casos, tipos de validación que no son específicas del ordenador, como por ejemplo: *Validación por medio de comprobación de casos. Generalización, Análisis, Síntesis y Validación por medio de la representación gráfica y la simulación.*

3. Significado personal de los alumnos al finalizar la enseñanza

Al finalizar la enseñanza, se realizó una evaluación del significado personal construido por los alumnos usando dos instrumentos: un cuestionario y una prueba de ensayo con ordenador. Ambas pruebas fueron resueltas individualmente por cada alumno.

3.1. Evaluación mediante un cuestionario

El cuestionario contenía un total de 21 ítems, con un total de 65 subítems. En su construcción se partió de ítems contenidos en Cruise y cols. (1984), traduciendo sus enunciados y elaborando una tabla de contenidos, para cubrir los diferentes elementos del significado institucional pretendido. El cuestionario con los porcentajes globales de respuestas correctas se muestran en la Tabla 1. Los elementos que han sido aplicados correctamente con mayor frecuencia por los estudiantes, fueron los siguientes:

Elementos Extensivos: Un gran número de alumnos han aplicado correctamente los tres elementos extensivos que se habían previsto en la construcción del cuestionario, destacando especialmente el ajuste de un modelo a datos continuos (6b, 6d), aproximación de distribuciones discretas (no selección de 6 a y 6 c, incorrecta) y el uso en inferencia (subítems 3 b, 3c, 4 a, 4c, 4d). También se identifica qué tipos de variables se pueden aproximar por medio de la distribución normal (todo el ítem 9).

Elementos Ostensivos: Los alumnos han reconocido los términos verbales asociados a los diferentes conceptos (en todos los ítems), como distribución, parámetro, media, etc., mostrando un dominio adecuado de los ostensivos verbales y simbólicos.

De los elementos *ostensivos gráficos* aplicados en este instrumento, ha destacado principalmente el reconocimiento correcto de la gráfica de la función de densidad normal (subítems 5 a, y c, 11 a, b y c) y convenios de representación de la distribución de probabilidad. También se pone en relación esta representación gráfica con otros elementos de significado, principalmente intensivos tales como el concepto de función de densidad, las propiedades de simetría de la distribución normal (ítems 12, 17 y 18), la variación de la forma gráfica en función de los parámetros de la distribución normal (subítems 11 b y c) y frecuencia de valores centrales (ítem 20) y exteriores (ítem 19). Pensamos que las posibilidades gráficas brindadas por el ordenador y la exploración dinámica de la función de densidad en la tercera clase práctica han ayudado a los alumnos a adquirir estos elementos de significado y ponerlos en relación.

Elementos Actuativos: Los elementos actuativos que se han aplicado correctamente han sido el cálculo de valores tipificados y de sus inversos (subítems 15 a y b). No ha habido mucha variedad en la aplicación de estos elementos como consecuencia del formato del cuestionario, en el que prácticamente no se solicitaba realizar acciones.

Elementos Intensivos: El cuestionario evalúa mayor diversidad de elementos intensivos, tanto específicos como relacionados con la distribución normal. Los que han tenido un mayor porcentaje de aplicación correcta han sido:

- Los diferentes tipos de variables estadísticas (subítems 1 a, b y c, 6 a, b, c y d, y 9 a, b, c y d): este es un concepto trabajado desde el comienzo del curso y no sólo en este tema específico;
- Se ha mostrado una comprensión significativa de los parámetros en una curva normal (Subítems 8 a, b, c y d, 10 a y b), estableciendo relaciones correctas entre la forma gráfica de la curva de densidad normal (elemento ostensivo) y su significado geométrico (Subítem 11 b y c). También parece haber un conocimiento claro de los parámetros de la distribución normal como elementos que brindan la información esencial acerca de dicha distribución (ítem 13).
- Se observa un buen conocimiento de la propiedad de unimodalidad de la distribución normal (ítem 17)

y de la posición de la moda en dicha distribución.

- Se aplica en forma adecuada la propiedad de simetría de la distribución normal con respecto a la media (ítems 16, 17 y 18).
- Se observa un nivel adecuado de conocimiento de las propiedades geométricas y estadísticas de la distribución normal (subítem 11 b, ítem 18), y de la propiedad de los intervalos centrales (subítem 11 d e ítem 20).

Elementos validativos. No ha habido mucha diversidad de aplicación debido a que sólo había cinco ítems en los que se pedía justificar. En general, los alumnos han realizado aplicación y comprobación de propiedades, así como en algunos casos, se han apoyado en la representación gráfica para justificar sus afirmaciones (ítems 16, 17, 18, 19 y 20).

Por otro lado, no todos los ítems fueron resueltos correctamente, habiendo una gama de dificultad, desde preguntas acertadas por todo el grupo hasta otras con un porcentaje de aciertos muy bajo. Observamos que los errores más comunes que se deducen de las respuestas son los siguientes, que denotan desajustes con el significado institucional pretendido en el curso:

Elementos extensivos. No se llegó a percibir que la distribución normal puede tomar tanto valores positivos como negativos (Subítem 5 d), en coincidencia con lo que afirman Huck, Cross y Clark (1986) por lo que no se aprecia la aplicabilidad de la distribución normal a variables con este tipo de valores. En nuestra secuencia de enseñanza esta propiedad no se ha trabajado demasiado, por lo que la dificultad mostrada por los alumnos pudo ser consecuencia del escaso número de ejemplos de este tipo. No se percibe la utilidad del modelo para visualizar los datos (ítem 3 a). No se percibe la aplicabilidad de la distribución normal tipificada (ítem 10 c).

Ítems	% (n=99)
1. Escribe un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de variables:	
a. Variable cuantitativa continua	78
b. Variable cuantitativa discreta	81
c. Variable cualitativa	91
2. En un histograma, la frecuencia de valores de un intervalo está dada por:	
a. La altura de cada rectángulo	34
b. La amplitud o ancho del intervalo	85
c. El área comprendida entre el histograma y el eje, en el intervalo (*)	30
3. El propósito de un modelo matemático aplicado a cualquier ciencia es que:	
a. Nos permite visualizar la naturaleza de nuestros datos (*)	15
b. Nos permite hacer predicciones sobre datos futuros (*)	75
c. Nos proporciona una aproximación a los datos (*)	47
d. Nos permite usar una ecuación (*)	16
4. La curva normal es un modelo que:	
a. Se encuentra raramente en una distribución de datos empíricos	94
b. Está definida en términos de datos empíricos	29
c. Está definida en términos de una ecuación matemática (*)	48
d. Sirve para hacer inferencias sobre una población (*)	67
5. La curva normal es:	
a. Una curva que se aproxima indefinidamente al eje horizontal pero sin cortarlo nunca (*)	54
b. Una distribución matemática o teórica (*)	29
c. Una curva en forma de campana (*)	88
d. Puede tomar valores negativos (*)	11
6. ¿Cuáles de las siguientes distribuciones se aproxima mejor a una curva normal?	
a. Edades de los estudiantes de un instituto	56
b. Pesos de los alumnos varones de un instituto (*)	55
c. Números de libros publicados por los profesores de la Universidad de Granada	97
d. El coeficiente intelectual de una población de aspirantes para cubrir diversos puestos de una fábrica (*)	49
7. La distribución normal tiene muchos datos acumulados en:	
a. Los valores medios (*)	81
b. Los valores más altos	87
c. Los valores más bajos	98

d. Depende de la variable medida	88
8. Para definir completamente una distribución normal, basta conocer:	
a. La mediana	93
b. La media (*)	94
c. La moda	88
d. La desviación típica (*)	88
9. La distribución normal es una distribución aplicable a:	
a. Poblaciones de datos continuos (*)	72
b. Poblaciones de datos discretos con pocos valores diferentes	66
c. Poblaciones de datos cualitativos	87
d. Poblaciones de datos ordinales	98
10. La distribución normal tipificada se diferencia de una distribución normal cualquiera porque:	
a. Tiene distinta media y distinta desviación típica	94
b. Tiene siempre media 0 y desviación típica 1 (*)	66
c. La distribución normal tipificada representa datos ideales, mientras que una distribución normal cualquiera representa datos reales	58
d. Se puede determinar a partir del cálculo de los percentiles	12
11. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones sobre las curvas son ciertas? ?	
(Se dan las gráficas de dos distribuciones normales de igual media y distinta desviación típica)	
a. Sólo la curva izquierda es normal	100
b. Las dos curvas son normales pero con desviaciones típicas diferentes (*)	90
c. Las dos curvas son normales pero las medias son distintas	78
d. El 50% de los datos está comprendido en el intervalo (m-s; m+s)	76
12. Una distribución de probabilidad establece que:	
a. La frecuencia acumulada está sobre la ordenada (eje vertical) y el resultado probable sobre el eje horizontal	91
b. El área de la curva está sobre el eje horizontal y los resultados posibles están sobre la ordenada (eje vertical)	94
c. Los límites inferior y superior de los sucesos están sobre el eje horizontal y la frecuencia está sobre la ordenada (eje vertical)	74
d. La probabilidad viene dada por el área bajo la curva y todos los valores posibles están sobre el eje horizontal (*)	68
13. Juan ha determinado que sus datos están normalmente distribuidos con una media de 16 y una desviación estándar de 4,2. ¿Qué más debería hacer antes de publicar sus resultados?	
a. Calcular el primer y tercer cuartil	91
b. Determinar todos los deciles	98
c. Todo lo anterior serviría como información adicional a su informe (*)	72
d. Nada, él tiene información suficiente (*)	31
14. ¿Cuáles de las siguientes distribuciones es una posible distribución de probabilidad? (Se dan dos curvas de densidad, con los valores numéricos de áreas parciales representados gráficamente. El área total bajo la curva 1 es mayor que 1 y el área total bajo la curva 2 es menor que 1).	
a. La primera curva	81
b. La segunda curva	85
c. Ninguna (*)	24
d. Las dos	75
15. El error cometido al medir una cantidad tiene una distribución normal con media 0 y desviación típica 3 cm.	
a. ¿Cuál es el valor tipificado de un error de 6 cm? (Rta correcta: z=2)	47
b. Si el valor tipificado es 1, ¿Cuál es el error cometido? (Rta correcta: e=3)	41
16. En una distribución normal, el 50 % de las medidas caen por encima de la media. V/F. Justifica.	41
	73
17. En la curva normal, la media es igual a la moda. V/F. Justifica.	75
	66
18. La curva normal representa una distribución que se distribuye en forma simétrica con respecto a la media. V/F. Justifica.	93
	73

19. **Si una variable está distribuida normalmente, los casos extremos son poco frecuentes. V/F.**
Justifica. 84
62
120. **Entre $x - 3.s$ y $x + 3.s$, en una distribución normal, se puede encontrar casi el 100 % de los datos" (x es la media y s es la desviación estándar). V/F.**
Justifica. 85
74

(*) Respuestas correctas

Elementos ostensivos: No se identifica el modelo normal con una ecuación (Subítem 3 d), lo que también esto puede ser consecuencia del tratamiento poco formal que hemos dado a nuestra enseñanza y el poco uso que se hizo de la ecuación. Se identifica la frecuencia en un histograma con la altura de las barras y resulta bastante difícil observar la correspondencia entre frecuencia y área (Subítem 2a, 2 c). Aunque en nuestra enseñanza se hizo énfasis en este convenio de representación, que es importante para comprender posteriormente el cálculo de probabilidades mediante el cálculo de áreas en la función de densidad, parece que no fue suficiente para superar esta dificultad.

Sería necesario presentar más tareas en las que los alumnos debieran trabajar con histogramas que tuvieran amplitud de intervalos no homogénea (en nuestro caso sólo hicimos una actividad de este tipo). Pensamos que el error proviene del hecho de que cuando los intervalos son homogéneos la frecuencia es proporcional a la altura y los alumnos han hecho una generalización incorrecta. El error se ha reafirmado con la utilización del ordenador que no proporciona la posibilidad de trabajar con histogramas de intervalos desiguales.

Elementos actuativos. No se presentan dificultades, pero han sido escasos los elementos evaluados.

Elementos intensivos. Han habido dificultades cuando se debe diferenciar entre distribución teórica y empírica (Ítems 5b) en concordancia con los señalado por otros autores (Vallecillos, 1996; Schuyten, 1991). Los alumnos tampoco llegaron a percibir que el área total bajo una curva de densidad debe ser igual a la unidad (ítem 14).

Diferencias por curso y tipo de alumnos. Al comparar el rendimiento de los dos cursos sucesivos observamos una mejora global el segundo curso en algunos puntos que se revisaron, teniendo en cuenta los resultados del primer año. Al comparar los alumnos con y sin conocimientos previos, observamos que los alumnos con conocimientos previos de estadística tienen mayor capacidad para la argumentación y justificación de sus tareas, comprenden y aplican mejor la idea de tipificación, diferencias entre variable continua y discreta, idea de parámetro, propiedad de la proporción de casos alrededor de la normal, todas ellas ideas bastante abstractas que estos alumnos han trabajado anteriormente. En otros ítems no hay gran diferencia, y en consecuencia, creemos que es posible introducir ideas de inferencia a alumnos sin conocimientos previos, si se hace de forma intuitiva.

3. Evaluación a partir de una prueba usando ordenador

El segundo instrumento de evaluación fue una prueba de ensayo para ser resuelta con ordenador, a partir de un conjunto de datos que no había sido usado previamente en la enseñanza. El alumno debía responder a tres cuestiones sobre la distribución normal, y producir un informe grabado en procesador de texto, al que debería incorporar las tablas, gráficos y resúmenes estadísticos que juzgase conveniente para apoyar su argumentación. El nuevo fichero de datos incluía variables cualitativas y cuantitativas, discretas y continuas, algunas de las cuales se ajustaban bien a la distribución normal y otras no.

En concreto, las cuestiones fueron las siguientes:

Pregunta 1. Indica una variable de este fichero de datos que se ajuste, aproximadamente, a la distribución normal, indicando en qué te has basado para elegirla.

Pregunta 2. Calcula los parámetros de la distribución normal teórica que mejor ajustaría a la variable que has elegido en el apartado 1.

Pregunta 3. Calcula el valor de la mediana y los cuartiles de la distribución normal teórica que has ajustado a los datos.

El objetivo era evaluar si el alumno lograba discriminar variables que se podían aproximar bien por una distribución normal y determinar qué propiedades (elementos intensivos) atribuía a dicha distribución. Asimismo se quería evaluar si el alumno comprendía la idea de parámetro y estadístico y si era capaz de aplicarla en un contexto práctico y si discriminaba entre la distribución empírica y el modelo teórico. Finalmente, evaluamos la capacidad

de manejo del software estadístico (elementos actuativos), uso de representaciones (elementos ostensivos) y capacidad de argumentación (elementos validativos). Todos estos elementos han de ponerse en relación en esta prueba lo cual conlleva una complejidad semiótica mucho mayor que la de el cuestionario.

En la Tabla 2 presentamos las variables que los alumnos eligieron como normal, así como sus características. Alrededor de un 42 % de estudiantes seleccionaron una de las dos variables que se podían ajustar por medio de la distribución normal. En otros casos (Talla) (22 %) seleccionaron una variable con curtosis alta y hasta una variable discreta (22 %) con sólo 3 valores distintos (Edad). En general, los alumnos se guían por el análisis de los datos, ya que entre variables semejantes (pulsaciones en reposo y después, y tiempo en Septiembre y Diciembre) eligen en la que se aproxima bien a la distribución normal (31% para Pulsaciones después de 30 flexiones y 10% para Tiempo en diciembre).

Tabla 2. Variables seleccionadas por alumnos

Variable	Características de las variables				Estudiantes que eligen la variable	
	Tipo	Asimetría	Curtosis	Media, Moda	Mediana,	Frec. % (n=117)
Pulsaciones en reposo	Discreta; muchos valores	0.2	-0.48	71.4, 72, 72		6 5,1
Pulsaciones después de 30 flexiones*	Discreta; muchos valores	0.01	-0.19	123.45, 122, 122		37 31,6
Tiempo en septiembre	Continua	2.4	12.2			
				4.4, 4.4, 5.5		5 4,3
Tiempo en diciembre*	Continua	0.23	-0.42	48.6, 46, 45		12 10,3
	Continua	2.38	9.76			4 3,4
Peso	Valores atípicos			156,1, 155,5		
Talla	Continua	0.85	2.23			
	Multimodal					26 22,2
Sexo	Cualitativa					
Deporte	Cualitativa			13,13,13		1 0,8
Edad	Discreta; 3 valores	0	-0.56			26 22,2

(*) Solución correcta

En la pregunta 2 sólo la mitad de alumnos calculan los parámetros correctos y algunos de ellos obtienen datos innecesarios. Dificultades similares observamos en el cálculo de la mediana y los cuartiles en que la mitad de los alumnos confunde las distribuciones teórica y empírica.

A continuación describimos cuáles fueron los principales elementos de significado aplicados por los alumnos en la resolución de esta prueba. Debemos aclarar que los alumnos aplicaron una gran diversidad de elementos pero en la Tabla 3 resumimos los más importantes, mostrando las frecuencias y porcentajes de aplicación correcta e incorrecta

Elementos ostensivos: Se ha aplicado de forma correcta sobre todo la curva de densidad y el histograma. Es mucho menor el uso del polígono de frecuencias, lo cual pudo deberse a que éste se encontraba en una opción secundaria del programa. Dentro de las representaciones numéricas es destacable el resumen estadístico el cual se ha aplicado correctamente cuando los alumnos han calculado los coeficientes de asimetría y curtosis o los valores de las medidas de tendencia central, e incorrectamente cuando se pedía calcular mediana y cuartiles de la distribución teórica debido a que calcularon estos valores sobre la distribución empírica (en vez de sobre la teórica). La cuarta parte de los alumnos usa correctamente las tablas de frecuencia y valores críticos.

Elementos actuativos: La mitad de los alumnos calculan correctamente los parámetros, pero hay un porcentaje importante de errores y aún mayor en el cálculo de valores críticos de la distribución normal (cuartiles y mediana). Concluimos que, aunque el ordenador suprime la necesidad de aprender el uso de las tablas de la distribución normal, no resuelve completamente el problema de cálculo, ya que los alumnos tienen dificultades en el cálculo de valores críticos con las opciones del programa. También hay un uso apreciable del estudio descriptivo de datos correcto. Tabla 3. Principales elementos de significado aplicados por 117 alumnos en la prueba

Tabla 3. Principales elementos de significado aplicados por 117 alumnos en la prueba

Elementos de significado	Correcto		Incorrecto	
	Frec	Porc	Frec	Porc
Ostensivos				
Representaciones gráficas				
Gráfica de la función de densidad normal	75	64,1	1	0,9
Curva de densidad e histograma superpuestos	30	25,6	0	0,0
Normal Probability Plot	6	5,1	0	0,0
CDF (Curva de densidad acumulada)	2	1,7	0	0,0
Histograma	37	31,6	0	0,0
Polígono de frecuencias	12	10,3	0	0,0
Representaciones numéricas				
CRITICAL VALUES	26	22,2	1	0,9
INVERSE CDF	3	2,6	2	1,7
TAIL AREAS	3	2,6	5	4,3
DISTRIBUTION FITTING (Media y desviación típica)	48	41,0	3	2,6
GOODNESS OF FIT TESTS	2	1,7	2	1,7
SUMMARY STATISTICS	59	50,4	2	1,7
SUMMARY STATISTICS (Para el cálculo de la mediana y los cuartiles)	0	0,0	47	40,2
Diagrama de tronco	5	4,3	0	0,0
Tabla de frecuencias	26	22,2	0	0,0
Actuativos				
Cálculo de parámetros de la distribución normal	50	42,7	18	15,4
Cambio de parámetros de la distribución normal	10	8,5	2	1,7
Comparación visual	56	47,9	49	41,9
Cálculo de probabilidades de valores en intervalos de la distribución normal	13	11,1	1	,9
Cálculo de valores críticos en la distribución normal (cuartiles y mediana)	28	23,9	68	58,1
Estudio descriptivo de datos para ajustar una curva	39	33,3	8	6,8
Intensivos				
Tipo de variable	50	42,7	65	55,6
Simetría en la distribución normal	40	34,2	15	12,8
Unimodalidad en la distribución normal	12	10,3	5	4,3
Parámetros de la distribución normal	51	43,6	16	13,7
Propiedades estadísticas de la d. normal	27	23,1	3	2,6
Media (como parámetro)	51	43,6	16	13,7
Desviación típica (como parámetro)	51	43,6	16	13,7
Propiedad de los intervalos centrales en la distribución normal	13	11,1	1	0,9
Distribución teórica	48	41,0	50	42,7
Curtosis en la distribución normal	27	23,1	1	0,9
Medidas de tendencia central: media, mediana y moda.				
Posiciones relativas	35	29,9	5	4,3
Coeficiente de Asimetría, coef. de asimetría tipificado	34	29,1	1	0,9
Coeficiente de curtosis, coef. de curtosis tipificado	27	23,1	1	0,9
Validativos				
Comprobación de propiedades	18	15,4	3	2,6
Aplicación de propiedades	38	32,5	7	6,0
Análisis	32	27,4	5	4,3
Representación gráfica	58	49,6	36	30,8
Síntesis	26	22,2	4	3,4

El elemento actuativo más utilizado ha sido la comparación visual. Aunque un buen porcentaje de alumnos compara correctamente la distribución empírica con la normal teórica, aproximadamente la mitad de ellos hacen una comparación visual incorrecta, ya que usan la curva teórica normal superpuesta al histograma de frecuencias, en lugar de usar la curva empírica, deducida directamente al suavizar el polígono de frecuencias. Como vemos en la Figura 1, para la variable Edad la curva de densidad empírica es claramente no normal (asíntotas no horizontales), pero esto no se aprecia en la curva de densidad teórica que es normal.

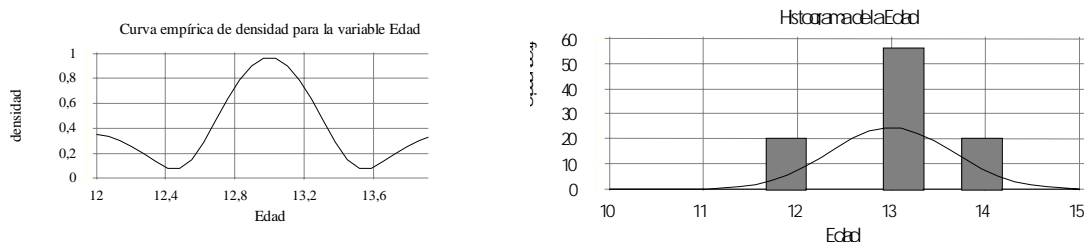


Figura 1. Curvas de densidad empírica y teórica ajustada a la variable Edad

Elementos intensivos: Un alto porcentaje de alumnos ha utilizado correctamente los diversos elementos intensivos específicos de la distribución normal. El mayor problema fue tomar como normal una variable discreta, lo que se debió, en la mayor parte de los casos, a que no lograron distinguir entre la distribución empírica y la teórica. A pesar de que en la enseñanza se hizo especial énfasis en la propiedad de los intervalos centrales en una distribución normal, han sido pocos los alumnos que han llegado a aplicarla. Esta propiedad es una de las de mayor complejidad semiótica debido a que requiere de la integración y relación de diversos elementos: ostensivos, intensivos, actuativos y validativos. Pocos alumnos llegan a interpretar la curtosis y unimodalidad, en comparación del uso de la simetría. Ha habido un gran porcentaje de aplicación de la propiedad de la posición relativa de las medidas de tendencia central correctamente, aunque muchos alumnos se han limitado a aplicar esta única propiedad considerando que era suficiente para argumentar que la distribución empírica podía ajustarse a la teórica.

Elementos validativos: Es predominante la utilización de la representación gráfica como parte de las validaciones. Esto concuerda con el enfoque intuitivo que se ha desarrollado en las clases pero también demuestra la dificultad de nuestros alumnos a la hora de dar argumentaciones de alto nivel (análisis y síntesis). Además, la validación mediante representación gráfica ha producido errores en un alto porcentaje de alumnos.

5. Conclusiones

Nuestro trabajo muestra también que la incorporación del ordenador introduce cambios en el significado de la distribución normal, puesto que afecta a los diferentes elementos de significado. El manejo de las tablas de la distribución y la necesidad previa de tipificación para el cálculo de probabilidades desaparecen; la gama de representaciones del concepto se amplía notablemente, convirtiéndose en útiles dinámicos de exploración; se propicia el trabajo con ficheros de datos reales, la introducción de una filosofía multivariante y exploratoria, la necesidad de argumentación de alto nivel que combine el análisis y la síntesis.

Los instrumentos de evaluación diseñados para el estudio han sido eficaces para comparar el significado institucional de las distribuciones normales presentado en la experiencia de enseñanza y el significado personal que los estudiantes han adquirido finalmente. El cuestionario nos ha proporcionado una información bastante completa sobre la comprensión elemental de un gran número de elementos del significado y la puesta en relación de algunos de ellos en tareas simples. La prueba de ensayo con ordenador nos permite evaluar la capacidad de argumentación de los alumnos y de poner en relación los diversos elementos de significado para resolver tareas de análisis de datos reales, que suponen una mayor complejidad semiótica que las propuestas en el cuestionario. Debido a la falta de investigaciones previas sobre el tema, creemos que aporta una primera información valiosa sobre cuáles son los elementos de significado que proporcionan mayor dificultad de comprensión para los estudiantes en este tema.

Entre otros, destacamos los siguientes:

- Interpretación de áreas en histogramas de frecuencia y problemas en el cálculo del área dentro de un intervalo, cuando ello implica el cambio de los extremos de los intervalos.
- Dificultad en discriminar los casos en que una variable cuantitativa discreta puede y no puede ser aproximada por una distribución continua y las implicaciones que esta aproximación tiene.
- Dificultad en recordar y aplicar correctamente los convenios de interpretación de los coeficientes de asimetría y curtosis.
- Dificultad en recordar y aplicar correctamente los convenios de lectura de los elementos constitutivos de un gráfico estadístico.
- Escasa diferenciación entre el modelo teórico y los datos empíricos y dificultad en distinguir cuándo el programa de cálculo se refiere a una u otra distribución, así como no discriminación entre los estadísticos y parámetros. Las actividades propuestas implican el trabajo de modelización y la discriminación de los planos empírico (datos) y teórico (modelo), que los alumnos a veces no llegan a separar y que puede explicar errores en la aplicación de la inferencia (Moses, 1992).
- Dificultad de uso de las opciones del software que pertenecen a un menú secundario y que son, sin embargo esenciales para el análisis.
- Escasa capacidad de argumentación, sobre todo de análisis y síntesis.

Nuestro trabajo sugiere que es posible diseñar una enseñanza efectiva de nociones básicas sobre la distribución normal dirigida a alumnos que no tengan conocimientos previos en estadística. Esto puede observarse en el hecho de los buenos resultados en el cuestionario, en que se consideraba el conocimiento básico de un gran número de elementos del significado. Puesto que el aprendizaje del cálculo no es un objetivo importante, ya que puede hoy día llevarse a cabo con los ordenadores, incluso en estudiantes con conocimientos intermedios en matemáticas se puede introducir los conceptos básicos sobre la distribución normal, siempre que se elijan tareas que estén acordes con dichos conocimientos.

Por supuesto fue mucho menor la proporción de alumnos que logró resolver completamente las tareas de la prueba abierta, que requieren capacidad de análisis y síntesis y la integración de los diferentes elementos. Puesto que el objetivo de un curso de estadística en la universidad no es convertir a los alumnos en estadísticos (quienes llevan a cabo el análisis de datos complejos) sino en usuarios de la estadística (que deben ser capaces de comunicar con el estadístico y comprender los análisis proporcionados por éste), creemos que los resultados en general apuntan a la consecución de nuestros objetivos didácticos.

6. Referencias

Batanero, C., Tauber, L. y Meyer, R. (1999). From data analysis to inference: A research project on the teaching of normal distributions. *Bulletin of the International Statistical Institute, Tome LVIII. 52nd Session of the International Statistical Institute* (pp. 57-58). Helsinki: International Statistical Institute.

Cruise, R. J., Dudley, R. L. y Thayer, J. D. (1984). *A recourse guide for introductory statistics*. Dubuque: Kendall-Hunt.

Godino, J. D. (1996). Significado y comprensión de los objetos matemáticos. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.). *Proceedings of the 20 th PME Conference* (Vol. 2, pp. 417 – 424). Universidad de Valencia.

Godino, J. D. (1998). Un modelo semiótico para el análisis de la actividad y la instrucción matemática. Comunicación presentada en el *VIII Congreso Internacional de la Asociación Española de Semiótica*. Granada.

Godino, J. D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en didáctica de la matemática. En T. Ortega (Ed.), *Actas del III Simposio de la SEIEM* (pp. 196-212). Valladolid.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325 – 355.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer A. P.

Huck, S., Cross, T. L. y Clarck, S. B. (1986). Overcoming misconceptions about z-scores. *Teaching Statistics*, 8(2), 38-40.

Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-155.

Moses, L. E. (1992). The reasoning of statistical inference. En D. C. Hoaglin y D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics* (pp. 107-122). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Tauber, L. (2001). *La construcción del significado de la asociación a partir de actividades de análisis de datos*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.

Tauber, L., Batanero, C. y Sánchez, V. (2000). Comprensión de la distribución normal por estudiantes universitarios. En C. Loureiro, F. Oliveira, y L. Brunheira (Eds), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 117-130). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística.

Vallecillos, A. (1994). Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties about testing hypotheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-second Session of the International Statistical Institute* (Tome 58, Book 2) (pp. 201-204). Helsinki: International Statistical Institute.

CONTROVERSIAS SOBRE EL PAPEL DE LOS CONTRASTES ESTADÍSTICOS DE HIPÓTESIS EN LA INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

Carmen Batanero

*Departamento de Didáctica de la Matemática, University of Granada
18071 Granada, Spain, batanero@goliat.ugr.es*

Traducción del artículo: Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2000, 2(1-2), 75-98. Número monográfico sobre Educación Estadística. Editor: Brian Greer.

In spite of the wide use of statistical tests in empirical research, its interpretation and the researchers' excessive confidence in its results have been criticised for years. In this paper we first describe the logic of statistical testing in Fisher and Neyman-Pearson approaches, review some common misinterpretations of basic concepts behind statistical tests, and analyse the philosophical and psychological issues that can contribute to these misinterpretations. We then revisit some frequent criticisms against statistical tests and conclude that most of them refer not to the tests themselves, but to the use of tests on the part of researchers. We agree with Levin (1997 a) in that statistical tests should be transformed into a more intelligent process that helps researchers in their work, and finally suggest possible ways in which statistical education might contribute to the better understanding and application of statistical inference.

A pesar del uso tan extendido de los contrastes estadísticos en la investigación experimental, su interpretación y la excesiva confianza de los investigadores en sus resultados han sido criticados en los últimos años. En este trabajo describimos la lógica de los contrastes de hipótesis en la filosofía de Fisher y Neyman-Pearson, analizamos algunas interpretaciones erróneas frecuentes de los conceptos básicos que subyacen en el contraste de hipótesis así como los mecanismos filosóficos y psicológicos que contribuyen a las mismas. Seguidamente revisamos algunas críticas usuales a los tests de hipótesis, concluyendo que la mayor parte de ella no se refieren a los mismos tests, sino a su uso por parte de los investigadores. Coincidimos con Levin (1997 a) en que debemos convertir el contraste estadístico en un proceso más inteligente que ayude a los investigadores en su trabajo. Finalmente, sugerimos algunas formas en que la educación estadística podría contribuir a la mejor comprensión y uso de la inferencia estadística.

Las ciencias empíricas, en general, y en particular la psicología y la educación, dependen en gran medida de la demostración de la existencia de efectos a partir del análisis estadístico de datos. La inferencia estadística se inició hace unos 300 años, aunque fue popularizada a partir de los trabajos de Fisher, Neyman y Pearson sobre los contrastes estadísticos. En la actualidad, la mayor parte de los investigadores que emplean la inferencia, utilizan una mezcla de la lógica sugerida por estos tres autores. Sin embargo, debido a que la lógica de la inferencia estadística es difícil, su uso e interpretación no es siempre adecuado y han sido criticados en los últimos 50 años. Yates (1951), por ejemplo, sugirió que los científicos dedicaban demasiada atención al resultado de sus contrastes, olvidando la estimación de la magnitud de los efectos que investigaban. Una amplia revisión de estas críticas puede encontrarse en Morrison y Henkel (1979).

Esta controversia se ha intensificado en los últimos años en algunas instituciones profesionales (Menon, 1993; Thompson, 1996; Ellerton, 1996, Robinson y Levin, 1997, 1999 Levin, 1998 a y b, Wilkinson et al., 1999) que sugieren importantes cambios en sus políticas editoriales respecto al uso del contraste de hipótesis. Por ejemplo la American Psychological Association resalta en su manual de publicación del año 1994 que los contrastes estadísticos no reflejan la importancia o la magnitud de los efectos y animan a los investigadores a proporcionar información sobre el tamaño de estos efectos (APA, 1994, pg. 18). Más recientemente, la Task Force on Statistical Inference organizada por la APA ha publicado un artículo para iniciar la discusión en el campo, antes de revisar el manual de publicación de la APA (Wilkinson, 1999). Una decisión de este comité ha sido que la revisión cubra cuestiones metodológicas más generales y no sólo el contraste de hipótesis. Entre otras cuestiones, se recomienda publicar los *valores-p* exactos, las estimaciones de los efectos y los intervalos de confianza.

En la American Education Research Association, Thompson (1996) recomienda un uso más adecuado del lenguaje estadístico en los informes de investigación, enfatizando la interpretación del tamaño de los efectos y evaluando la replicabilidad de los resultados. Estas instituciones, así como la American Psychological Society han constituido comités específicos para estudiar el problema, los cuales recomiendan no abandonar el contraste de hipótesis, sino complementarlo con otros análisis estadísticos (Levin, 1998 b, Wilkinson et al., 1999). Un resumen comprensivo de estos debates, así como de las alternativas sugeridas, se presenta en Harlow, Mulaik y Steiger (1997).

A pesar de estas recomendaciones, los investigadores experimentales persisten en apoyarse en la significación estadística, sin tener en cuenta los argumentos de que los tests estadísticos por si solos no justifican suficientemente el conocimiento científico. Algunas explicaciones de esta persistencia incluyen la inercia,

confusión conceptual, falta de mejores instrumentos alternativos o mecanismos psicológicos, como la generalización inadecuada del razonamiento en lógica deductiva al razonamiento en la inferencia bajo incertidumbre (Falk y Greenbaum, 1995). En este trabajo analizamos estos problemas y sugerimos posibles medios en los que la educación estadística podría contribuir a la mejor comprensión y aplicación de la inferencia estadística.

LA LÓGICA DE LOS TESTS ESTADÍSTICOS: UN EJEMPLO

En esta sección presentaremos una situación típica en la que un investigador recurre a la estadística para dar apoyo a una hipótesis referida a su campo de estudio y resumimos los pasos y lógica del contraste de hipótesis. Usaremos el ejemplo a lo largo del trabajo para contextualizar la discusión.

Ejemplo 1:

De acuerdo con algunas teorías de aprendizaje, las representaciones contribuyen a la construcción del significado de los objetos matemáticos, de modo que un contexto rico en representaciones, que facilite el cambio de una representación a otra, favorecerá el aprendizaje. Un investigador que acepta esta teoría tiene buenas razones para esperar que el uso de los ordenadores refuerce el aprendizaje de la estadística, porque los ordenadores proporcionan potentes herramientas y sistemas de representación de los conceptos estadísticos. Para probar su conjetura, supongamos que el investigador selecciona una muestra aleatoria de 80 estudiantes entre todos los alumnos que ingresan a la universidad un curso dado. Aleatoriamente divide los 80 estudiantes en dos grupos de igual tamaño y encuentra que los dos grupos tienen un conocimiento inicial equivalente de la estadística. Organiza un experimento, donde el mismo profesor, con los mismos materiales, imparte un curso introductorio de estadística a los dos grupos durante un semestre. El grupo C (grupo de control) no tiene acceso a los ordenadores, mientras que la enseñanza en el grupo E (grupo experimental) se basa en un uso intensivo de los ordenadores.

Al final del periodo, el mismo cuestionario se pasa a los dos grupos. Si el aprendizaje con los dos métodos de enseñanza fuese igual de efectivo, no debiera haber diferencia entre la puntuación media en el cuestionario m_e de la población teórica de todos los estudiantes a los que se enseña con ayuda del ordenador y la puntuación media en el cuestionario m_c de la población teórica de estudiantes que no tienen acceso a un ordenador. Si consideramos que los grupos C y E son muestras representativas de estas poblaciones teóricas, y no hay diferencia de efectividad entre los dos métodos de enseñanza, la diferencia en las puntuaciones medias del cuestionario en los dos grupos debería ser próxima a cero. Si el investigador encuentra una diferencia positiva entre las puntuaciones medias en los dos grupos ' $x_e - x_c$ ', ¿podría deducir que su conjetura era cierta? Es importante resaltar que el interés del investigador va más allá de las muestras particulares de alumnos (grupos C y E). Está interesado en comprobar el efecto del aprendizaje con ordenadores en la población, en general, y a través de ello, encontrar un apoyo empírico para su hipótesis sobre el efecto del contexto en el aprendizaje.

El ejemplo anterior ilustra una situación típica de uso de la inferencia estadística para determinar si los datos experimentales (las puntuaciones de los alumnos de los grupos E y C) apoyan o no una *hipótesis substantiva* (el aprendizaje está influenciado por los sistemas de representación disponibles). Como no podemos probar directamente la hipótesis substantiva, organizamos un experimento para obtener datos y contrastar una *hipótesis de investigación* deducida de la anterior (los ordenadores refuerzan el aprendizaje de la estadística). Tampoco podemos confirmar directamente la hipótesis de investigación, porque el aprendizaje es un constructo inobservable que no podemos evaluar directamente.

En consecuencia, elegimos un instrumento (el cuestionario) directamente relacionado con el aprendizaje, y que produce resultados observables (las respuestas de los alumnos). Si la hipótesis de investigación es cierta, esperamos que las puntuaciones del grupo de alumnos enseñados con ayuda del ordenador sean más altas que las de los estudiantes que no tienen acceso al mismo (*hipótesis experimental*). De cualquier modo, ya que hay múltiples factores que afectan el aprendizaje, además del ordenador, algunos estudiantes del grupo control tendrán mejores resultados que los de otros estudiantes del grupo experimental. Por tanto, necesitamos un procedimiento para comparar la distribución global en las dos poblaciones de estudiantes en vez de comparar los casos aislados.

Esta comparación se hace usualmente considerando las puntuaciones medias en las dos poblaciones teóricas y especulando sobre su posible diferencia. Si la hipótesis experimental es cierta, esperaremos que esta diferencia sea positiva (*hipótesis estadística alternativa*) aunque quizás no podamos precisar el valor de la diferencia. En

este caso no podemos trabajar directamente con la hipótesis alternativa y razonamos en su lugar como si las dos poblaciones tuvieran el mismo rendimiento, es decir asumimos que la hipótesis nula es cierta (la diferencia de puntuaciones medias en las dos poblaciones es cero).

Nota: En el ejemplo, usaremos un test unilateral, porque hemos especificado la dirección de la diferencia con la hipótesis nula. En este caso la hipótesis nula es, en realidad $m_e \leq m_c$ (el complemento de la hipótesis alternativa). Desde el punto de vista matemático, sin embargo, solo necesitamos calcular el valor crítico para el test bilateral, ya que siempre que un resultado sea significativo para la hipótesis $m_e = m_c$ también lo será para la hipótesis $m_e < m_c$. Por tanto, y para simplificar la exposición, supondremos en lo que sigue que la hipótesis nula es $m_e = m_c$.

Para probar este supuesto calculamos un estadístico de contraste relacionado con el parámetro de interés, a partir de los datos de nuestras muestras. Al aceptar que la hipótesis nula es cierta, determinamos la distribución de este estadístico (una distribución T con 78 grados de libertad) que servirá para calcular el valor crítico y tomar una decisión acerca de si debemos o no aceptar nuestra hipótesis de investigación inicial.

Hay dos concepciones sobre los contrastes estadísticos: a) las pruebas de significación, que fueron introducidas por Fisher y b) los contrastes como reglas de decisión entre dos hipótesis, que fue la concepción de Neyman y Pearson. La diferencia no se debe a los cálculos, sino al razonamiento subyacente. Siguiendo a Moore (1995) describiremos, en primer lugar, el razonamiento típico de una prueba de significación, que sería adecuada para el ejemplo 1, y en la que habría que seguir los pasos siguientes:

1. Describir el efecto que estamos buscando en función de los parámetros de una o varias poblaciones (la puntuación medias en el cuestionario de los estudiantes enseñados con ordenador m_e es mayor que la de los alumnos que no tienen acceso al ordenador m_c). El efecto que sospechamos es el verdadero describe la hipótesis alternativa: $H_1: m_e > m_c$.
2. Establecer la hipótesis nula de que el efecto no se presenta: $H_0: m_e = m_c$ (que no hay diferencias entre la puntuación media m_e , de los estudiantes enseñados con ordenador y la puntuación media m_c de los estudiantes sin acceso al ordenador). La prueba de significación se diseña para evaluar la fuerza de la evidencia en contra de la hipótesis nula.
3. Calcular un estadístico a partir de los resultados en la muestra (estadístico calculado). La distribución del estadístico queda especificada cuando asumimos que la hipótesis nula es cierta (en el caso del ejemplo sería una distribución T con 78 grados de libertad). Supongamos que en el Ejemplo 1 obtenemos los siguientes valores para las medias de las dos muestras: $\bar{x}_e = 115.10$, $\bar{x}_c = 101.78$ y que $s_e^2 = 179.66$; $s_c^2 = 215.19$ son los estimadores insesgados de las varianzas en las poblaciones; la diferencia media de la puntuación en los dos grupos para estos datos es $\bar{x}_e - \bar{x}_c = 13.32$, la estimación conjunta de la varianza $s^2 = 202.48$, y usando las formulas standard obtendríamos un valor $t = 4.16$. La cuestión que el contraste de significación trata de contestar es la siguiente: Supongamos que la hipótesis nula es cierta y que, en promedio, no hay diferencia entre la puntuación media de las muestras tomadas de las dos poblaciones, ¿es entonces el resultado muestral $t = 4.16$ demasiado grande? O ¿podríamos obtener fácilmente este valor simplemente por causa de las fluctuaciones aleatorias del muestreo?
4. La probabilidad de obtener un valor t tan extremo o más que el valor t calculado cuando la hipótesis nula es cierta se llama *valor-p*. En nuestro ejemplo, el valor-p es extremadamente pequeño (menor que .001). Si la hipótesis nula es cierta y el valor-p muy pequeño, los resultados son altamente improbables y se llaman estadísticamente significativos. En este caso, y si los datos coinciden con la dirección especificada por la hipótesis alternativa, asumimos que nuestros datos proporcionan evidencia en contra de la hipótesis nula (ello no implica que creamos que la hipótesis nula es imposible; la hipótesis se aceptará en la comunidad científica sólo a partir de un programa de experimentos repetidos en los que repliquemos nuestros resultados; la ciencia se construye a partir de hallazgos acumulativos).
5. Incluso cuando la hipótesis nula es cierta, esperaremos algunas discrepancias entre las puntuaciones medias en los grupos experimental y control en el Ejemplo 1, debido a las fluctuaciones aleatorias del muestreo. No hay una regla fija acerca de cuan pequeño debe ser el valor-p para que un resultado se considere estadísticamente significativo, aunque convencionalmente adoptamos un valor fijo con el que comparamos el valor-p para decidir sobre su significación estadística. Es el nivel de significación α , o máximo valor-p admisible para considerar los datos como significativos, que se usa para calcular los valores críticos. Supongamos que tomamos $\alpha = .05$ en el ejemplo 1. El valor crítico es la máxima diferencia que esperaríamos entre las dos muestras (grupos E y C) con probabilidad .05 (α), en caso de que las dos poblaciones tengan el mismo rendimiento. Este valor crítico se obtiene de la distribución teórica del estadístico en caso de que la hipótesis nula sea cierta (distribución T con 78 g.l.).

El contraste de hipótesis como proceso de decisión

En el ejemplo 1 hemos usado un contraste de significación para evaluar la fuerza de la evidencia en contra de una hipótesis nula. Hay, sin embargo, otras situaciones donde la inferencia se usa para tomar una decisión entre dos acciones posibles.

Ejemplo 2:

Supongamos que una escuela secundaria quiere evaluar la efectividad de un nuevo método de enseñanza sobre el aprendizaje de la estadística de sus estudiantes. La escuela selecciona aleatoriamente 80 alumnos entre todos los estudiantes del último curso y divide aleatoriamente los 80 estudiantes en dos grupos de igual tamaño. El mismo profesor enseña estadística a ambos grupos durante un semestre. En el grupo C (grupo de control) se usa el método usual en la escuela, mientras que la enseñanza el grupo E (grupo experimental) se basa en los nuevos materiales. Al final del periodo el mismo cuestionario se aplica a los dos grupos (que fueron juzgados como equivalentes en su conocimiento inicial mediante un pretest). La escuela quiere cambiar al nuevo sistema si la diferencia media de puntuaciones en las dos poblaciones de estudiantes es positiva. Aquí el interés también va más allá de las dos muestras particulares (los grupos E y C), ya que el método sería aplicado a otros estudiantes.

En el ejemplo 2 se usaría un contraste estadístico con un razonamiento diferente, como procedimiento para tomar una decisión. Se seguirían los pasos siguientes:

1. Establecer las hipótesis nula $H_0: \mu_e = \mu_c$ y alternativa $H_1: \mu_e > \mu_c$, como en el Ejemplo 1.
2. Calcular el estadístico a partir de los datos de las muestras, como en el Ejemplo 1.
3. Se tomaría una decisión: O bien rechazamos la hipótesis nula (y aceptaríamos H_1) o bien no rechazaríamos H_0 .
4. La decisión se hace comparando el p -valor con el nivel de significación α , es decir, comparando el valor t calculado con el valor crítico. En el Ejemplo 2 (suponiendo los mismos datos numéricos) el valor calculado $t=4.16$ es mayor que el valor crítico $t_c = 1.665$, y por tanto, la hipótesis nula sería rechazado.

Es importante resaltar que rechazar la hipótesis nula no implica necesariamente que sea falsa, ya que es posible cometer dos tipos de error al tomar una decisión a partir de los resultados del contraste. En primer lugar, sería posible que no hubiese diferencia real en las puntuaciones medias de los estudiantes enseñados con los dos métodos y que, debido a la variabilidad aleatoria del muestreo, hayamos obtenido en nuestros grupos particulares E y C un valor t que ocurre con baja probabilidad. Como sabemos, que la probabilidad de un suceso sea muy baja no implica que el suceso sea imposible. Cometeríamos un *Error Tipo I* si rechazásemos una hipótesis nula que de hecho sea verdadera y la *probabilidad de Error Tipo I* es numéricamente igual al nivel de significación α .

Por otro lado, si el resultado no es significativo, ello no implica que las dos poblaciones tengan resultados igualmente buenos en el cuestionario. Incluso cuando los estudiantes enseñados con el nuevo método tengan mejores resultados, podríamos no obtener un resultado significativo en nuestras muestras particulares si el efecto de la enseñanza es pequeño o si hay demasiada variabilidad en los datos. Ocurre un *Error Tipo II* cuando el investigador acepta la hipótesis nula cuando, de hecho, es falsa. Puesto que hay muchas posibilidades diferentes para la diferencia de media en la hipótesis alternativa, la probabilidad de error Tipo II, b es variable. Normalmente estaremos interesados en algunos valores particulares de esta probabilidad y la calcularemos sólo para los casos más desfavorables.

El complemento de b se llama potencia del contraste y es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula en caso de que sea falsa. Es también variable, ya que depende del valor verdadero del parámetro (la diferencia de medias en las poblaciones en nuestro caso). Conviene enfatizar la naturaleza condicional de las probabilidades de los dos tipos de error, ya que es en la interpretación de estas probabilidades condicionales donde encontramos más errores y concepciones erróneas respecto al contraste de hipótesis.

ERRORES COMUNES EN LA INTERPRETACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICACIÓN Y EL P-VALOR

La investigación sobre la comprensión de los métodos de inferencia muestra la existencia de concepciones erróneas ampliamente extendidas, tanto entre los estudiantes universitarios, como entre los científicos que usan la inferencia estadística en su trabajo diario. Estas concepciones erróneas se refieren principalmente al nivel de significación α , que se define como la probabilidad de rechazar la hipótesis nula en caso de que sea cierta. La interpretación errónea más extendida de este concepto consiste en intercambiar los dos términos de

la probabilidad condicional, es decir, en interpretar el nivel de significación como la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta si hemos tomado la decisión de rechazarla. Birnbaum (1982), por ejemplo, informó que sus estudiantes encontraban razonable la siguiente definición: "Un nivel de significación del 5% indica que, en promedio, 5 de cada 100 veces que rechazamos la hipótesis nula estaremos equivocados". Falk (1986) comprobó que la mayoría de sus estudiantes creían que α era la probabilidad de equivocarse al rechazar la hipótesis nula.

Resultados semejantes se describen en el estudio de Pollard y Richardson (1987) realizado con investigadores. Vallecillos (1994) planteó los siguientes ítems a una muestra de 436 estudiantes universitarios de diferentes especialidades (estadística, medicina, psicología, ingeniería y empresariales) que habían estudiado el tema:

Ítem 1: Un nivel de significación del 5% significa que, en promedio 5 de cada 100 veces que rechazamos la hipótesis nula estaremos equivocados (verdadero /falso). Justifica tu respuesta.

Ítem 2: Un nivel de significación del 5% significa que, en promedio, 5 de cada 100 veces que la hipótesis nula es cierta la rechazaremos (verdadero / falso). Justifica tu respuesta.

En el ítem 2 se presenta una interpretación frecuencial del nivel de significación (y es correcto), mientras que en el ítem 1 se han intercambiado los dos sucesos que definen la probabilidad condicional (y es incorrecto). Sin embargo, sólo el 32% de los estudiantes de la investigación de Vallecillos (1994) dio una respuesta correcta al ítem 1 y el 54% dio una respuesta correcta al ítem 2. De 135 estudiantes que justificaron su respuesta, el 41% dio un argumento correcto en los dos ítems. Un error prevalente en todos los grupos de estudiantes fue el intercambio de los términos de la probabilidad condicional, juzgando por tanto correcto el ítem 1 y falso el ítem 2. Entrevistas a un grupo reducido de estudiantes mostró que esta creencia aparecía en algunos estudiantes que eran capaces de discriminar entre una probabilidad condicional y su inversa (Vallecillos y Batanero, 1996). Otros estudiantes no distinguían las dos probabilidades condicionales, es decir, consideraban que ambos ítems eran correctos.

Que las probabilidades condicionales con términos intercambiados no coinciden, en general, se ilustra en la Tabla 1 que se refiere a la elección de estadística como tema optativo en una escuela. La probabilidad de que una chica tomada al azar estudie estadística y la probabilidad de que un estudiante de estadística sea una chica son diferentes:

$$P(\text{estudie estadística} / \text{chica}) = 3/4; P(\text{chica} / \text{estudia estadística}) = 3/8$$

Tabla 1. Número de Chicos y Chicas en un Curso de Estadística

	Chicas	Chicos	Total
Estadística	300	500	800
No Estadística	100	100	200
Total	400	600	1000

Es importante resaltar que, incluso cuando fijemos el nivel de significación α , es decir, la probabilidad de rechazar la hipótesis (supuesto que es cierta) y podamos calcular la probabilidad de obtener un valor del estadístico de contraste menor que un valor particular (supuesta la hipótesis nula cierta), la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta una vez la hemos rechazado y la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta una vez que hemos obtenido el valor del estadístico de contraste no pueden conocerse.

La probabilidad a posteriori de la hipótesis nula dado un resultado significativo depende de la probabilidad a priori de la hipótesis nula, así como de las probabilidades de obtener un resultado significativo, dadas las hipótesis nula y alternativa. Desafortunadamente estas probabilidades no pueden determinarse. Más aún, una hipótesis es o cierta o falsa y, por tanto, no tiene mucho sentido calcular su probabilidad en un paradigma inferencial clásico (donde damos una interpretación frecuencial a las probabilidades objetivas). Sólo en la inferencia Bayesiana pueden calcularse las probabilidades a posteriori de la hipótesis, aunque son probabilidades subjetivas, Lo más que podemos hacer, y es usando inferencia Bayesiana, es revisar nuestro grado de creencia personal en la hipótesis en vista de los resultados.

Otras interpretaciones erróneas del nivel de significación y el valor p son:

(a) Algunas personas piensan que el valor p es la probabilidad de que el resultado se deba al azar. Podemos ver claramente que esta concepción es errónea del hecho de que incluso si la hipótesis nula es cierta (e.g. si no hubiera diferencias de rendimiento en el ejemplo 1) un resultado significativo puede ser debido a otros factores, como, por ejemplo, que los estudiantes del grupo experimental trabajasen más que sus compañeros al prepararse para la evaluación. Podemos observar aquí la importancia del control experimental para intentar asegurar que todas las condiciones (excepto el tipo de enseñanza) se mantienen constantes en los dos grupos. El valor p es la probabilidad de obtener el resultado particular u otro más extremo cuando la hipótesis nula es cierta y no hay otros factores posibles que influyeran el resultado. Lo que rechazamos en un contraste de hipótesis es la hipótesis nula y, por tanto, no podemos inferir la existencia de una causa particular en un experimento a partir de un resultado significativo.

(b) Otro error común es la creencia en la conservación del valor del nivel de significación cuando se realizan contrastes consecutivos en el mismo conjunto de datos, lo que produce el problema de las comparaciones múltiples. A veces aplicamos un alto número de pruebas de significación a un mismo conjunto de datos. El significado del nivel de significación (ver el Item 2 anterior) es que, si llevamos a cabo 100 comparaciones sobre el mismo conjunto de datos y usamos en todos ellos el nivel de significación .05, habrá que esperar que 5 de las 100 pruebas sean significativas por puro azar, incluso cuando la hipótesis nula sea cierta. Esto dificulta la interpretación de los resultados (Moses, 1992).

(c) El uso frecuente de niveles de significación .05 y .01 es cuestión de convenio y no se justifica por la teoría matemática. Si consideramos el contraste de hipótesis como proceso de decisión (la visión de Neyman y Pearson), debemos especificar el nivel de significación antes de llevar a cabo el experimento y esta elección determina el tamaño de las regiones críticas y de aceptación que llevan a la decisión de rechazar o no la hipótesis nula. Neyman y Pearson dieron una interpretación frecuencial a esta probabilidad: Si la hipótesis nula es cierta y repetimos el experimento muchas veces con probabilidad de Error Tipo I igual a .05 rechazaremos la hipótesis nula el 5% de las veces que sea cierta.

En su libro «Diseño de experimentos» Fisher(1935) sugirió seleccionar un nivel de significación del 5%, como convenio para reconocer los resultados significativos en los experimentos. En sus trabajos posteriores, sin embargo, Fisher consideró que cada investigador debe seleccionar el nivel de significación de acuerdo a las circunstancias, ya que «*de hecho ningún investigador mantiene un nivel de significación fijo con el cual rechaza las hipótesis año tras año y en todas las circunstancias*» (Fisher, 1956, p. 42). Por el contrario, Fisher sugirió publicar el valor p exacto obtenido en cada experimento particular, lo que, de hecho, implica establecer el nivel de significación después de llevar a cabo el experimento. A pesar de estas recomendaciones, la literatura de investigación muestra que los niveles arbitrarios de .05, .01, .001 se usan casi en forma universal para todo tipo de problemas. Skipper, Guenter y Nass (1970) sugirieron que esto trae como consecuencia la diferenciación de los resultados de investigación que se publicarán o no y llama la atención sobre las posibles implicaciones sobre los problemas investigados. A veces, si la potencia del contraste es baja y el error Tipo II es importante, sería preferible una probabilidad mayor de Error Tipo I.

(d) La interpretación incorrecta del nivel de significación se une normalmente a una interpretación incorrecta de los resultados significativos, un punto donde hubo también desacuerdos entre Fisher y Neyman -Pearson. Un resultado significativo implica para Fisher que los datos proporcionan evidencia en contra de la hipótesis nula, mientras que para Neyman y Pearson solo establece la frecuencia relativa de veces que rechazaríamos la hipótesis nula cierta a la larga (Error Tipo I). Por otro lado, debemos diferenciar entre significación estadística y significación práctica. En el Ejemplo 1 obtuvimos una diferencia media en puntuaciones entre los dos grupos de 13.32, que fue significativa. Sin embargo, podríamos haber obtenido una significación estadística mayor con un efecto experimental menor y una muestra de tamaño mayor. La significación práctica implica significación estadística más un efecto experimental suficientemente elevado.

LOS DIFERENTES NIVELES DE HIPÓTESIS EN LA INVESTIGACIÓN

El nivel de significación no es el único concepto mal comprendido en las pruebas de hipótesis. Algunas investigaciones también muestran confusión entre los papeles de las hipótesis nulas y alternativas (Vallecillos,

1994, 1995), así como entre la hipótesis estadística alternativa y la hipótesis de investigación (Chow, 1996). Chow diferencia diversas hipótesis implicadas en los diversos niveles de abstracción de la investigación experimental orientada a la confirmación de teorías, como la descrita en el Ejemplo 1.

(a) *Hipótesis substantiva* (que, en el Ejemplo 1, es que el aprendizaje se ve influenciado por las herramientas semióticas disponibles para tratar un concepto). Una hipótesis substantiva es una explicación especulativa de un fenómeno. Normalmente no podemos investigarla directamente porque se refiere a un constructo o a un mecanismo inobservable. Para poder investigar la hipótesis substantiva debemos deducir algunas implicaciones observables de la misma.

(b) *Hipótesis de investigación* (que los ordenadores mejoran el aprendizaje de la estadística). Es una implicación observable de la hipótesis alternativa. Si no obtenemos apoyo para la hipótesis de investigación, la hipótesis substantiva no se verá apoyada.

(c) Con frecuencia la hipótesis de investigación no es lo suficientemente específica para dirigir una investigación empírica. Es necesario diseñar una variable dependiente bien definida (en el Ejemplo 1 la puntuación total) obtenida a partir de una tarea experimental (el cuestionario) propuesta a algunos sujetos (los grupos control y experimental al finalizar la enseñanza). Con esta base podemos construir una *hipótesis experimental* (que el rendimiento en el cuestionario será mejor en la población experimental).

(d) Una implicación de la hipótesis experimental se usará para llevar a cabo el análisis estadístico (que la puntuación media en el cuestionario será más alta en los estudiantes enseñados con ayuda del ordenador que en los estudiantes que no tienen acceso al ordenador). Esta implicación es la *hipótesis estadística alternativa*, $H_1^0 m_e > m_c$, que no coincide con la hipótesis experimental, sino que es una consecuencia de ella, a nivel estadístico.

Tabla 2. Diferentes Niveles de Hipótesis en la Investigación Experimental

Hipótesis implicada	Ejemplo
Hipótesis substantiva	El aprendizaje depende de las representaciones disponibles
Hipótesis de investigación	Los ordenadores favorecen el aprendizaje de la estadística
Hipótesis experimental que usan el ordenador	Las puntuaciones en el cuestionario son más altas en los estudiantes que usan el ordenador
Hipótesis estadística alternativa	$H_1^0 m_e > m_c$
Hipótesis nula	$H_0^0 m_e = m_c$

(e) Finalmente, el complemento lógico de la hipótesis estadística alternativa es que la puntuación media en los dos poblaciones de estudiantes es la misma, $H_0^0 m_e = m_c$. El establecer la hipótesis nula sirve para especificar la distribución del estadístico de contraste en el muestreo y comenzar la cadena de razonamientos (Tabla 3) que nos llevarán a rechazar o no la serie de hipótesis que hemos descrito y que se muestran en la Tabla 2.

Tabla 3. Cadena de Razonamientos Implicados en la Obtención de Apoyo a una Hipótesis Substantiva

Implicación 1	Si el aprendizaje depende de las representaciones disponibles, entonces los ordenadores favorecen el aprendizaje de la estadística
Implicación 2	Si los ordenadores favorecen el aprendizaje de la estadística, entonces las puntuaciones en el cuestionario son más altas en los estudiantes que usan el ordenador
Implicación 3 que	Si las puntuaciones en el cuestionario son más altas en los estudiantes que usan el ordenador, entonces $m_e > m_c$
Implicación 4	Si no ocurre que $m_e > m_c$, entonces $m_e = m_c$
Implicación 5	Si $m_e = m_c$, entonces un valor significativo de $x_e - x_c$ es altamente improbable
Observation	" $x_e - x_c$ es significativo,
Conclusión 5	" $x_e - x_c$ es significativo, por tanto rechazamos que $m_e = m_c$
Conclusión 4	Rechazamos que $m_e = m_c$, por tanto asumimos que $m_e > m_c$
Conclusión 3	$m_e > m_c$; así que, supuesto que hubo un control experimental adecuado, suponemos que las puntuaciones en el cuestionario son más altas en los estudiantes que usan el ordenador
Conclusión 2	Las puntuaciones en el cuestionario son más altas en los estudiantes que usan el ordenador; supuesto que el test es una medida válida y fiable del

	aprendizaje, entonces los ordenadores favorecen el aprendizaje de la estadística
Conclusión 1	Los ordenadores favorecen el aprendizaje de la estadística, supuesto que la única diferencia en los dos métodos de enseñanza es el sistema de representaciones disponible, entonces la hipótesis sustantiva es apoyada por nuestros datos

Siguiendo a Chow (1996) presentamos en la Tabla 3 la serie de implicaciones deductivas anidadas de las cuales sólo la más interna (Implicación 5) se relaciona con el proceso de contraste de significación. Este es el núcleo central de la cadena completa de implicaciones que en su conjunto constituyen el proceso de inferencia científica para dar apoyo a una hipótesis sustantiva. En consecuencia, la concepción del contraste de hipótesis como prueba de significación se ajusta en forma natural a este tipo de investigación, mientras que la concepción de los contrastes estadísticos como proceso de decisión serían preferibles en las situaciones prácticas donde debemos tomar una decisión, como en el Ejemplo 2 o en control de calidad.

Las implicaciones 1 a 4 en la Tabla 3 no están apoyadas por la teoría estadística, sino por consideraciones teóricas del campo bajo estudio y por un control experimental adecuado que asegure que todas las variables concomitantes relevantes se mantienen constantes y que el cuestionario dado a los estudiantes es una medida válida y fiable del constructo estudiado (aprendizaje). Según Chow (1996), muchas de las críticas en contra del contraste estadístico son injustas, pues se refieren no al procedimiento estadístico (implicación 5 en la Tabla 3), sino al resto de los componentes del proceso inferencial (implicaciones 1 a 4). Reemplazar o complementar los contrastes estadísticos con otros métodos tales como intervalos de confianza o análisis de potencia no resolverá los problemas de adecuado control experimental o falta de marco teórico pertinente en un campo particular de estudio.

ALGUNAS CUESTIONES FILOSÓFICAS

Hemos identificado ya algunas de las razones que dificultan la comprensión de los tests estadísticos. Por un lado, el contraste estadístico implica una serie de conceptos como hipótesis nula y alternativa, errores Tipo I y II, probabilidad de los errores, resultados significativos y no significativos, población y muestra, parámetro y estadístico, distribución de la población y distribución muestral. Algunos de estos conceptos son mal interpretados o confundidos por los estudiantes e investigadores experimentales. Más aún, la estructura formal de los contrastes estadísticos es superficialmente parecida a la de la prueba por contradicción, pero hay diferencias fundamentales, no siempre bien comprendidas entre estos dos tipos de razonamientos.

En una prueba por contradicción razonamos en la forma siguiente:

Si A, entonces B no puede ocurrir.

B ocurre; entonces deducimos que A es falso.

En un contraste estadístico tratamos de aplicar un razonamiento similar en la siguiente forma:

Si A, entonces es muy poco verosímil que B ocurra;

Ocurre B, y rechazamos A

Sin embargo no sería una conclusión válida deducir que es muy improbable que A sea cierto y aquí es donde encontramos la confusión.

A estas dificultades se añade la controversia que rodea a la inferencia estadística en filosofía de la inferencia y la dificultad de encontrar relaciones lógicas entre teorías y hechos. La ciencia se construye a partir de observaciones empíricas y no podemos tomar datos de las poblaciones completas, sino sólo de muestras de las mismas. Esperamos del contraste de hipótesis más de lo que nos puede dar y bajo estas expectativas subyace el problema filosófico de hallar criterios científicos para justificar el razonamiento inductivo, como estableció Hume. Hasta ahora las contribuciones de la inferencia estadística en esta dirección no han dado una solución completa al problema (Black, 1979; Burks, 1977; Hacking, 1975; Seidenfeld, 1979).

Por otro lado, hay dos concepciones diferentes sobre los contrastes estadísticos que a veces se mezclan o confunden. Fisher concibió las pruebas de significación para confrontar una hipótesis nula con las observaciones y para él un valor p indicaba la fuerza de la evidencia contra la hipótesis (Fisher, 1958). Sin embargo, Fisher no

creyó que los contrastes estadísticos proporcionarían inferencias inductivas de las muestras a las poblaciones, sino más bien una inferencia deductiva de la población de todas las muestras posibles a la muestra particular obtenida en cada caso.

Para Neyman (1950), el problema de contraste de una hipótesis estadística se presenta cuando las circunstancias nos fuerzan a realizar una elección entre dos formas de actuar. Aceptar una hipótesis sólo significa decidir realizar una acción en lugar de otra y no implica que uno necesariamente crea que la hipótesis es cierta. Para Neyman y Pearson, un contraste estadístico es una regla de comportamiento inductivo; un criterio de toma de decisión que nos permite aceptar o rechazar una hipótesis al asumir ciertos riesgos.

Hoy muchos investigadores emplean los métodos, herramientas y conceptos de la teoría de Neyman-Pearson con un fin diferente, medir la evidencia a favor de una hipótesis dada (Royal, 1997). El razonamiento más interior de la Tabla 3 (Implicación 5, observación y conclusión 5) puede describir el razonamiento usual en los contrastes de hipótesis hoy día, que consiste en:

- (a) Una decisión binaria - decidir si el resultado es o no significativo. Esta decisión se lleva a cabo comparando el valor p con el nivel de significación, que se establece antes de recoger los datos.
- (b) Un procedimiento inferencial que engloba un silogismo condicional (implicación 5 en la Tabla 3): Si $m_e = m_c$, entonces un valor significativo $x_e - x_c$ es muy improbable $x_e - x_c$ es significativo, por tanto rechazamos H_0 $m_e = m_c$.
- (c) Otro procedimiento inferencial que incluye un silogismo disyuntivo. O bien $m_e > m_c$ or $m_e = m_c$; si rechazamos que $m_e = m_c$, entonces $m_e > m_c$.

Como consecuencia, la práctica actual de los contrastes estadísticos tiene elementos de Neyman-Pearson (ya que es un procedimiento de decisión) y de Fisher (es un procedimiento inferencial, en el que usamos los datos para proporcionar evidencia a favor de la hipótesis), que se aplican en diferentes fases del proceso.

Otras características tomadas de Neyman-Pearson son que H_0 es la hipótesis de no diferencia, que el nivel de significación α debe escogerse antes de analizar los datos y debe mantenerse constante, así como los dos tipos de error. De Fisher conservamos la sugerencia de que la inferencia se basa en una probabilidad condicional; la probabilidad de obtener los datos supuesta cierta H_0 , y que H_0 y H_1 son mutuamente exclusivas y complementarias. Deberíamos añadir que algunos investigadores suelen dar una interpretación Bayesiana a los resultados de los contrastes de hipótesis (clásicos), a pesar de que el enfoque de la estadística Bayesiana es muy diferente de las teorías tanto de Fisher como de Neyman y Pearson.

FACTORES PSICOLÓGICOS QUE CONTRIBUYEN A LA PREVALENCIA DE ERRORES COMUNES

La anterior práctica de los contrastes estadísticos ha sido llamada marco ortodoxo de Neyman-Pearson (Oakes, 1986) o lógica híbrida de Neyman-Pearson (Gingerenzer, 1993). Este último autor piensa que dicha lógica puede explicar la creencia en que la inferencia estadística proporciona una solución algorítmica al problema de la inferencia inductiva, y el consecuente comportamiento mecánico que con frecuencia se presenta en relación con los contrastes estadísticos.

Como hemos descrito, Fisher y Neyman/ Pearson tuvieron diferentes interpretaciones de los contrastes estadísticos, incluyendo la forma en que se deben determinar los niveles de significación y la interpretación de un resultado significativo. Según Gingerenzer et al. (1989), la disputa entre estos autores se ha ocultado en las aplicaciones de la inferencia estadística en psicología y otras ciencias experimentales, donde se ha asumido una única solución para la inferencia. Libros de texto como el de Guilford (1942) contribuyeron a difundir una mezcla de las lógicas de los contrastes de significación de Fisher con algunos componentes de Neyman-Pearson, dando una interpretación Bayesiana al nivel de significación y otros conceptos relacionados.

Con una analogía esclarecedora, Gingerenzer et al. (1989) comparan las características de Neyman-Pearson en la práctica actual de los contrastes estadísticos con el superego del razonamiento estadístico, porque prescriben lo que debería hacerse y no da libertad a los investigadores. Requieren la especificación de hipótesis precisas, niveles de significación y potencia antes de recoger los datos y la probabilidad de error debe interpretarse en el contexto de muestreo repetido. Los componentes de Fisher se comparan al ego del razonamiento

estadístico. Es conveniente para los investigadores, que quieren llevar a cabo su investigación y publicar sus trabajos, incluso a costa de determinar el nivel de significación después del experimento, establecer una hipótesis alternativa difusa o no establecerla antes de coger los datos, e interpretar la probabilidad de error como la probabilidad de error en su propio experimento.

El tercer componente en el comportamiento del investigador descrito por Gingerenzer et al. (1989) es el deseo Bayesiano de asignar probabilidades a las hipótesis en base a los datos de investigación (el id de la lógica híbrida). Cuando encontramos un resultado significativo nos preguntamos si este resultado puede ser debido al azar o si por el contrario es consecuencia de nuestra manipulación experimental. Falk (1986) encuentra natural la interpretación del nivel de significación como la probabilidad a posteriori de error, una vez que hemos rechazado la hipótesis en la que el investigador está interesado. Gingerenzer et al. (1989) sugieren que es el conflicto entre estos tres componentes psicológicos lo que explica nuestros usos incorrectos de la inferencia estadística y la institucionalización del nivel de significación como medida de la calidad de la investigación en revistas científicas y manuales de estadística.

Por otro lado, los sesgos en el razonamiento inferencial son sólo un ejemplo del pobre razonamiento de los adultos en los problemas probabilísticos, que ha sido extensamente estudiado por los psicólogos en relación con otros conceptos, como la aleatoriedad, probabilidad y correlación (Kahneman, Slovic, y Tversky, 1982; Nisbett y Ross, 1980). En el caso específico de interpretación incorrecta de los resultados de la inferencia estadística, Falk y Greenbaum (1995) sugieren la existencia de mecanismos psicológicos profundos que llevan a las personas a creer que eliminan el azar y minimizan su incertidumbre cuando obtienen un resultado significativo. Describen *la ilusión de la prueba probabilística por contradicción o ilusión de alcanzar la improbabilidad*, que consiste en la creencia errónea de que la hipótesis nula se vuelve improbable cuando se obtiene un resultado significativo, basada en una generalización abusiva del razonamiento lógico a la inferencia estadística (Birnbau, 1982; Lindley, 1993).

Mientras una contradicción definitivamente prueba la falsedad de la premisa de partida, la creencia que al obtener datos cuya probabilidad condicional bajo una hipótesis dada es baja implica que la hipótesis condicionante es improbable es una falacia. La ilusión de la prueba probabilística por contradicción es, sin embargo, aparentemente difícil de erradicar, a pesar de la clarificación que se hace en muchos libros de estadística. En otros casos, esta concepción errónea está implícita en los libros de texto, como muestran Falk y Greenbaum (1995).

Según Falk (1986), las concepciones erróneas respecto al nivel de significación se relacionan también con las dificultades en discriminar las dos direcciones de las probabilidades condicionales, lo que se conoce como *la falacia de la condicional transpuesta* (Diaconis y Friedman, 1981), que desde hace tiempo se reconoce como extendida entre los estudiantes e incluso los profesionales. Además, Falk (1986) sugiere que la ambigüedad verbal al presentar a como $P(\text{Error Tipo I})$ puede provocar confusión entre las dos direcciones opuestas de la probabilidad condicional entre los estudiantes, que pueden pensar estar tratando con la probabilidad de un suceso simple. Falk sugiere que "Error Tipo I" es una expresión desafortunada que no debería usarse en sí misma. Un "suceso condicional" no es un concepto legítimo y sólo las probabilidades condicionales están inequívocamente definidas, aunque esta confusión también aparece en algunos libros de texto.

Aunque a es una probabilidad condicional bien definida, la expresión "Error Tipo I" no está redactada como una condicional, ni indica cual de las dos combinaciones posibles de los sucesos que intervienen se refiere. En consecuencia, cuando rechazamos H_0 y nos preguntamos por el tipo de error que podríamos cometer, el concepto "Error Tipo I" nos viene a la mente en forma inmediata ya que la distinción crucial entre las dos direcciones opuestas de la probabilidad condicional ha sido difuminada. Esto nos lleva a interpretar el nivel de significación como la probabilidad de la conjunción de dos sucesos "la hipótesis nula es cierta" y "la hipótesis nula es rechazada" (Menon, 1993).

Durante muchos años se han lanzado críticas en contra del contraste estadístico y ha habido muchas sugerencias de eliminar este procedimiento de la investigación académica. Sin embargo, los resultados significativos siguen siendo publicados en las revistas de investigación, y los errores referentes a los contrastes estadísticos siguen llenando los cursos y libros de estadística, así como los informes publicados de investigación. Falk (1986) sugiere que los investigadores experimentan una confianza ilusoria en los contrastes estadísticos debido a la sofisticación de los términos y fórmulas matemáticas, que contribuyen a nuestra sensación de que la significación estadística garantiza la objetividad. Un problema adicional es que otros procedimientos estadísticos sugeridos para reemplazar o complementar los contrastes estadísticos (como los intervalos de confianza, la estimación

de la magnitud de los efectos experimentales, el análisis de la potencia y la inferencia Bayesiana) no resuelven los problemas filosóficos y psicológicos que hemos descrito.

REVISIÓN DE ALGUNAS CRÍTICAS COMUNES EN CONTRA DE LOS CONTRASTES DE HIPÓTESIS

Hemos analizado con detalle la lógica de los contrastes estadísticos, su papel en la inferencia científica y los factores filosóficos y psicológicos que contribuyen a su comprensión y uso inadecuados. En esta sección estudiaremos algunas críticas frecuentes en contra del contraste estadístico.

1. Lo que establecemos en la hipótesis nula del ejemplo 1 es que no hay diferencia entre las medias de dos poblaciones. Es evidente para muchos críticos que la hipótesis nula nunca es cierta y por tanto los contrastes estadísticos no son válidos, al basarse en una premisa falsa (que la hipótesis nula es cierta).

Es fácil deducir que esta crítica no es pertinente, ya que el hecho de que la hipótesis nula no sea cierta no invalida la lógica del contraste estadístico. Esta lógica no se ve afectada por el hecho de que la hipótesis nula sea cierta o falsa, porque lo que afirmamos en un contraste es que un resultado significativo es improbable, en caso de que la hipótesis nula sea cierta. Esto es una propiedad matemática de la distribución muestral que no tiene nada que ver con la certeza o falsedad de la hipótesis nula.

2. En la práctica identificamos la hipótesis de interés con la hipótesis estadística alternativa. Pero la hipótesis estadística alternativa no indica la magnitud exacta de la diferencia entre las medias de las poblaciones. La significación estadística no informa sobre la significación práctica de los datos. Cuando aplicamos esta crítica a los contrastes de significación (Ejemplo 1) estaríamos cayendo en la confusión entre los diferentes niveles de hipótesis implicados en un procedimiento inferencial, que se muestran en las Tablas 2 y 3. El fin de la investigación experimental orientada a la confirmación de teorías es proporcionar apoyo a la hipótesis substantiva. Como vemos en el ejemplo 1, la magnitud de las diferencias entre las medias de las poblaciones no depende de la hipótesis substantiva. La diferencia se refiere a la distribución del estadístico en el muestreo, esto es, a la hipótesis estadística alternativa. No hay una única correspondencia entre la hipótesis substantiva y la hipótesis estadística alternativa, que se deduce de un experimento particular y de un instrumento particular. Las teorías deben evaluarse con un razonamiento cuidadoso y un profundo juicio (Harlow, 1977).

En el contexto de toma de decisión (Ejemplo 2), por el contrario, la magnitud del efecto podría ser relevante para la decisión. En estos casos, los contrastes estadísticos son todavía útiles para hacer la decisión, aunque deben complementarse con el análisis de la potencia y/o la estimación de la magnitud de los efectos, dependiendo de las preguntas de interés en la investigación (Levin, 1998a).

3. La elección del nivel de significación es arbitraria; por tanto algunos datos podrían ser significativos a un nivel dado y no serlo a un nivel diferente.

Es cierto que el investigador escoge el nivel de significación, pero esta arbitrariedad no implica, sin embargo, que el procedimiento sea inválido o inútil. Además es también posible, si se sigue el enfoque de Fisher, usar el p-valor exacto para rechazar las hipótesis nulas a diferentes niveles, aunque en la práctica actual del contraste estadístico se aconseja elegir el nivel de significación antes de recoger los datos para dar mayor objetividad a la decisión.

4. La significación estadística no informa de la probabilidad de que la hipótesis sea cierta ni del verdadero valor del parámetro. Por ello muchos investigadores sugieren reemplazar los contrastes por intervalos de confianza.

Es verdad que los contrastes no informan acerca de la probabilidad de que la hipótesis sea cierta, pero tampoco los intervalos de confianza informan sobre esta probabilidad. Los intervalos de confianza son intervalos en los que el verdadero valor del parámetro se encuentra en un porcentaje dado de muestras, aunque no aseguran en que intervalo estará el parámetro en nuestro experimento particular. Por tanto no substituyen sino más bien complementan los contrastes de hipótesis y están sujetos a las mismas controversias e interpretaciones erróneas que aquellos.

5. Los errores Tipo I y Tipo II están inversamente relacionados. Para los críticos los investigadores parecen ignorar los errores Tipo II mientras prestan una atención indebida a los errores Tipo I.

Aunque las probabilidades de los dos tipos de error están inversamente relacionadas, hay una diferencia fundamental entre ellas. mientras que la probabilidad de error Tipo I α es una constante que puede elegirse antes de realizar el experimento, la probabilidad de error Tipo II es función del verdadero valor desconocido del parámetro. Para resolver este problema, el análisis de la potencia supone diferentes valores posibles del parámetro y calcula la probabilidad de error Tipo II para estos diferentes valores. Esta práctica es útil para algunas aplicaciones de la inferencia, como en la toma de decisiones (ejemplo 2) y control de calidad. Sin embargo podemos aplacar aquí las mismas objeciones que en el punto 5 respecto al experimento orientado a apoyar una hipótesis substantiva teórica dada (ejemplo 1) donde no hay indicación sobre el valor particular de los parámetros de las variables experimentales dependientes. Es decir, los dos tipos de error no juegan el mismo papel en la corroboración de teorías científicas, aunque pueden ser igualmente importantes en otras aplicaciones de la inferencia, como el control de calidad.

6. El significado de un resultado no significativo no es claro. Para algunos críticos esto se debe a que el contraste que se usa no tiene suficiente potencia.

Podemos aplicar aquí el mismo razonamiento seguido en el punto 4. Es claro que las hipótesis nulas y alternativa, el rechazo y aceptación de la hipótesis nula, los resultados significativos y no significativos no juegan un papel simétrico en los contrastes de significación. Mientras que un resultado significativo contradice la hipótesis nula por su baja probabilidad, un resultado no significativo es altamente probable cuando la hipótesis nula es cierta, pero también podría deberse a otros factores. Esto también puede ocurrir en la prueba por contradicción, donde hacemos el siguiente razonamiento:

Si A es cierta, B es falsa

Entonces si B es cierta, A es falsa

Si B ocurre, podemos concluir que A no es posible, pero cuando ocurre B no podemos deducir que A sea necesariamente cierta; hay aquí también una asimetría entre las consecuencias de B y no B.

LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE CONCEPTOS DE INFERENCIA

En este trabajo hemos descrito la lógica de los contrastes de significación, su papel en la investigación experimental, las dificultades psicológicas y filosóficas relacionadas con ellos y, finalmente, hemos revisado algunas críticas frecuentes contra las pruebas de significación estadística. Estas críticas no pueden aplicarse a los procedimientos matemáticos en el contraste de hipótesis, donde no hay contradicciones. Por el contrario se relacionan con los usos incorrectos del contraste de significación y son consecuencias de errores conceptuales y de problemas filosóficos y psicológicos que hemos descrito a lo largo de este trabajo.

Los educadores estadísticos no son indiferentes a estos problemas, como se muestra en la sesión de trabajos invitados sobre la educación estadística y la controversia en torno a los contrastes de significación en la 52 Sesión del Instituto Internacional de Estadística y en la Mesa Redonda de IASE sobre "La formación de los investigadores en el uso de la estadística". Como describe Ito (1999), hay tres niveles diferentes en la controversia respecto a los contrastes estadísticos:

(a) La disputa dentro de la misma estadística, donde diferentes métodos e interpretaciones varias de los mismos métodos fueron recomendadas por los enfoques de Fisher, Neyman-Pearson y en el enfoque Bayesiano.

(b) La controversia en la aplicación de la estadística, donde, en la práctica el contraste de significación es una mezcla informal de los contrastes de significación originales de Fisher, la teoría de Neyman-Pearson y conceptos e interpretaciones que no son partes de esta última. Mas aún, los editores de revistas y las sociedades profesionales están sugiriendo cambios en las políticas de publicación científica, respecto a los métodos estadísticos (Lecoutre, 1999).

(c) La controversia en la enseñanza acerca de cuándo, como y con qué profundidad deberíamos enseñar la inferencia estadística.

Coincidimos con Ito en que estos tres niveles diferentes están de hecho interrelacionados, porque nuestras concepciones acerca de la teoría estadística, también afectan a nuestra aplicación y enseñanza de la estadística. Esto es importante, ya que, con la creciente investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la estadística, el análisis de datos se está introduciendo cada vez más en el nivel escolar (Shaughnessy, Garfield, y Greer, 1997) incluyendo también en muchos países los rudimentos de inferencia (Dahl, 1999). Nuestra opinión es que

el contraste de hipótesis no debiera abandonarse en las ciencias sociales y educación, sino que debería cambiarse su enseñanza y su práctica hasta llevar a un "proceso significativo" (Levin, 1998b), que incluya repeticiones independientes de los estudios, elección de tamaños óptimos de muestras, la combinación del contraste de hipótesis con intervalos de confianza y/o estimación del tamaño de los efectos y la especificación de criterios de "éxito" antes de realizar el experimento.

Nuestro análisis muestra con claridad la complejidad conceptual de los contrastes estadísticos, y la atención particular que debe darse a la enseñanza de la inferencia si queremos prevenir en nuestros estudiantes futuras faltas de comprensión como las descritas por Vallecillos (1999). Se ha sugerido la revisión de la metodología de enseñanza en los cursos introductorios de estadística (Moore, 1997 y la discusión relacionada) para pasar a un modelo constructivista de aprendizaje, en el que el profesor guíe a sus estudiantes hacia unas competencias y conocimientos estadísticos más específicos. Nuevos libros de texto que cambian el papel del estudiante de simple oyente a una participación más activa en actividades estructuradas (e.g., Rossman, 1996) facilitan este enfoque.

Puesto que los ordenadores hacen posible una variedad de cálculos y representaciones gráficas, Moore (1997) recomienda dar a los estudiantes la oportunidad de experimentar con datos y problemas reales. Específicamente, la simulación con ordenador puede contribuir a mejorar la comprensión del estudiante de las ideas de variabilidad muestral, estadístico y su distribución, respecto a las cuales hay muchas concepciones erróneas (Rubin, Bruce, y Tenney, 1991; Well, Pollatsek, y Boyce, 1990) y que son esenciales para comprender la lógica del contraste de significación. Por ejemplo, delMas, Garfield y Chance (1999) describen el software Sampling Distribution y actividades educativas diseñadas para guiar a sus estudiantes en la exploración de las distribuciones muestrales. En su experimento, los estudiantes podían cambiar la forma de la distribución teórica de la población (normal, sesgada, bimodal, uniforme, en forma de U) y simular la distribución muestral de diferentes estadísticos para varios tamaños de muestra. Las actividades estuvieron orientadas a enfocar la atención de los estudiantes hacia el Teorema Central del Límite.

Sin embargo, e incluso cuando los resultados demostraron un cambio significativo positivo en los estudiantes como consecuencia de la instrucción, delMas, Garfield y Chance (1999) avisan que el uso de la tecnología y actividades basadas en resultados de la investigación no siempre produce una comprensión efectiva de las distribuciones muestrales. Los autores sugieren que las nuevas actividades y el aprendizaje del software puede ser demasiado exigente para algunos, y la nueva información sobre el software puede interferir con el aprendizaje de los estudiantes sobre las distribuciones muestrales, cuya comprensión requiere la integración de las ideas de distribución, promedio, dispersión, muestra y aleatoriedad. Es claro que necesitamos más investigación para comprender como podemos usar la tecnología para ayudar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje (ver el trabajo de Ben-Zvi, en este número de la revista). En particular necesitamos encontrar buenas situaciones didácticas en las que los estudiantes sean confrontados con sus concepciones erróneas, como la confusión entre una probabilidad condicional y su inversa o su creencia en la posibilidad de calcular la probabilidad de una hipótesis (dentro de la concepción objetiva de la probabilidad).

Por otro lado, el contraste estadístico sólo es una parte de proceso más general de inferencia científica, como se indica en las tablas 2 y 3. Sin embargo, frecuentemente encontramos que la estadística se enseña aisladamente, sin conectarla con un marco más general de metodología de investigación y diseño experimental. Desde nuestro punto de vista, es necesario discutir el papel de la estadística en la investigación experimental con los estudiantes y hacerlos conscientes de las posibilidades y limitaciones de la estadística en el trabajo experimental. Aún más, coincidimos con la sugerencia de Wood (1998) de enfocar el curso introductorio de estadística alrededor del razonamiento estadísticos, es decir el ciclo de aprendizaje Planificación-Conjetura-Comprobación-Acción. El análisis estadístico de datos no es un proceso mecánico y, por tanto, no debería ser enseñado o aplicado de esta forma. Puesto que la estadística no es una forma de hacer sino una forma de pensar que nos puede ayudar a resolver problemas en las ciencias y la vida cotidiana, la enseñanza de la estadística debería empezar con problemas reales mediante los cuales los estudiantes puedan desarrollar sus ideas, trabajando las diferentes etapas en la resolución de un problema real (planificar la solución, recoger y analizar los datos, comprobar las hipótesis iniciales y tomar una decisión en consecuencia).

Finalmente, recomendamos a los investigadores que reconozcan la complejidad de la aplicación de la inferencia estadística para resolver problemas reales y que necesiten la colaboración de estadísticos profesionales, además del uso de su conocimiento profesional para juzgar hasta qué punto sus cuestiones de investigación pueden contestarse por medio del análisis estadístico.

Agradecimientos: La autora agradece a Joel R. Levin y Paul K. Ito sus comentarios y valiosas sugerencias a una versión previa del trabajo. Esta investigación ha sido financiada por el proyecto PB96-1411 (M.E.C, Madrid).

REFERENCIAS

American Psychological Association (1994). *Publication Manual of the American Psychological Association* (Cuarta edición). Washington, DC: American Psychological Association.

Birnbaum, I. (1982). Interpreting statistical significance. *Teaching Statistics*, 4, 24-27.

Black, M. (1979). *Inducción y probabilidad*. Madrid: Cátedra.

Burks, A. W. (1977). *Chance, cause, reason: An inquiry into the nature of scientific evidence*. Chicago: University of Chicago Press.

Chow, L. S. (1996). *Statistical significance: Rationale, validity and utility*. London: Sage.

delMas, R. C., Garfield, J. B., y Chance, B. (1999). *Exploring the role of computer simulations in developing understanding of sampling distributions*. Comunicación presentada en la reunión anual de la American Educational Research Association, Montreal, Canada.

Dahl, H. (1999). Teaching hypothesis testing. Can it still be useful? *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-second Session of the International Statistical Institute* (Tomo 58, Libro 2) (pp. 197-200). Helsinki: International Statistical Institute.

Diaconis, P. y Freedman, D. (1981). The persistence of cognitive illusions. *Behavioral and Brain Sciences*, 4, 378-399.

Ellerton, N. (1996). Statistical significance testing and this journal. *Mathematics Education Research Journal*, 8(2), 97-100.

Falk, R. (1986). Misconceptions of statistical significance. *Journal of Structural Learning*, 9, 83-96.

Falk, R. y Greenbaum, C. W. (1995). Significance tests die hard: The amazing persistence of a probabilistic misconception. *Theory and Psychology*, 5 (1), 75-98.

Fisher, R. A. (1935). *The design of experiments*. Edimburgh: Oliver y Boyd.

Fisher, R. A. (1956). *Statistical methods and scientific inference*. Edimburgh: Oliver y Boyd.

Fisher, R. A. (1958). *Statistical methods for research workers* (13 edición). New York: Hafner.

Gingerenzer, G. (1993). The superego, the ego and the id in statistical reasoning. In G. Keren y C. Lewis (Eds.), *A handbook for data analysis in the behavioral sciences: Methodological issues* (pp. 311-339). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Gingerenzer, G., Swijtink, Z., Porter, T., Daston, L., Beatty, J., y Krüger, L. (1989). *The empire of chance. How probability changed science and everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.

Guilford, J. P. (1942). *Fundamentals of statistics in psychology and education*. New York: Basic Books.

Hacking, I. (1975). *The logic of statistical inference*. Cambridge: Cambridge University Press.

Harlow, L. L. (1997). Significance testing: Introduction and overview. En L. L. Harlow, S. A. Mulaik, y J. H. Steiger (Eds.), *What if there were no significance tests?* (pp. 1-20). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Harlow, L. L., Mulaik, S. A., y Steiger, J. H. (1997). *What if there were no significance tests?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Ito, P. K. (1999). *Reaction to invited papers on statistical education and the significance tests controversy*. Ponencia invitada en la Fifty-Second International Statistical Institute Session, Helsinki, Finland.
- Kahneman, D., Slovic, P., y Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. New York: Cambridge University Press.
- Lecoutre, B. (1999). Beyond the significance test controversy: Prime time for Bayes? *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-second Session of the International Statistical Institute* (Tome 58, Book 2) (pp. 205-208). Helsinki, Finland: International Statistical Institute.
- Levin, J. R. (1998 a). To test or not to test H_0 ? *Educational and Psychological Measurement*, 58, 313-333.
- Levin, J. R. (1998 b). What if there were no more bickering about statistical significance tests? *Research in the Schools*, 2, 45-53.
- Levin, J. R., y Robinson, D. H. (1999). Further reflections on hypothesis testing and editorial policy for primary research journals. *Educational Psychological Review*, 11, 143-155.
- Lindley, D. V. (1993). The analysis of experimental data: The appreciation of tea and wine. *Teaching Statistics*, 15, 22-25.
- Menon, R. (1993). Statistical significance testing should be discontinued in mathematics education research. *Mathematics Education Research Journal*, 5(1), 4-18.
- Moore, D. S. (1995). *The basic practice of statistics*. New York: Freeman.
- Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-155.
- Moses, L. E. (1992). The reasoning of statistical inference. In D. C. Hoaglin y D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics* (pp. 107-122). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Morrison, D. E., y Henkel, R. E. (Eds.). (1970). *The significance tests controversy. A reader*. Chicago: Aldine.
- Neyman, J. (1950). *First course in probability and statistics*. New York: Henry Holt.
- Nisbett, R., y Ross, L. (1980). *Human inference: Strategies and shortcomings of social judgments*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Oakes, M. (1986). *Statistical inference: A commentary for the social and behavioural sciences*. Chichester, England: Wiley.
- Pollard, P., y Richardson, J. T. E. (1987). On the probability of making Type I errors. *Psychological Bulletin*, 10, 159-163.
- Robinson, D. H., y Levin, J. T. (1997). Reflections on statistical and substantive significance, with a slice of replication. *Educational Researcher*, 26(5), 21-26.
- Rossman, A. J. (1996). *Workshop statistics: Discovery with data*. New York: Springer.
- Royal, R. (1997). *Statistical evidence. A likelihood paradigm*. London: Chapman y Hall.
- Rubin, A., Bruce, B., y Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: Trouble at the core of statistics. In D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 314-319). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Seidenfeld, T. (1979). *Philosophical problems of statistical inference: Learning from R. A. Fisher*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Shaughnessy, J. M., Garfield, J., y Greer, B. (1996). Data handling. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Volume 1) (pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Skipper, J. K., Guenter, A. L., y Nass, G. (1970). The sacredness of .05: A note concerning the uses of statistical levels of significance in social sciences. In D. E. Morrison y R. E. Henkel, (Eds.), *The significance tests controversy: A reader* (pp. 155-160). Chicago: Aldine.

Thompson, B. (1996). AERA editorial policies regarding statistical significance testing: Three suggested reforms. *Educational Researcher*, 25(2), 26-30.

Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico experimental de errores y concepciones sobre el contraste de hipótesis en estudiantes universitarios*. Unpublished doctoral dissertation, University of Granada, Spain.

Vallecillos, A. (1995). Comprensión de la lógica del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15(3), 53-81.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties about testing hypotheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-second Session of the International Statistical Institute* (Tome 58, Book 2) (pp. 201-204). Helsinki, Finland: International Statistical Institute.

Vallecillos, A., y Batanero, C. (1996). Conditional probability and the level of significance in tests of hypotheses. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4) (pp. 271-378). Valencia, Spain: University of Valencia.

Well, A. D., Pollatsek, A., y Boyce, S. J. (1990). Understanding the effects of the sample size on the variability of the means. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 47, 289-312.

Wilkinson, L. (1999). Statistical methods in psychology journals: Guidelines and explanations. *American Psychologist*, 54, 594-604.

Wood, G. R. (1998). Transforming first year university statistics teaching. In L. Pereira-Mendoza, L. S. Kea, T. W. Kee, y W. K. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics* (Volume 1) (pp. 167-172). Singapore: International Statistical Institute.

Yates, F. (1951). The influence of "Statistical methods for research workers" on the development of the science of statistics. *Journal of the American Statistical Association*, 46, 19-34.

MODELO DE APRENDIZAJE DE LA ESTADISTICA EN EL MARCO DE LA METODOLOGIA CIENTIFICA. UN PROBLEMA BASADO EN DATOS REALES

Montenegro Silvana Marisa

Tarrés María Cristina

*Universidad Nacional de Rosario. Facultad de Ciencias Médicas.
Cátedra de Biología.*

Santa Fe 3100. 2000. Rosario. Argentina.

mctarres@rsinternet.com.ar

1. Introducció

Los conocimientos de estadística de los alumnos que acceden a la Carrera de Medicina (Facultad de Ciencias Médicas, Universidad Nacional de Rosario), luego de finalizar sus estudios del nivel secundario, se restringe a una serie de conceptos desarrollados habitualmente como parte del curriculum de matemática.

Nuestra realidad respecto de la enseñanza de la estadística en la Facultad, con grupos numerosos de alumnos y acceso restringido o nulo a recursos informáticos, concuerda con lo planteado por Godino y Batanero (1) cuando expresan que el profesor se ve obligado a centrarse en el componente intensional de la estadística (conceptos y técnicas), reduciendo los aspectos extensionales (situaciones-problemas, ejercicios) e instrumentales (recursos de cálculo y expresión) a ejercicios resueltos con papel, lápiz y calculadora.

Con esta forma de enseñanza la insatisfacción de los estudiantes frente a la estadística es general y concluyen concibiéndola como una serie de reglas, sin aprender los contextos significativos en los cuales podrían ser aplicados. Esta situación llevó a que la Asociación Matemática de América (Cobb 1992) recomendara a los docentes de estadística incluir más oportunidades activas de aprendizaje y disminuir el número de clases teóricas o disertaciones (2).

En Argentina, el Ministerio de Cultura y Educación de la Nación explicitó en 1999 los contenidos mínimos de la carrera de Medicina y efectuó una serie de recomendaciones respecto de la formación médica (3), entre las que se pueden destacar:

- “debe considerarse especialmente la incorporación de la metodología científica como herramienta necesaria para el análisis y resolución de problemas”.
- “se debe favorecer el desarrollo del pensamiento crítico y del aprendizaje activo para: ... la adquisición, análisis, aplicación y transmisión de conocimientos, en la investigación.....”
- “la formación práctica debe desarrollarse en forma supervisada, desde el inicio de la carrera, en distintos ámbitos de aprendizaje: centros de documentación, laboratorios de investigación, a los que los alumnos se incorporarán con responsabilidad creciente”.

Es por ello que toma fuerza en los estudios médicos la necesidad de la enseñanza de la estadística como valiosa herramienta de la metodología científica.

En este trabajo describimos una alternativa para el aprendizaje de algunos conceptos de estadística basándonos en problemas, desarrollada en Biología, asignatura que forma parte del currículum actual de primer año de la carrera de Medicina de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina. Esta propuesta puede adecuarse al nuevo formato curricular a instalarse a partir de 2002, que estructura la enseñanza en ciclos vitales y áreas curriculares.

Nuestro modelo didáctico, procura lograr un aprendizaje con entendimiento, que se englobaría dentro de la denominada “comprensión relacional” que Skemp (1979) opone a la “comprensión instrumental” o aprendizaje basado en reglas (4), proponiendo a los estudiantes trabajar dentro de contextos que ellos encuentren significativos, evitando el aprendizaje memorístico o, peor aún, que apliquen la estadística de tal forma que pueda llevarlos a conclusiones erróneas.

2. Desarrollo de la propuesta

La propuesta se basa en:

- Un enfoque problematizador
- Que resalta el aspecto metodológico.
- Donde la práctica es el punto de partida.
- Detenta una lógica dinámica basada en la interpretación.
- Tanto desde el constructivismo como desde el deconstructivismo se lo concibe como una práctica de vida.
- Sintetiza la relación entre conceptos y emplea la abstracción.
- Utiliza la inducción más que la deducción.
- Busca la comprensión y la resolución de la situación.

Los contenidos específicos de Estadística que se abordan en la misma son:

- Concepto de variable, clasificación y nivel de medición.
- Redacción de hipótesis.
- Diseño de experimentos, tratamientos, unidad de análisis y principios básicos. Técnica observacional y experimento propiamente dicho.
- Organización y resumen de los datos. Tabulación y representación gráfica.
- Medidas estadísticas de resumen: de posición (media, mediana y modo, percentiles y cuartiles) y de dispersión (rango, variancia y desvío estándar). Estadísticos muestrales, parámetros y estimadores.
- Concepto de Probabilidad y Modelos probabilísticos. Distribución normal y distribución t de Student. Inferencia estadística. Errores de tipo I y II. Probabilidad de cometerlos.
- Concepto de prueba de hipótesis estadística. El experimento comparativo simple. Metodología de la prueba de hipótesis respecto de la diferencia entre dos medias poblacionales. Relación entre las hipótesis estadísticas y las hipótesis biológicas.

Siendo la metodología científica un eje estructurante instrumental en la curricula de la carrera de Medicina, los contenidos enumerados se relacionan y/o re trabajan en distintos momentos.

3. Elección del objeto de estudio

Partiendo de que se debe estar dispuesto a trabajar con los contenidos de modo que sean generadores de problemáticas, prioritariamente surgidas de situaciones concretas (5) es que el esfuerzo se centró en encontrar un tema u objeto de estudio que pudiera ser desarrollado con un número importante de alumnos, reemplazando los experimentos de laboratorio convencionales por el abordaje de un problema a ser resuelto, de ser posible, con compromiso personal.

La preocupación se centra en la comprensión de los fundamentos de un tema abstracto, como lo es la inferencia estadística basada en los modelos probabilísticos, que se opone a los contenidos de otros espacios curriculares ya que no constituyen órganos u aparatos ni células o tejidos visibles al microscopio.

Basados en este marco es que proponemos el módulo: Aprender Investigando. Un Problema en Nutrición que consiste en una situación problemática a resolver investigando, cuyo objetivo es que el estudiante experimente, en el desarrollo de los contenidos de nutrición, el accionar de la metodología científica como herramienta para producir conocimiento.

En la elección de la metodología, se dispuso trabajar con los contenidos, de modo que fueran generadores de preguntas, justificaciones, refutaciones y problemáticas, principalmente surgidas de situaciones concretas (5).

Los contenidos de Estadística arriba mencionados se articulan y entrelazan con contenidos propios de otras áreas:

- Nutrición: Requerimientos energéticos de los seres humanos. Clasificación de los alimentos: Proteínas, Hidratos de carbono, Lípidos, Vitaminas y Minerales. Valor calórico de los alimentos. Formula calórica. Valor calórico total teórico y real.
- Método Científico: Sus etapas: la observación, la hipótesis, la experimentación, el análisis de los resultados, las conclusiones.
- Bioética: Principios éticos que rigen la investigación científica: Declaraciones Internacionales. Consentimiento informado.

En relación a este último ítem, se sustenta la metodología de la investigación en seres humanos en el paradigma de la bioética, definida como el estudio sistemático de la conducta humana sobre la base de criterios de valor en el campo de las ciencias de la vida, incluidas las que incumben a la práctica de la Medicina (6). Es en este sentido que se postula la inclusión del conocimiento fundamentado de la bioética en los saberes disciplinares, para que los alumnos comprendan que la investigación en seres humanos no se rige sólo por buenas intenciones sino por un profundo análisis del tema y las normas que la regulan.

4. Fundamentación pedagógica

Von Glasersfeld (2) enuncia que bajo el paradigma del aprendizaje constructivista, el conocimiento no es pasivamente recibido sino activamente construido, y ese camino al conocimiento es un proceso adaptativo en el que los estudiantes organizan sus experiencias del mundo, más que descubrir una realidad objetiva .

La metodología de la enseñanza basada en problemas (7) no dicotomiza la actividad del docente/alumno, no es cognitiva en un momento y narrativa en otro; es siempre cognitiva, ya sea mientras se prepara un proyecto o cuando se dialoga con los estudiantes. De este modo, el docente de la metodología basada en problemas constantemente reestructura sus reflexiones en las reflexiones de los estudiantes. Los alumnos no son oyentes sino coinvestigadores críticos y en diálogo con el profesor.

Estimamos que el aprendizaje de Estadística así concebido permitiría, de ser necesario, "recuperar el conocimiento construido, ponderarlo a la luz de la situación, dar lugar a las acomodaciones necesarias, generar alternativas y reconstruirlo todo en un nivel de reflexión que haga de la acción concreta, ocasión para la construcción de un nuevo saber" (8).

El modelo didáctico propuesto apela a la motivación, ya que cualquier educador sabe que para aprender algo, y sobre todo para aprenderlo con alegría y no con pena, hay que estar motivado. No sólo se debe ser estrictamente racional, también es necesario apelar al sistema límbico que es el órgano de las emociones (9).

Al desarrollar de esta manera las etapas de la metodología científica en general y los conceptos estadísticos en particular, se procuró poner el énfasis en el proceso y no tanto en el producto, ya que, de acuerdo con Dewey, "uno aprende lo que hace" (10), siendo además, el empleo de problemas reales para lograr la comprensión de los estudiantes, una práctica recomendada en la educación estadística (11).

5. Descripción de la Situación problemática

El problema planteado puede enunciarse como sigue:

Se piensa que los alumnos que se trasladan de su lugar habitual de residencia para iniciar los estudios universitarios y comienzan a vivir solos o con amigos, pueden modificar sus pautas de alimentación y tener una dieta diferente de la de los alumnos que viven con sus familiares.

- A partir de la observación, los estudiantes formulan con mayor precisión el problema identificando y clasificando las variables relacionadas.
- Plantean la hipótesis que guía el estudio.
- Identifican los principios del diseño experimental.
- Recaban la información. Para ello recolectan los datos correspondientes a las variables directamente implicadas en el problema, a variables intervinientes y a otras que pueden servir para describir los grupos.

En este punto es interesante destacar que ellos mismos actúan como unidades de análisis, midiendo su ingesta calórica diaria a través del cálculo del Valor Calórico Total Real. Para su cálculo recaban los datos de sus ingestas durante una semana.

Este momento se dedica a discutir aspectos de la bioética, dado que aunque existe acuerdo respecto de proteger los derechos de los sujetos humanos en la investigación clínica hay mucha menos protección en las áreas de investigación donde las unidades de análisis son los estudiantes (12).

- Analizan los resultados obtenidos:

definen la población y la muestra en estudio,

organizan la información a través de tablas y gráficos,

resumen los datos mediante el cálculo de las medidas estadísticas de resumen.

Aplican los conceptos de la estadística inferencial desarrollando la Prueba de Hipótesis Respecto de la Comparación de Dos Medias Poblacionales.

- Redactan conclusiones.

6. Observaciones finales

La propuesta de este modelo didáctico, surgió frente a dos necesidades:

- lograr que el alumno se acerque a la Estadística con una metodología centrada en él.
- hacerlo en un contexto de ingreso masivo de estudiantes.

Se intentó, además, que el estudiante vivencie cómo se genera el conocimiento, que comience a adiestrarse en la formulación de hipótesis científicas, que comprenda el valor capital de la puesta a prueba, del análisis de los resultados, de la confrontación con la realidad y compruebe lo provisorio de cualquier afirmación en la ciencia fáctica.

En la selección de los contenidos se sacrificó lo informativo por lo formativo, evitando la tentación de "querer enseñar todo". Esta elección se efectuó en función del perfil del médico generalista que se pretende preparar,

con una perspectiva orientada no sólo hacia los aspectos biológicos de la nutrición sino también integrando las variables socioculturales que puedan afectar a los futuros pacientes.

Si bien los alumnos no participaron en la selección de los contenidos, consensuaron con el docente las actividades que podían promover el desarrollo de estrategias de resolución del problema y recolectaron los datos requeridos actuando ellos mismos como unidades de análisis. La estructura del módulo, en la que se trató de simplificar el problema para lograr un abordaje más sencillo nos plantea un interrogante ¿se lograrían mejores resultados si los alumnos propusieran sus propios proyectos?. Es cierto que bajo esas circunstancias la resolución de los mismos sería dificultosa sin una ayuda planificada e intensa del docente (1).

Al examinar críticamente las ventajas potenciales del aprendizaje basado en problemas, a la luz de la evidencia, Norman y Schmidt (13) señalan que el aprendizaje mediante este formato puede inicialmente reducir los niveles de aprendizaje pero posteriormente con el paso de los años, aumentar la retención del conocimiento. Además muestran alguna evidencia preliminar que sugiere que la currícula con aprendizaje basado en problemas puede mejorar la transferencia de conceptos a situaciones nuevas y a la integración de contenidos de las ciencias básicas en problemas clínicos.

Analizando nuestra experiencia al aplicar esta metodología durante varios ciclos lectivos, comprobamos que el aprendizaje mejora considerablemente y que los alumnos comprenden que el proceso de la investigación estadística puede, a menudo, llevar a mejores conclusiones que el confiarse en datos anecdóticos o sobre experiencias subjetivas propias o intuiciones. Acordamos con lo planteado por Gal y Garfield (14) al señalar como meta de la enseñanza de la estadística, que los alumnos al finalizar el cursado sean personas capaces de comprender y tratar con la incertidumbre, la variabilidad y la información estadística del mundo a su alrededor; además de estar capacitados para participar y/o contribuir, en la producción, interpretación y comunicación de datos pertenecientes a su vida profesional.

Si comparamos el aprendizaje logrado por los alumnos cuando se enseñaban los mismos contenidos de estadística del modo tradicional con énfasis en cálculos, fórmulas y procedimientos, con el aprendizaje alcanzado con la nueva metodología los resultados son alentadores.

En consecuencia, creemos que con la implementación de este modelo didáctico se facilita el alcance de los siguientes objetivos (10):

- Que los alumnos aprendan interesados en lo que aprenden ya que la razón se cultiva mejor cuando está asentada sobre una sólida base emocional.
- Que comprendan que existe una secuencia en el aprendizaje.
- Que resultan indispensables la perseverancia y un cierto grado de esfuerzo.
- Que el aprendizaje significativo y duradero se logra haciéndolo interesante, no divertido.

6. Bibliografia

1. Godino JD y Batanero C. *Construcción y experimentación de un modelo para una instrucción significativa sobre el análisis de datos*. En L Pereira Mendoza et al: Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics (vol 2: 905-912). Singapur International Statistics Institut, 1998.
2. Begg A. *Some Emerging Influences Underpinning Assessment in Statistics*. En Gal I and Garfield JB: The Assessment Challenge in Statistics Education (pags: 17-26). IOS Press. Netherlands, 1997.
3. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación . *Contenidos mínimos para la formación médica*. Resolución N° 535/99. República Argentina. 1999.
4. Kelly AE, Sloane F y Whittaker A. *Simple approaches to assessing underlying understanding of statistical concepts*. En Gal I and Garfield JB: The Assessment Challenge in Statistics Education (pags: 85-90). IOS Press. Netherlands, 1997
5. Celman de Romero S. *La tensión teoría-práctica en la educación superior*. Rev IICE-UBA. Miño y Dávila editores. Buenos Aires, N° 5, 1994.
6. Cruz-Coke R. *Introduction to bioethics in contemporary medicine*. Rev. Med. Chil. 123: 363-367, 1995.
7. Venturelli J. *Educación Médica. Nuevos enfoques, metas y métodos*. Organización Panamericana de la Salud. Serie PALTEX y Sociedad 2000 No. 5. Washington DC, 1997
8. Diker G y Terigi F. *La formación docente en debate*. Cap 3, 91-139. En: La formación de maestros y profesores: hoja de ruta. Ed Paidós. Bs As, 1997.
9. Bunge M. *El lugar de Internet en la escuela*. LA NACION ON LINE. Opinión. Buenos Aires, 17.07.2000.
10. Jaim Etcheverry G. *La tragedia educativa*. Fondo de cultura económica. Buenos Aires, 1999.
11. Lesh R, Amit M, Schorr RY. *Using "Real Life" Problems to Prompt Students to Construct Conceptual Models for Statistical Reasoning*. En Gal I and Garfield JB: The Assessment Challenge in Statistics Education (pags: 65-84). IOS Press. Netherlands, 1997
12. Henry RC, Wright DE. *When Do Medical Students Become Human Subjects of Research? The Case of Program Evaluation*. Academic Medicine 76: 871-875,2001.
13. Norman GR, Schmidt HG. *The psychological basis of problem-based learning: a review of the evidence*. Academic Medicine 67:557-565,1992.
14. Gal I, Garfield J. *Curricular Goals and Assessment in Statistics Education*. En Gal I and Garfield JB: The Assessment Challenge in Statistics Education (pags: 1-13). IOS Press. Netherlands, 1997

ACTITUDES HACIA LA ESTADISTICA E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Assumpta Estrada Roca

*Universitat de Lleida Departament de Matemàtica
Facultat de Ciències de l'Educació
Complex de la Caparrella, s/n. 25192 Lleida España
E-mail: astrada@matematica.udl.es*

1. INTRODUCCIÓN

No cabe duda de que la influencia de la Estadística y la Probabilidad en la concepción del mundo actual ha sido y es enorme. Con la simple lectura del periódico, nos damos cuenta de que hacen falta unos conocimientos elementales para entender el significado de estadísticas de consumo, de nivel de vida, de previsiones electorales, económicas, etc. Además, desde varias áreas académicas, se aprecia la necesidad de una cierta formación en Estadística aplicada, tanto por su carácter multidisciplinar (ciencias sociales, naturales...), como por ser un instrumento de análisis para el propio trabajo del alumno que de una u otra forma, se enfrenta a series de datos o conjuntos de mediciones, a partir de las cuales desea obtener información válida y fiable. Por todo ello, podríamos decir pues, que hay razones socioculturales y educativas suficientes, para tratar en la enseñanza obligatoria estos temas y así queda reflejado en los programas oficiales de nuestro país.

Pero tal como señala Batanero (1999), al ser la Estadística una ciencia que cambia rápidamente, lo importante no son solamente los contenidos específicos sino el tratar de desarrollar en nuestros alumnos una actitud favorable, unas formas de razonamiento y un interés por completar posteriormente su aprendizaje.

En esta concepción, que comparto plenamente, la educación estadística no es una transmisión de conocimiento, sino la que asegura unas condiciones óptimas para que los alumnos desarrollen sus potencialidades y capacidades cognitivas, afectivas, sociales y de aprendizaje y esto supone, un intento de romper con la práctica habitual de dar excesiva importancia a los conceptos. En función de los objetivos, se pretende que un mismo contenido se aborde desde la perspectiva conceptual, procedimental y actitudinal.

Las actitudes no constituyen una disciplina separada, sino que son parte integrante de todas las materias de aprendizaje y ocupan un lugar central en el acto educativo, guiando el proceso perceptivo y cognitivo que comporta el aprendizaje de cualquier contenido educativo, en nuestro caso la Estadística.

2. NATURALEZA DE LAS ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA

Las actitudes hacia la Estadística resultan difíciles de definir y no se puede afirmar una unanimidad respecto al significado del término actitud. Lo que se encuentra son distintas descripciones de este fenómeno que varían en función del pensamiento y contexto de cada investigador. La explicación a este hecho se basa en que las actitudes no constituyen ninguna entidad observable sino que son construcciones teóricas que se infieren de ciertos comportamientos externos, generalmente verbales. En Auzmendi (1992, p.16) encontramos algunas de sus definiciones clásicas. Estas son las siguientes:

Allport (1935, p. 81) concibe las actitudes como, «*un estado mental y nervioso de disposición, adquirido a través de la experiencia, que ejerce una influencia directiva o dinámica sobre las respuestas del individuo*». Esta definición pone el acento en que las actitudes son disposiciones de comportamiento, por tanto, no conductas actuales y, además, predisposiciones habituales que tienen un fundamento fisiológico en conexiones nerviosas determinadas y que se adquieren por la experiencia.

Newcomb, Turner y Converse (1965, p.40) consideran las actitudes como «*un estado de prontitud en orden a la excitación motriz*». Rokeach (1968, p.112), por su parte, las define como, «*una organización de creencias relativamente permanentes que predisponen a responder de un modo preferencial ante un objeto o situación*». Esta definición, al igual que la anterior, remarca la idea de que las actitudes son predisposiciones de conducta, es decir, actúan como una fuerza motivacional del comportamiento humano. Parece, por tanto, que estos autores coinciden al acentuar el aspecto de predisposición comportamental de estos elementos.

También en el caso de las Matemáticas, Moyra Ruffel y otros (1997, p.3) basándose en los trabajos de Ajzen (1988) las considera como «*una disposición a responder favorablemente o no a un objeto, persona, institución o hecho*». McLeod (1992) al conceptualizar el dominio afectivo de la educación Matemática distingue entre emociones, actitudes y creencias. Así las emociones son respuestas inmediatas positivas o negativas producidas mientras se estudia Matemáticas o Estadística. En cambio las actitudes son respuestas relativamente más estables, o sentimientos más intensos que se desarrollan por repetición de respuestas emocionales y se automatizan con el tiempo. Con respecto a los pensamientos o creencias, son las ideas individuales mantenidas en el tiempo que se tienen sobre la materia, sobre uno mismo como estudiante o sobre el contexto social en el que se realiza el aprendizaje. Aunque diferencia sentimientos y actitud la realidad es que están claramente relacionados influyen uno en otro indistintamente. En la misma línea y como continuidad de estos trabajos, Gómez Chacón

(2000) entiende la actitud como uno de los descriptores básicos del dominio afectivo junto con los sentimientos y las creencias y las define: *"Como una predisposición evaluativa (es decir positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento"*(p.23).

Aplicando esta misma terminología a la educación Estadística, Gal y col (1997) se centran en el estudio de los sentimientos y actitudes sin tratar las emociones. En su opinión, durante mucho tiempo los términos de actitud y sentimientos, han sido utilizados indistintamente, sin diferenciar. Si son intensos, algunos pensamientos o creencias pueden ser el origen del desarrollo de las actitudes hacia la estadística que las define como una suma de emociones y sentimientos que se experimentan durante el período de aprendizaje de la materia objeto de estudio (p.40). Entre ellos resaltan los siguientes pensamientos:

- Respecto a las Matemáticas (fácil o difícil, requiere habilidades, puede ser dominadas por cualquiera).
- Sobre qué son una parte de las Matemáticas o si requieren habilidades matemáticas (la Estadística es todo Cálculo).
- Sobre el clima del aula y la práctica docente (los ejemplos son del mundo real, no son de libro).
- Sobre uno mismo, sobre como aprende Estadística o Matemáticas (no se nada de la materia, soy bueno en esto).
- Sobre la utilidad o valor de la Matemática y su importancia en su futuro profesional (nunca utilizaré esta materia, no sirve para nada).

Este tipo de sentimientos se desarrolla lentamente y los factores culturales juegan un papel importante. Son estables y resistentes al cambio y tienen una componente cognitiva importante además de la emocional.

A estas diversas concepciones sobre las actitudes podemos añadir otras características que nos ayuden a comprender su naturaleza. Para Auzmendi (1992, p.17), las actitudes hacia las Matemáticas y la Estadística tienen una serie de características estudiadas desde muy antiguo y las considera como *"aspectos no directamente observables sino inferidos, compuestos tanto por las creencias como por los sentimientos y las predisposiciones comportamentales hacia el objeto al que se dirigen."*

Surgen en edades muy tempranas según Dutton (1968) y, si bien tienden a ser favorables en un principio (Anttonen, 1968), varían con el paso del tiempo (Callahan, 1971). Esta evolución es negativa tal como señala Suydam (1984) y según Aiken (1974) este matiz negativo persiste con el paso del tiempo.

También son, según Gal y col (1997), de intensidad moderada y con una componente cognitiva menor que los sentimientos o creencias. Siempre se expresan positiva o negativamente (agrado/desagrado, gusto/disgusto) y puede representar sentimientos vinculados externamente a la materia (profesor, actividad, libro, etc.).

Finalmente, Gal (en prensa) incluye las actitudes y creencias, dentro de su modelo de cultura estadística quien concibe este término como lo que se espera de los adultos, en especial los que viven en sociedades industrializadas y se compone de dos componentes interrelacionados:

1. "La habilidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos relacionados con los datos o los fenómenos estocásticos que pueden encontrar en diversos contextos y, cuando sea relevante,
2. La habilidad para discutir o comunicar sus reacciones frente esta información estadística, así como su comprensión del significado de la información, sus opiniones sobre las implicaciones de esta información o sus reservas respecto a la aceptabilidad de la conclusión" (p. 4).

La actitud representa una relación entre un objeto, en nuestro caso la Estadística y un sujeto, en esto reside su importancia y para completar el estudio de su naturaleza, a continuación, nos ocuparemos de analizar los elementos o componentes que las configuran.

3. LOS COMPONENTES DE LAS ACTITUDES

Es casi a comienzos de siglo cuando Allport (1935) empieza a investigar las actitudes y las contempla como una expresión del pensamiento o sentimiento, coincidiendo con la versión coloquial de la palabra que se refería a aspectos de posicionamiento (posture) es decir, emocionales. A partir de las últimas décadas los estudios multidimensionales sobre las actitudes son los mas utilizados y la estructura multidimensional del constructo, es muy distante del sentido coloquial y unidimensional del principio de sus orígenes.

Aunque no haya unanimidad respecto a su definición, sí quedan establecido los elementos básicos que las conforman, entendiendo que las actitudes hacia la estadística son un concepto pluridimensional y jerárquico, compuesto de diferentes elementos o dimensiones analizables por separado (Gil Flores, 1999, p.570). La diferenciación de dimensiones, es importante, pues hace posible disponer de una información específica y detallada, cuyo valor de cara al tratamiento de los problemas que encuentran los alumnos es mayor que en el caso de una información general e indiferenciada. Además, resulta de sumo interés identificar los factores concretos del constructo analizado, en los que deberían centrarse especialmente, las actuaciones preventivas y que determinan fundamentalmente la actitud.

Así pues, en la actualidad para diferentes autores (Auzmendi, 1992; Gil Flores, 1999; Gómez Chacón, 2000), las actitudes hacia la estadística se conforman según tres factores básicos, llamados también componentes pedagógicos, que analizaremos a continuación detalladamente:

Componente Cognitivo

Es el referente a expresiones de pensamiento, concepciones y creencias, acerca del objeto actitudinal, incluye desde procesos perceptivos simples, hasta los cognitivos más complejos. Se manifiesta en las creencias subyacentes a las actitudes (Gómez Chacón, 2000) y por tanto contienen según Auzmendi (1992, p.17) *ideas, creencias, imágenes, percepciones sobre los objetos, personas o situaciones a los que se dirigen*.

Cuando en el modo de comportarse un individuo hay un predominio casi exclusivo de lo cognoscitivo, estamos en el caso de la opinión y en el caso de la materia objeto de estudio esta componente recogería las concepciones y creencias acerca de la Estadística.

Componente afectivo o emocional

Son expresiones de sentimiento hacia el objeto de referencia. Recogería toda aquellas emociones y sentimientos que despierta la Estadística, por ello son reacciones subjetivas positivas/negativas, acercamiento/huida, placer/dolor. Las actitudes poseen una importante carga emotiva que según Gómez Chacón (2000) *se manifiesta en los sentimientos de aceptación o de rechazo de la tarea o de la materia* (p.23).

Esta carga afectiva es la que otorga fuerza motivacional a estos elementos (Auzmendi, 1992, p.17). Frente al objeto considerado, surgen sentimientos negativos o positivos, placenteros o desagradables, que refuerzan las relaciones del sujeto. La carga de afectividad contribuye a consolidar el poder motivacional de las actitudes. En el caso de la Estadística este elemento es el que suele tener más peso ya que es donde se reflejan las emociones y sentimientos hacia el objeto actitudinal y la materia estudiada, en su contexto social genera una carga afectiva importante.

Componente conductual o tendencial

Es el componente vinculado a las actuaciones en relación con el objeto de las actitudes, son expresiones de acción o intención conductista/conductual, representan la tendencia a resolverse en la acción de una manera determinada. Las actitudes para Auzmendi (1992, p.17) no son únicamente creencias sobre un objeto determinado acompañadas de un afecto respecto al mismo, sino disposiciones a reaccionar de una cierta forma ante el estímulo. Sin embargo son tendencias, no reacciones puesto que no siempre se llega a la acción por ello Gómez Chacón (2000) define este componente *«como la tendencia a un cierto tipo de comportamiento* (p. 23) y por ello lo denomina "tendencial". Es quizás por su naturaleza la que en el caso de la Estadística tiene menor incidencia ya que no son abundantes las actuaciones con relación al objeto actitudinal.

En las actitudes hacia cualquier objeto, las llamadas "intelectualizadas", los elementos cognoscitivo y afectivo se dan en dosis superiores, mientras que hay carencia de acción o de tendencia a la acción, mientras que en las orientadas a la acción, existe la tendencia al objeto, pero están en déficit conocimiento y sentimiento.

Otras componentes

En las actitudes hacia la Estadística, pueden ser diferenciados los tres componentes pedagógicos, aunque no necesariamente sean los tres aplicables a cualquier actitud, así según Schau y col. (1992), generalmente, el componente cognitivo y afectivo de las actitudes hacia la Estadística, se utiliza para predecir el componente conductual valorado, a partir del rendimiento académico del alumno. También en opinión de Gil Flores (1999, p.570) el componente conductual podría ser inferido a *partir de posicionamientos explícitos del alumno con relación a su predisposición comportamental*. (p.570.) por ello en la mayoría de investigaciones referentes a las actitudes hacia la Estadística, se centran en el estudio de los componentes afectivo y cognitivo

En estudios previos, (Auzmendi, 1992; Schau y col (1995); Gal y col, 1997; Gil Flores, 1999), observamos una tendencia clara a la consideración multidimensional del constructo *actitudes hacia la Estadística*. Pero dada la cantidad de aspectos que influyen en las actitudes, esto es, factores en los que habría que incidir para provocar

una mejora de las mismas (Auzmendi, 1992, p.41) todos los trabajos analizados, se dedican solamente a estudiar algunos de estos elementos, en función de los objetivos de la investigación.

4. LAS ACTITUDES EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA/APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA

La mención de las actitudes ha sido un tema permanente en educación, pero muy pocas veces ha sido abordado de una manera sistemática. Sin embargo, la preocupación por el estudio de las actitudes aumenta a medida que comprobamos la insuficiencia de los planteamientos tradicionales para alcanzar los objetivos educativos que una sociedad cada vez más exigente se propone. (Gairin, 1987).

El carácter relevante que el tema de las actitudes hacia la Estadística adquiere en la actualidad no sólo resulta de una mayor preocupación por el producto educativo considerado globalmente, sino que también se justifica cuando se considera que los estudios sobre el aprendizaje se han centrado mayoritariamente en los elementos externos y pocas veces se han planteado sus aspectos endógenos a pesar de que los estudios sobre las actitudes escolares confirman su impacto sobre los aprendizajes cognitivos de los alumnos, así como la escasa integración real de los objetivos actitudinales con los objetivos generales de la educación.

El estudio de las actitudes no sólo tiene sentido en la medida en que contribuye a caracterizar mejor o con más amplitud el fenómeno educativo sino también porque puede ser un instrumento que caracterice la eficacia del propio proceso educativo.

A su vez, dado que, la relación actitudes-educación no va en un único sentido sino que es bidireccional, la educación tiene un amplio poder sobre ellas. Así, se aprende mejor aquello que concuerda o es congruente con nuestras propias actitudes o lo que produce mayor agrado, y una educación adecuada puede mejorar las actitudes de los estudiantes ante un área determinada (Auzmendi, 1992).

El profesorado vive en la práctica mucho más alejado del dominio afectivo en la enseñanza que de la comprensión de conceptos y procesos y del desarrollo de destrezas en el dominio cognoscitivo. Es evidente que la educación Estadística debe atender más al terreno de las actitudes porque tal como apunta Giménez (1997), olvidar los conocimientos actitudinales previos del alumnado, sus fobias o amores, sus experiencias negativas o positivas, olvidar las propias actitudes preconcebidas del profesorado ante lo que es enseñar lleva a menudo al fracaso. La abundancia de fracasos en el aprendizaje en diversas edades y niveles educativos puede ser explicada en buena parte por la aparición de actitudes negativas.

Desde el punto de vista de Gal y col. (1997), es importante que los docentes conozcan cuales son las actitudes de sus alumnos, antes, durante y al acabar su formación, por tres razones:

- Su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la Estadística ya que las actitudes y creencias sobre todo y especialmente las negativas, pueden tener un impacto directo en el clima de la clase y llegar a constituir si no se controlan un auténtico bloqueo del aprendizaje. En cambio unas respuestas emocionales positivas ayudan al alumno a sentirse seguro en su trabajo, a creer y confiar en sus habilidades para poder enfrentarse a situaciones problemáticas y a estar motivados para conseguir determinados objetivos.
- Su influencia en aplicaciones posteriores fuera del aula, ya que uno de los objetivos fundamentales de la formación Estadística es capacitar a los alumnos para poder utilizar sus conocimientos adquiridos en su vida profesional o como simple ciudadano. Si los alumnos no acaban su formación con una visión positiva de la asignatura y una valoración de la misma como herramienta personal y profesional, generarán una actitud negativa que impedirá futuras aplicaciones en cualquier ámbito.
- Su influencia en la formación posterior para aquellos que continúan la vida académica, se ha de procurar que el primer encuentro con la disciplina genere actitudes positivas que facilite una formación mas avanzada en la materia.

Estos autores, después de analizar comentarios escritos por estudiantes que no han realizado ningún curso de Estadística destacan que estos alumnos ya tienen sentimientos fuertes y definidos hacia la materia antes de iniciar su formación. Su investigación también sugiere que, según sean estos sentimientos (positivos o negativos) será el aprendizaje. Por ello es importante valorar las actitudes y creencias de los estudiantes antes de iniciar un proceso de formación, aunque los mismos autores confirman que se ha escrito poco sobre las posibles maneras de valorar el área afectiva de la educación Estadística y en general los profesores se han dedicado a transmitir conocimientos y habilidades.

5. INVESTIGACIONES SOBRE ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA

Al igual que ocurre con las Matemáticas, el campo de investigación, es en palabras de Gal y Ginsburg (1994), complicado y escasos los trabajos. Además, cuando se estudian las actitudes, el objetivo suele ser ver su influencia en el logro actual del alumno. El punto de interés central sigue siendo el rendimiento académico y la mejora del mismo, pues tal y como hemos señalado anteriormente en el área de Matemáticas el docente no relaciona las actitudes con las Matemáticas y ni mucho menos con la Estadística. No son conscientes de que además de enseñar la materia se enseñan actitudes.

No es frecuente hallar estudios sobre análisis en sí de las actitudes, según McLeod (1992), por dos problemas fundamentales: la inexistencia de un marco teórico basado en la experimentación y con la falta de modelos o diseños de investigación así como una falta de confianza en el uso de determinados instrumentos. Entre la bibliografía existente, se presenta a continuación un breve resumen de los trabajos más relevantes publicados en la última década:

Schau y col. (1992) analizan diferentes instrumentos de medición de actitudes hacia la Estadística y encuentran a faltar en ellas una serie de características que describiremos en el momento de estudiar la escala en la sección siguiente y deciden construir, utilizando la técnica denominada de grupo nominal, una nueva escala, SATS, que pueda utilizarse tanto en investigación como para la enseñanza, presentando dos versiones (pre y post) del cuestionario que se pasarían antes y después de recibir la instrucción.

Los diferentes ítems se estructuran en cuatro componentes, afectiva, competencia cognitiva, dificultad y valor. El cuestionario se aplica en 33 cursos de introducción a la Estadística de las universidades de Nuevo Méjico y Dakota del Sur con un total de 1403 estudiantes encuestados de distintas carreras. En sus conclusiones, además de calificar el SATS como un buen instrumento de medida de actitudes con múltiples posibilidades de utilización, describen la existencia de relación entre el curso, nivel y la actitud antes y después de realizar la formación.

Conscientes de que las actitudes y creencias de los alumnos pueden interferir, dificultando o favoreciendo el aprendizaje así como afectar en el momento de aplicar estos conocimientos fuera del aula, Gal y col. (1997) dedican un capítulo del libro "The Assessment Challenge in Statistics Education" para alertar a los profesores de la importancia de valorar las actitudes rigurosamente. Para ello describen y analizan diferentes métodos desarrollados para valorar el nivel, proporcionan sugerencias de utilización y aplicación así como futuras líneas de investigación.

Aunque no haya una referencia explícita a la Estadística, citamos el trabajo de Moyra Ruffel y col. (1998), por considerar que es un buen estudio de actitudes hacia las matemáticas en general, cuyo objetivo fundamenta es el crear instrumentos que faciliten al profesor el estudio de las actitudes de sus alumnos y por consiguiente el trabajo docente. Presenta ocho estudios, realizados durante el curso 94-95 con métodos variados y colectivos diferentes, en el que incluye a los profesores en formación.

Como muestra presentan un colectivo de 132 individuos, de composición muy variada y a los que aplica metodologías diferentes: niños de 10 a 11 años (entrevista en grupo y estructurada), niños de 9 a 13 años (entrevista individual y en grupo); estudiantes de magisterio (elaboración de un diario), licenciados en educación primaria o secundaria (cuestionario tipo Likert y respuestas abiertas) y profesores en ejercicio de primaria (cuestionario tipo Likert). Todas las escalas y cuestionarios aportan experiencias positivas y negativas de matemáticas. En sus conclusiones generales sobre los resultados, se reflexiona sobre la dificultad de obtener respuestas directas, en todos los colectivos estudiados, acerca de las actitudes hacia las Matemáticas que se presentan como un concepto complejo, difícil de definir y se confirma la influencia de las actitudes del profesor en las de sus alumnos como un factor dominante.

En Fernández y otros (1995), citado en Philipou y Christou (1998), encontramos uno de los pocos programas diseñados para mejorar y estudiar las actitudes de profesores en formación respecto a las Matemáticas. En él constatamos que sus experiencias formativas en Matemáticas y por extensión en Estadística, emergen como aspectos claves en el proceso docente ya que:

«Lo que hacen los profesores en el aula refleja sus propios pensamientos y creencias»(p.191).

Llegan a la conclusión de que: *«La mayoría de programas de formación docente no parecen tener en cuenta las creencias y actitudes de los participantes hacia las matemáticas»*. El estudio de los pensamientos, actitudes y

creencias de los maestros aporta información a tener en cuenta por los formadores en el proceso de mejorar los programas de formación docente. Por lo tanto, *cuestiones que tengan que ver con las actitudes de los maestros hacia las matemáticas, tales como por ejemplo 'Cómo evolucionan estas actitudes' y 'Cómo pueden alterarse', son de una importancia primordial para los planificadores de programas de matemáticas para maestros.* (p.191).

En la misma línea, Philipou y Christou (1998), realizan un proyecto dirigido a cambiar las actitudes de futuros maestros hacia las matemáticas. Para ello diseñaron e implementaron un programa preliminar de matemáticas durante un periodo de tres años. El programa constaba de dos cursos de contenidos de matemáticas basados en historia de las matemáticas, y un curso de metodología.

Por lo que al aspecto actitudinal se refiere, se utilizó un cuestionario multidimensional, la Escala de Dutton, complementado en la fase final mediante entrevistas, para seguir las actitudes de los sujetos durante el periodo de instrucción. El instrumento se administró en 1992 a todo un grupo de 162 estudiantes de magisterio de primer año de primaria de la Universidad de Chipre, justo antes del inicio del primer curso de contenidos. El mismo instrumento se readministró en 1993, cuando finalizaron su primer año (N=137), y finalmente en 1995 a aquellas personas que habían completado los tres cursos (N=128).

Los resultados evidencian que los futuros maestros inician sus estudios de formación con actitudes negativas hacia las matemáticas; provenientes de anteriores experiencias educativas y que los programas preliminares de matemáticas aportan una oportunidad para influir en las actitudes positivamente pues al finalizar los cursos se observa una mejora significativa de las actitudes, particularmente en relación con la satisfacción y utilidad de las matemáticas (p.203).

Cazorla y col. (1999) realizan una investigación marcadamente psicométrica que consiste en la adaptación y validación de una escala de actitudes hacia la Estadística, partir de la escala de actitudes hacia las Matemáticas de Aiken (1974), traducida y adaptada a Brasil por Brito (1998). Utilizan también un cuestionario para obtener

información complementaria referente al curso, género, edad, definición y autopercepción sobre la Estadística que utilizará en sus investigaciones futuras. Nos parece interesante resaltar el elevado tamaño de la muestra compuesta por 1154 estudiantes matriculados en cursos de iniciación a la estadística en diferentes áreas de dos universidades de Sao Paulo. Los resultados obtenidos, indican que es un buen instrumento de medida de actitudes que permite a los profesores valorar cambios actitudinales.

Más adelante presentaremos una descripción detallada de la escala, que también utilizan Silva y col. (1999) en un estudio para determinar la concepción previa y actitudes hacia la Estadística de 62 estudiantes matriculados en un curso de postgrado de iniciación científica en una universidad privada portuguesa de las áreas de exactas, humanidades, salud, comunicación y arte, completada con un cuestionario compuesto por 31 preguntas relativas a la importancia que le dan a la materia y a su utilización como herramienta de trabajo en sus investigaciones futuras.

Los resultados obtenidos indican relación positiva entre actitudes y resultados del curso, así como con el área de estudios (con o sin matemáticas) y la auto percepción que los estudiantes tienen sobre ellos mismos respecto la Estadística. Es uno de los escasos trabajos en el que la variable genero es significativa, presentando una actitud mas positiva por parte de los varones.

En otra línea menos psicométrica, Gil Flores (1999) lleva a cabo un estudio de las actitudes hacia la Estadística y la incidencia de las variables sexo y formación previa, en alumnos de la facultad de pedagogía de la Universidad de Sevilla. Utiliza una adaptación de la escala de Wise que aplica a 654 estudiantes matriculados en la asignatura de Estadística durante los cursos 1996/97 y 1997/98.

En el instrumento de medida utilizado, estructura los 29 ítems del ATS, en cinco factores: "ansiedad ante la Estadística", correspondiente al componente afectivo de las actitudes y recogería estados de ánimo caracterizados por la inquietud, el recelo o el temor ante la idea de estudiar o trabajar con contenidos estadísticos; "interés para el propio campo de estudio" que recogería las actitudes hacia la Estadística como herramienta aplicada al campo en el que los alumnos se forman como profesionales; "interés general" de la Estadística en los diferentes ámbitos de la vida profesional y para la mayoría de la gente; "valor para la investigación" que reflejaría las opiniones de los alumnos sobre la relevancia de las técnicas estadísticas en la actividad investigadora; y "utilidad de la Estadística", dimensión relativa a las valoraciones que los alumnos hacen sobre la utilidad de la Estadística y la con siguiente conveniencia de estudiar esta disciplina (p.574).

Los resultados encontrados muestran que las actitudes de los alumnos son positivas si bien con puntuaciones inferiores a las deseadas. No se observan diferencias por género pero si tiene incidencia la formación previa destacando la influencia positiva de la experiencia formativa en conceptos lógico matemáticos, y la ansiedad en sentido contrario aunque con gran fuerza, siendo el factor que merece mas atención.

Finalmente, citaremos los estudios de Gómez Chacón (1997, 2000) porque, aunque no sean específicos, ponen de manifiesto la importancia del dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas, siendo las actitudes, junto con las creencias y emociones, uno de sus descriptores básicos. Además es uno de los pocos trabajos, basado en los estudios de McLeod (1992), en los que se describe un curso dirigido a la formación del profesorado, concretamente se planifican unos módulos de aprendizaje para la educación emocional en Matemáticas, en uno de sus guiones de trabajo, al hablar de la configuración de actitudes y el papel de los factores afectivos, explica la formación de actitudes negativas a causa de factores personales y ambientales. Algunos de estos factores que inciden en la configuración de actitudes son:

- Las finalidades de la enseñanza de matemáticas desde las diferentes perspectivas del papel de la matemática en el currículo escolar, los padres, alumnos, investigadores matemáticos, profesorado, empresarios...
- Expectativas hacia la escuela y la escolarización.
- Percepciones generales y actitudes hacia las matemáticas que son transmitidas a los/las alumnos/as.
- Impacto de los valores sociales, culturales y políticos en le curriculum de matemáticas (p.190).

La escasez de estudios que examinan las relaciones entre características de los profesores en formación y actitudes, indica la necesidad de potenciar más estudios para mejorar la comprensión de los cambios sobre las actitudes de los futuros maestros, sin olvidar las características individuales, y su vinculación respecto a los programas preparatorios. La comprensión del papel que juegan estos programas a la hora de modificar las actitudes de los estudiantes aporta una fundamentación mas que suficiente para reexaminar los programas de formación docente.

Por ello parece necesario una reforma de la educación estadística en los niveles superiores que nos permita mejorar la formación específica y didáctica de los profesores en formación. Paralelamente, es preciso fomentar la investigación en temas actitudinales sobre la que tenemos, como hemos podido ver pocos antecedentes y las que hemos encontrado se centran preferentemente en tratar de relacionar la actitud de los estudiantes con su rendimiento en la materia y no en el análisis en si de las actitudes y su estructura, así como los factores que la condicionan.

6. ESCALAS DE MEDICIÓN DE ACTITUDES HACIA LA ESTADISTICA

Aunque sabemos que la medida de las actitudes es una tarea difícil pues conlleva conocer lo que realmente una persona siente y valora, la medición y evaluación de actitudes es un capítulo central, tanto para la investigación científica como para la practica educativa.

Los esfuerzos para mejorar los enfoques metodológicos y los técnicos son actualmente una de las líneas de investigación mas acusadas, lo que ha permitido configurar nuevos y más precisos instrumentos de medición, por ello dedicamos una parte de este capítulo a revisar las diferentes escalas de medida existentes en la literatura internacional, presentando sus características psicométricas, así como los factores que las configuran. Hay que hacer notar que, hasta tiempos bien recientes, la metodología utilizada en la medida de las actitudes ha sido repetitiva y basada fundamentalmente en un pretendido isomorfismo entre expresión verbal de la conducta y la conducta misma. Las técnicas utilizadas han sido también casi sin excepción los cuestionarios, inventarios, etc., que cumplimentaba el propio sujeto sometido a análisis (subjetivismo) o se interpretaba por el investigador (antropomorfismo) y siempre, en el mejor de los casos, unidireccionales.

En la actualidad, de entre las múltiples técnicas de observación que se conocen (entrevistas, cuestionarios...), el instrumento de medida de actitudes hacia la Estadística que todos los autores consultados utilizan, es la escala de actitud, porque sin olvidar el valor de complementariedad que tienen todas las técnicas para la observación, las escalas son procedimientos que se utilizan para determinar diferencias de grado o intensidad respecto a algún objeto actitudinal. En esencia son mucho más objetivas que otras técnicas y además como indica Gairin (1987, p.155) presentan las ventajas que citamos a continuación:

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

- Permeten el anonimato.
- Proporcionan tiempo al encuestado para pensar acerca de las respuestas antes de responder.
- Se pueden administrar simultáneamente a muchas personas.
- Proporcionan uniformidad, cada persona responde exactamente a la misma pregunta.
- En general, los datos obtenidos son más fácilmente analizados e interpretados que los datos extraídos de respuestas orales, respuestas abiertas u otras.
- Pueden ser administrada por terceras personas sin pérdida de fiabilidad de los resultados.

Ahora bien, de los cuatro tipos de escala más conocidos (de puntuaciones sumadas ó «Escala de Likert»; de valores escalonados ó «Escala de Thurstone»; de diferencial semántico ó «Escala de Osgood» y acumulativas ó «Escala de Guttman»), la de Likert es la que siempre se utiliza en este tipo de trabajos, por concentrarse en los sujetos.

Este tipo de escala de puntuaciones sumadas está formada por un conjunto de sentencias o proposiciones actitudinales de idéntico valor, a cada una de las cuales los «alumnos» deben responder matizando el grado de acuerdo o desacuerdo que personalmente tienen con ellas. Al sumar todas las puntuaciones dadas de todas las preguntas de la escala se obtiene la puntuación de la actitud del alumno concreto o de todos los alumnos frente a un determinado tópico.

Existen diferentes instrumentos de medida para evaluar las actitudes hacia la Estadística cada uno de ellos tiene características específicas distintas referidas a aspectos diferentes del constructo, por ello es conveniente analizar por separado cada uno de estos cuestionarios, así como las finalidades para lo que han sido desarrollados.

Inventario de actitudes hacia la Estadística de Roberts (SAS)

La primera escala de actitudes hacia la Estadística que aparece mencionada por diferentes autores es el SAS elaborado en 1980 (Roberts y Bilderback, 1980) para suplir las necesidades de medir las actitudes de los estudiantes por parte de los profesores de Estadística.

El instrumento está compuesto por 34 ítems tipo Likert con cinco posibilidades de elección que oscilan entre, totalmente de acuerdo y totalmente en desacuerdo. Para la elaboración de la escala revisan y adaptan varios de los ítems que componen el cuestionario propuesto por Dutton (1954) para medir las actitudes hacia la aritmética. Parte de 50 ítems tipo Likert que reduce después una prueba inicial al suprimir algunas sentencias y revisar otras que presentan baja correlación con la puntuación total de la escala.

La escala inicial se pasa a una muestra de estudiantes de la Penn State University matriculados en un curso de introducción a la Estadística en tres periodos distintos (primavera de 1978, invierno del 79 y primavera del 79). Según los resultados obtenidos la proporción de la varianza explicada por el SAS para predecir las calificaciones de los alumnos varía entre un 10 y un 30 % además tiene una alta consistencia interna con valores de coeficiente alfa entre .93 y .95 en los tres periodos en que se realizó el estudio por lo que a raíz de estos resultados se presenta como una prueba muy fiable.

Posteriormente, Roberts y Saxe (1982) observaron que se daba un cambio positivo en las puntuaciones medias del SAS desde el principio al final de un semestre en un curso de Estadística básico y que las puntuaciones SAS estaban significativamente relacionadas con las notas del curso, habilidades matemáticas básicas, conocimientos estadísticos previos, el ser licenciado, sexo, hasta que punto se desea realizar el curso y la satisfacción que produce el llevarlo a cabo, número de cursos de matemáticas desarrollados previamente, si la elección del curso ha sido libre o por el contrario ha de efectuarse obligatoriamente actitudes hacia las calculadoras y evaluación del profesor.

Por todo ello y según Auzmendi (1992), el SAS se presenta como una escala muy fiable que predice moderadamente el logro y puede por tanto usarse con confianza para medir el rasgo general denominado actitud hacia la Estadística.

La escala de actitudes hacia la Estadística (ATS) de Wise

Este nuevo instrumento denominado ATS tiene como finalidad ser utilizado en la medida del cambio actitudinal en estudiantes de Estadística básica. Wise (1985) parte de la crítica del SAS ya que considera que existen dos dificultades en sus ítems. En primer lugar parecen medir el rendimiento de los estudiantes más bien que sus actitudes, en segundo lugar los estudiantes principiantes no pueden responder significativamente a este tipo de

sentencias ya que normalmente tienen poca o ninguna experiencia con problemas o conceptos estadísticos. Por tanto y aunque el SAS cubre una importante necesidad de medida del constructo, muchos de sus ítems son del todo inapropiados.

Parece pues evidente que en vista de las dificultades planteadas por el SAS, se necesita una escala alternativa. Para abordar esta necesidad, Wise construye la escala de actitudes hacia la estadística (ATS) con ítems netamente actitudinales que no tienen que ver con el éxito de los estudiantes en resolver problemas estadísticos o en comprender conceptos y además proporciona una medida de las actitudes sostenidas por los estudiantes universitarios hacia los cursos de Estadística básica, es decir del posible cambio actitudinal del primero al último día de clase.

Se clasifican dos dominios diferenciados susceptibles de medición en el ATS: actitudes hacia el curso que están realizando y actitudes de los alumnos hacia el uso de la Estadística en su campo de estudio. La construcción de la prueba comienza con la elaboración de 40 ítems tipo Likert con cinco posibilidades de elección que oscilan entre totalmente de acuerdo y totalmente en desacuerdo, aproximadamente a la mitad de los ítems se puntúa inversamente al ser formuladas las sentencias negativamente.

La validez de los contenidos la realizaron dos profesores de Estadística básica aplicada a la educación que eliminaron 5 ítems. Otras 5 sentencias se suprimieron debido a bajas correlaciones con el total después de ser suministradas a una primera muestra de sujetos, con lo que el conjunto de ítems queda en 30. Seguidamente 3 profesores de estadística diferente de los anteriores, los comparan con los del SAS. Para ello se combinan al azar los ítems de las dos escalas, en una única lista y se valoran desde el punto de vista de si los estudiantes podían o no responder de una forma válida el primer día de clase. Considerando que un único ítem del ATS fue calificado como no válido por más de un evaluador (y 14 del SAS) y consecuentemente se omitió, se reduce a 29 afirmaciones divididas en dos subescalas:

- Una escala de 20 ítems denominada "actitudes hacia el campo de la Estadística" (subescala de campo) que ayuda a medir el valor que se le da a la materia y al uso en su campo de estudio.
- Una escala de 9 ítems denominada "actitudes hacia el curso" (subescala curso) para medir las actitudes hacia el aprendizaje de la Estadística y hacia el curso que está realizando.

Los resultados obtenidos al aplicarlos a dos muestras de 92 y 70 alumnos respectivamente, demuestran que tiene una elevada consistencia interna con valores de coeficiente alfa de 0.92 y 0.90 así como fiabilidad test-retest de 0.82 y 0.91 para las dos subescalas. Además también se demostró al aplicar el análisis factorial que cada subescala del ATS proporciona información muy diferente sobre las actitudes hacia la Estadística.

Considerando que Wise (1985) argumenta que la tercera parte de los ítems del SAS no eran válidos actitudinalmente, hubiera sido lógico comparar el ATS que se suponía mejor escala con el SAS pero no lo hizo, simplemente lo validó y después de aplicarlo, concluyó que funcionaba mejor como indicador de actitudes hacia la Estadística.

Roberts y Reese (1987) argumentando que los datos aportados por Wise desafortunadamente no clarifican si tienen características psicométricas diferentes, comparan directamente las dos escalas con el objetivo de ver cual es la más apropiada.

Combinaron al azar los distintos ítems en una nueva escala de 62 sentencias que se dan a 280 alumnos al inicio de un curso de introducción a la Estadística. Los resultados demuestran que las dos escalas no son muy diferentes en sus valoraciones, correlacionan con las mismas variables externas (sexo, edad, curso de matemáticas y de estadística realizados...) y en el mismo sentido, por lo que podemos afirmar que están midiendo las mismas características y en términos de validez predictiva operan ambas de la misma manera. Se concluye que el ATS es esencialmente una variación del SAS pero no una escala significativamente distinta. Con un planteamiento más didáctico que psicométrico, a mi entender, aparece un año más tarde un estudio similar realizado en la Ohio University por Waters y col. (1988) en donde también se comparan ATS y SAS con resultados análogos a los anteriores. En opinión de los autores las actitudes de los estudiantes sobre los cursos de Estadística especialmente si son de iniciación, son a menudo el principal obstáculo para un aprendizaje efectivo por ello el seguimiento y la valoración de las actitudes y de sus posibles cambios permitirán al profesor controlar mejor el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Con este objetivo buscan la mejor escala que les permite valorar el cambio actitudinal y observan que las dos ATS y SAS están altamente relacionadas y son medidas fiables del constructo, poco relacionadas con el sexo ni con los años de estudio, ni con el nivel, aunque si observan cierta relación con la nota del curso y la existencia de un cambio positivo del primer día de curso hasta el último, aunque no era generalizado y por ello propone estudiar si las actitudes del profesor sería una de las causas del cambio.

La escala multidimensional de Auzmendi

A pesar de que las escalas antes descritas ATS y SAS son pruebas fiabilizadas y validadas ampliamente, ambas son americanas y por tanto estos estudios se han realizado en muestras de estudiantes con unas características socioeducativas muy diferentes a las nuestras, razón fundamental que unida al hecho de no haber encontrado ninguna escala específica de actitudes hacia la Estadística en lengua castellana para estudiantes de enseñanzas medias o universitarias, anima a Auzmendi (1992) a crear un nuevo instrumento de medida que se adecue a nuestra realidad social y que contemple la consideración multidimensional de las actitudes hacia las Matemáticas y hacia la Estadística, recogiendo los factores más significativos.

Es el primer trabajo en el que aparece un análisis de las actitudes hacia las Matemáticas, entendiendo éstas, según palabra de la autora, no como un rasgo general y unitario sino como un elemento formado por aspectos diferenciales y específicos.

Parece oportuno señalar como característica curiosa de esta escala, su posible utilización para evaluar las actitudes hacia la Estadística y también hacia las Matemáticas, simplemente con una pequeña modificación de cada ítem y además sirve tanto para estudiantes universitarios como para los de enseñanzas medias.

Respecto a la selección de las dimensiones de la escala se realiza según el criterio de mayor frecuencia de aparición del factor, en una serie de escalas, curiosamente de actitudes hacia las Matemáticas. Los factores escogidos son cinco (utilidad, ansiedad, confianza, agrado y motivación) y se redactan los ítems de la escala adaptando las afirmaciones de los instrumentos de mediada analizados, a cada factor.

Después de un estudio piloto, se seleccionan 40 sentencias (8 por factor) que se someten a un análisis factorial con una muestra de 213 estudiantes universitarios. Se eliminan 15 afirmaciones, con lo que la prueba definitiva resultante consta de 25 ítems que se reparten en los 5 factores básicos que han servido de guía para la elaboración del instrumento de medida.

Las pruebas de fiabilidad y validez ponen de manifiesto que las diferentes subescalas (tantas como factores) que constituyen el instrumento de medida total, así como la prueba en su conjunto, poseen una consistencia interna elevada. Así mismo, para llevar a cabo el estudio de validez se correlaciona la prueba con el SAS de Roberts, obteniendo un valor de 0.86, lo que pone de manifiesto que mide efectivamente el constructo actitudes hacia la Estadística. Con procedimiento análogo confirma la validez multidimensional de las diferentes subescalas.

El cuestionario de actitudes hacia la Estadística (SATS)

Según Schau, C. y col. (1995), los instrumentos de medida de las actitudes hacia la Estadística, hasta ahora descritos, si quieren utilizarse de una manera óptima en docencia y en investigación, deberían de tener una serie de características clave:

- Incluir las componentes más importantes de las actitudes.
- Ser aplicables con los menores cambios posibles durante todo el curso y en diferentes cursos de Estadística.
- Ser cortos, para aplicarlos en poco tiempo y con ítems que midan tanto actitudes positivas como negativas.
- Habrían de explicar el desarrollo y validación de la experiencia incluyendo las orientaciones a los alumnos para una aplicación correcta.
- Finalmente el análisis de resultados debería utilizar técnicas que conformen el factor dominante (CFA).

Contemplando todas estas características, diseñaron el cuestionario de actitudes hacia la Estadística (SATS) para su construcción utilizaron una variación de la técnica denominada de grupo nominal (NGT) Moore (1987), que consiste en que un panel de jueces compuesto por dos Licenciados, dos alumnos universitarios matriculados a un curso de introducción a la Estadística y dos profesores no vinculados a los anteriores, generan una serie de ítems que representan a su entender actitudes hacia la Estadística.

Estos 92 ítems más 21 provenientes de comentarios realizados por los estudiantes en diferentes cursos, se estructuran por consenso entre los jueces en cuatro componentes: Afectiva, Competencia cognitiva, Valor y Dificultad .

La versión piloto, tipo escala Lickert de siete posibilidades, se validó con una muestra de estudiantes (132) entre Licenciados y no Licenciados de la Universidad de Nuevo México y South Dakota utilizando técnicas factoriales. Finalmente el SATS se estructura con los ítems seleccionados, 6 referentes a la dimensión afectiva, 6 a la competencia cognitiva, 9 al valor y 7 para la dificultad.

La validación del cuestionario definitivo compuesto por 28 ítems, se obtuvo correlacionándolo con la escala ATS de Wise obteniéndose relaciones significativas y positivas tanto al nivel de subescalas como a nivel total, por lo que los autores concluyen que el SATS es un buen instrumento multidimensional de medición de actitudes hacia la Estadística. Presentan dos formularios, un formulario "pre" para alumnos que no han realizado un curso de Estadística y un formulario "post" que se administrará durante o al finalizar el curso. Los ítems son idénticos, excepto que existen pequeños cambios relacionados con la duración de la valoración, por lo que los dos cuestionarios nos aportan medidas de actitudes hacia la materia en diferentes momentos del proceso de aprendizaje.

Escala de actitudes hacia la Estadística de Cazorla y otros (EAE)

Adaptan y validan la escala de actitudes en relación con las Matemáticas de Aiken traducida y adaptada a Brasil por Brito (1998), en vez de crear una nueva escala como el proceso es largo debido a la multiplicidad de factores que intervienen en las actitudes. En su opinión la escala de Brito presenta una serie de características que justifican su elección. Entre ellas destaca las siguientes: se limita a aspectos afectivos, presenta una alta consistencia interna y estabilidad, sus ítems son pertinentes para la estadística y además está validada en el propio país. Opta por una escala unidimensional, dejando el estudio de otros aspectos o factores y desarrollo de una escala multidimensional para otros trabajos.

La escala es de tipo Likert con 20 ítems, 10 positivos y 10 negativos, cada uno con cuatro posibilidades de respuesta. Asimismo utiliza un cuestionario para obtener informaciones complementarias tales como curso, género, edad, autopercepción de la Estadística, definición de Estadística que utilizara en trabajos posteriores. Se pasaron escala y cuestionario a 1154 estudiantes matriculados en diferentes áreas de dos Universidades privadas de Sao Paulo. La consistencia interna es elevada con un coeficiente alfa de Cronbach de 0,95. El análisis factorial confirma que la escala es esencialmente unidimensional ya que el factor dominante justifica (accounting) el 51,5% de la varianza.

Los resultados sugieren que la escala EAE es un buen instrumento para medir las actitudes de los estudiantes hacia la Estadística con el objetivo de que los docentes puedan diseñar estrategias de intervención que les permita conseguir un aprendizaje significativo,

Otros instrumentos de medida:

Hasta ahora hemos descrito las escalas de medición de actitudes hacia la Estadística más destacadas y utilizadas, pero en la última década se han desarrollado otros instrumentos de medida menos específicos y según parece no han sido suficientemente validados. Así podemos citar el Coping Strategies Inventory for Statistics (CSIS) diseñado por Jarrell and Burny (1989) que evalúa la habilidad para contestar test y estrategias copiantes. La palabra Estadística solo aparece en el título y no vuelve a aparecer explícitamente en el instrumento. El Student's Attitudes Toward Statistics (STATS) desarrollado por Sutarso (1992) con 24 ítems en la línea del SAS y el ATS, pero no deja de ser un estudio piloto insuficientemente probado.

En el mismo año Pretorius y Norman (1992) revisan las escalas existentes de medidas de actitudes hacia las Matemáticas, cambian la palabra Matemática por Estadística en todos los ítems, obteniendo un instrumento que a nuestro entender no refleja aspectos únicos y característicos de la Estadística.

Finalmente, encontramos también cuestionarios de actitudes hacia la Estadística formando parte del desarrollo de determinados proyectos, así Garfield (1996) utiliza 10 ítems dentro de la evaluación del proyecto Chance, que se les conoce como SCAS (Starc-Chance Abbreviate Scale) y que están relacionadas con diferentes campos. Ayuda a detectar alumnos con puntuaciones extremas y a identificar cambios en el modelo de respuestas de los estudiantes. Tiene como inconveniente que al utilizar cuestiones simples en lugar de compuestas, más largas, reduce la fiabilidad de la valoración.

En general todos los instrumentos de medida estudiados son escalas de tipo Likert, la mayoría multidimensionales, compuestos por un número determinado de proposiciones habitualmente mas de 20 con 5 o 7 posibilidades de respuesta que varían tal como se ha comentado anteriormente según el grado de acuerdo del encuestado. El valor de la actitud es la suma de las puntuaciones de las distintas sentencias, directas o invertidas según la naturaleza (positiva o negativa) del ítem correspondiente. Debido a estas características ignoran la posibilidad de que una respuesta de actitud negativa sea en realidad una reacción a la componente matemática de la Estadística y hasta reflejen la influencia de otro tipo de ansiedad y de actitud más generalizada Auzmendi (1992), McLeod (1992). Además al ser escalas Likert y no pedirse una explicación de las respuestas de los ítems puede suceder que en el caso de una actitud negativa no se pueda interpretar, si es hacia la materia, hacia el dominio en general o solo refleja la realidad del aula. Por ello para establecer unas conclusiones validas utilizando estas escalas se recomienda obtener información complementaria sobre el proceso y los factores que condicionan la respuesta.

Por todo lo expuesto hasta ahora, vemos que es importante el estudio de las actitudes hacia la Estadística, por dos razones: una, los resultados formativos y otra, su influencia en el propio proceso educativo. Pero los alumnos, tal como indican Gal y col. (1994), ya tienen sentimientos fuertes y definidos hacia la Estadística antes de iniciar su formación y según sean estos sentimientos (positivos o negativos) será el aprendizaje. Es importante valorar las actitudes y creencias de los estudiantes antes de iniciar un proceso de formación, eso implica conocer los instrumentos de medida que mejor se adapten a cada contexto y nos permitan identificar los factores que intervienen en la configuración de las actitudes. La formación y cambio de actitudes es un proceso largo y costoso, difícil de controlar debido precisamente a la multidimensionalidad del constructo, ahora bien, los beneficios asociados, a unas actitudes positivas, traerán como consecuencia alumnos más motivados por una educación verdaderamente global de la Estadística, destinada a formar a la persona tanto en el ámbito individual como social y de conocimiento.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIKEN, L.R.Jr. (1974). Two scales of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71.

AJZEN, I. (1988). *Attitudes, personality and behavior*. Open University Press, Milton Keynes.

ALLPORT, G. W. (1935). *Psicología de la personalidad*. Paidós, Buenos Aires

ANTTONEN, R.G. (1968). *An examination into stability of mathematics attitudes*. Tesis doctoral. Universidad de Minnesota.

AUZMENDI, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Mensajero, Bilbao

BATANERO, C. (1999). Cap on va l'educació estadística. *Biaix* 15, 2-13

BRITO, M. R. F.(1998). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à matemática. *Zetetiké*, 6(9), 109-162

CALLAHAN, W. J. (1971). Adolescent attitudes toward mathematics. *Mathematics Teacher*, 64, 751-755.

CAZORLA, I. M., SILVA, C. B., VENDRAMINI, C., y BRITO, M. R. F.(1999). Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à estatística. *Actas de la Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística*. PRESTA, Florianópolis: Florianópolis.

DUTTON, W. (1954). Measuring attitudes toward arithmetic. *The Elementary School Journal*, 55, 24-31.

FERNANDES, D. (1995). Analyzing four preservice teachers' knowledge and thoughts through their biographical histories. *Proceedings of the Nineteenth International Conferences for the Psychology of Mathematics Education* (v.2, pp. 162-169). Universidad Federal de Pernambuco, Recife.

GAIRIN, J. (1987). *Las actitudes en educación*. P.P.U., Barcelona.

- GAL, I. (En prensa). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*.
- GAL, I. y GARFIELD J. B. (1997). Monitoring attitudes and beliefs in statistics education. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education*, (pp. 37-51). IOS Press, Voorburg.
- GAL, I. y GINSBURG, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning statistics: towards an assessment framework. *Journal of Statistics Education*, 2(2).
- GARFIELD J.B. (1996). Assessing student learning in the context of evaluating a Chance Course. *Communications in statistics: Theory and Methods*, 25(11), 2863-2873.
- GIL FLORES, J. (1999). Actitudes hacia la estadística. Incidencia de las variables sexo y formación previa. *Revista Española de Pedagogía*, 214, 567-590.
- GIMÉNEZ, J. (1997) ¿Por qué actitudes? *UNO*, 13, 63-81.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M. (1997). La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias. *UNO*, 13, 7-22.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M.(2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea, Madrid
- JARRELL, M. G. (1989). Coping strategies inventory for statistics. Paper presented at the *Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association*, Little Rock, UK.
- McLEOD, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan y N.C.T.M
- MOORE, C. M. (1987) *Group techniques for idea building*. Sage, Newbury Park, CA.
- NEWCOMB, T. M., TURNER, R. y CONVERSE, P. C. (1985). *Social Psychology*. Hope, New York.
- PHILIPPOU, G. y CONSTANTINOS, C. (1998). The effects of a preparatory mathematics program in changing prospective teachers, attitudes towards Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 189-206.
- PRETORIUS, T. B. y NORMAN, A. M. (1992). Psychometric data on the Statistics Anxiety Scale for a sample of South African students. *Educational and Psychological Measurement*, 52, 933-937.
- ROBERTS, D. M. y REESE, C. M. (1987). A comparison of two Scales measuring Attitudes Towards Statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 47, 759-764.
- ROKEACH, M. (1968). *Beliefs, attitudes and values*. Jossey-Bass. San Francisco
- ROBERTS, D.M. y SAXE, J. E. (1982). Validity of a statistics attitude survey: A follow-up study. *Educational and Psychological Measurement*, 42, 907-912
- ROBERTS, D. M. y BILDERBACK, E. W. (1980) Reliability and validity of statistics attitudes survey. *Educational and Psychological Measurement*, 40, 235-238.
- RUFFEL, M., MASON, J. y ALLEN, B. (1998). Studying attitude to Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 1-18.
- SCHAU, C., STEVENS, J., DAUPHINE, T. y DEL VECCHIO, A. (1992). The development of the survey of attitudes towards statistics. Paper presented at the *American Educational Research Association Annual Meeting* (San Francisco).
- SCHAU, C., STEVENS, J., DAUPHINE, T. y DEL VECCHIO, A. (1995). The development and validation of the survey of attitudes towards statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 55(5), 868-875.

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

SILVA, C. B. da, CAZORLA, I. M., BRITO, M. R. F. (1999). Concepções e atitudes em relação a estatística. *Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística* Florianópolis.

SUTARSO, T. (1992). Some variables in relation to students' anxiety in learning statistics. Trabajo presentado en *Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association*, Knoxville, TN.

SUYDAM, M. N. (1984). Research report: Attitudes toward mathematics. *Arithmetic Teacher*, 32, 12.

WATERS, L. K. y MARTELLI, T. A. (1988). Attitudes toward statistics: an evaluation of multiple measures. *Educational and Psychological Measurement*, 48, 513-516.

WISE, S. L. (1985). The development and validation of a scale measuring attitudes toward statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 45, 401-405.

THE EXPERIENCE OF ISTAT IN THE PROMOTION OF STATISTICAL LITERACY IN SCHOOLS

Giovanni Barbieri

Paola Giacché

ISTAT

Directorate for Dissemination of Statistical Information

Via Torino, 6 - I-00184 Rome RM - Italy

barbieri@istat.it

giacche@istat.it

Table of contents

1. Introduction: two seminars about statistical literacy and culture
2. Meeting schools, introducing Istat's activities, advising teachers and students if they want to carry out surveys or researches
3. A publication on what statistics is about
4. Some initiatives carried out by Istat Regional Offices in collaboration with schools
5. A census at school
6. The exhibition "70 years of statistical information"
7. Next commitments and some improvements we aim to reach
8. Conclusions

1. Introduction: two seminars about statistical literacy and culture

Istat has been involved in promoting statistical literacy for quite a long time. Two seminars on the dissemination of statistical culture testify this commitment. On April 9, 1987 a workshop, jointly organized by the Italian statistical society (Sis) and Istat debated the role of statistical information in the media.

In the morning two key speeches were presented, one on the characteristics of statistical information on newspapers and magazines (prof. Roberto Marvulli of the University of Turin) and the second on the presence of statistical information on radio and television (prof. Claudio Guarini, LUISS University, Rome). These speeches have been discussed by representatives of the relevant professions, including press agencies.

The afternoon was devoted more strictly to the role of Istat in providing statistical data to the media. The general introduction was presented by the *pro tempore* general Director of Istat (Dr. Luigi Pinto), complemented by a report by prof. Giorgio Marbach. Specific contributions were dedicated to environmental, economic, demographic and social statistics.

Prof. Zuliani, future President of Istat (1993-2000) ended the seminar, drawing up some reflections and making a series of proposals which are still valid despite the changes that took place in the meanwhile. Prof. Zuliani paid attention to the main players interested in the statistical information – statisticians, journalists and users – , their different needs and related problems. He noticed that there is a divide between these three players and sometimes there are reasons for dissent, due to their different needs and backgrounds. Statisticians take care of the relevance and accuracy of statistical information; journalists are urged by the hurry to give information and the need to hit their audience. In this situation users have difficulties in forming an opinion. One of the first proposal made by prof. Zuliani went in the direction to face the problem as a cultural one: to start learning statistics since primary school, underlining the role of the education sector.

Prof. Zuliani proposed two specific initiatives characterized by a real intervention in the dissemination of data by statisticians; the first one a column in the newspapers and magazines – "Ask the statisticians" or "The word to data" – where statisticians could answer, interpret and comment the data. The second proposal is the promotion of training on methods and contents of the statistics and the release of easy and exhaustive glossaries.

Similar themes were debated 10 years after, in a 2-days conference (26-27 November 1997), organized once again by Istat and the Italian statistical society (Sis).

Three themes were in agenda:

- statistics in the school and for the school;
- statistics and the media in the so-called *information society*;
- statistics for the reform in the public administrations.

The debate about these three themes involved experts in the field of education, journalists and civil servants. President Zuliani (Istat) and President Biggeri (Sis) introduced the conference through specific issues. Surveys and analyses carried out in different countries point out that illiteracy is generally accompanied by a lack of skills in quantitative analysis, while the skill of reasoning, interpreting and using statistical data is more and more requested. Our society asks for statistical culture both for working and for making decisions in everyday life.

Another issue pointed out is that the citizens/users mistrust statistics because they think it is invasive, liar and not easy to understand. The last reason is related to the cultural context, strictly connected to the Italian situation, where scientific evidences are not usual tools for making judgements and decisions. This kind of background represents an obstacle to a wide dissemination of statistical literacy and culture. The challenge is to learn statistics since the first level of education and to perform an ongoing training process until the university and beyond (lifelong learning).

The awareness of the great importance of this issue is very strong and has been consolidating over the past few years. The task of an institute of statistics is not limited to the dissemination of data but is really completed when all tools (metadata, definitions, concepts) are provided to users in order to enable them to access and use data. The development and diffusion of the Internet enable direct access to information; so users should be able to get information and use it by themselves, without the help of other intermediaries.

2. Meeting schools, introducing Istat's activities, advising teachers and students if they want to carry out surveys or researches

The initiatives planned in order to reach the above mentioned strategic goal are directed to the media, schools, businesses and citizens in general. From now on we will concentrate our attention on Istat activities towards schools, in order to promote statistical literacy.

The initiatives carried out in this field involve students and teachers in different ways: we receive teachers and students in our premises and we introduce the activities of Istat. On request we prepare a lesson about the basic elements of statistics. We also give assistance to teachers and students if they ask for our help in carrying out surveys and researches.

Every year we receive 20/25 schools for a total of about 500 students and we try to meet their needs as indicated above.

This kind of initiative is useful not only for teachers and students, but helps us to learn the needs of the educational sector. The straightforward relationship between experts in statistics and students allows to meet their needs and to produce adequate tools and initiatives.

On the basis of this experience, we are currently trying to transform this kind of initiative from one-off meetings to ongoing relationships.

We ask the teachers to contact us every time they need to study a theme or to carry out a research and we are preparing a set of tools easily adaptable to different grades and needs.

Our main difficulty is in succeeding in involving the researchers operating within the technical units. This is only in part the effect of their working responsibilities, but is by and large the result of an underdeveloped sensitivity to the importance of statistical literacy.

3. A publication on what statistics is about

In the publishing field, some years ago Istat produced a little book in order to teach young students what statistics is about. It contains simple and clear images and a short text.

The booklet is organized in 20 chapters. Starting from the origin of statistics as a practical tool and as a scientific subject matter, the text describes the fields of application of statistics in analysing collective phenomena. Another part of the book is devoted to the history of Istat (which is over 75 years old) and to its position with respect to the Central Government, the Parliament, the Regional Governments and the public at large; a specific chapter deals with themes like privacy and non-disclosure.

After describing Istat's main surveys and their typologies (sample and census surveys), the book explains how a questionnaire is prepared, submitted and processed.

In the final part of the book, the theme of dissemination is treated, with specific attention to the dissemination channels, the typologies of users and especially their specific needs. The general message here is that statistics

is an essential tool for making appropriate decisions and deciding informed courses of action, both in daily life and in policy making. In the latter context, statistics is also a tool for checking the performance of decision makers, and thus a means to make democracy effective.

Our programme is to replicate this initiative by updating the booklet and releasing it on paper and through the Internet as an interactive multimedia tool.

4. Some initiatives carried out by Istat Regional Offices in collaboration with schools

Istat organization includes offices disseminated all over the country and some of these 20 offices built a real ongoing relationship with the schools in their areas. This collaboration produced works made by students with their teachers, short publications on the cities and towns where students live and little surveys carried out by students.

We are currently collecting all these different materials, in order to present them in a book, disseminate the best practices and propose them in different territorial situations. Our goal is to set up a territorial network, through which teachers and students can easily reach Istat.

5. A census at school

On March 21, 2001 Istat carried out its *Census at school* programme.

A total of 2000 schools (primary and secondary level) participated to the census with 9,600 classes and 190,000 students. In the preliminary phase the schools involved contacted Istat mainly through e-mail, asking information about the way to carry out the census.

With the co-operation of some professors of statistics we prepared a handbook for teachers. The accompanying handbooks have been prepared in two versions, taking into account the age brackets (9 and 13 years, respectively), but they have a common structure.

In the first section, the meaning, the history and the usefulness of a general population census are explained, establishing a parallelism between the *Census at school* and the *Census of the grown-ups*. This initiative, in fact, has been conceived both as an educational tool and a means to promote and communicate the importance of the general census of October 2001.

The second section is devoted to the preparation of the *Census day*: what is a questionnaire? Which questions would the children like to be asked? What information needs do they satisfy? What makes a question easy or difficult to answer and to process?

The third section is specific to the *Census day*. The focus is on the skills: what are the key words and the related concepts? What are we measuring? Is the answer a number? Is it cardinal or ordinal? Is it a measure or a counting?

The final section is devoted to learning from the collected information.

The census was carried out at the same time in all the schools; for this reason we called the event the *Census day*. As a whole, 76 per cent of questionnaires were returned from primary schools and 73 per cent from secondary classes. All operations were carried out through the Internet and some Istat Regional Offices made available their computers in order to enable the schools to participate.

Given the importance of this initiative, we are going to work with the Ministry of Education in an ongoing relationship about teaching statistics. The data will be returned to schools, as soon as they will be processed, possibly through a leaflet.

In the *Census day* we used colourful questionnaires, adequate to a very young audience, but very similar to the ones which will be used for the general censuses, scheduled for next October. Students filled out their questionnaires with the help of their teachers and they were surveyed about their leisure time, how they get to school, what they eat at breakfast, how many books they read. Through the *Census day* students carried out a very real census, from the preliminary steps until the dissemination of results. They approached definitions, concepts and statistical methods by themselves.

We hope that this experience will show its usefulness, when the Census of the Italian population will be carried out. Boys and girls who attended the Census at school will contribute to introduce an awareness of the role of statistical information in their families.

Some reflections about this experience confirm that it is difficult to teach statistics to students, because statistics is perceived as something not real, but very far from our everyday life. Nevertheless our task is to make statistics more familiar, using a friendly language and teaching the value of data as tools for knowledge. So this experience allowed us to test this kind of exercise: for children it has been a tool for learning and for teachers an opportunity to supplement, in a new and amusing way, curricular programs.

6. The exhibition “70 years of statistical information”

In 1996 Istat set up an exhibition in order to introduce to a non-specialized audience 70 years of statistical information through data and images of the main events in the demographic, economic and social fields. This was related to the celebration of the 70th anniversary of Istat as an independent public body. We brought this exhibition to various Italian towns and we co-operated with some schools, explaining the meaning of this exhibition to the students, in order to allow them to present the exhibition to the visitors. We also released a Cd-Rom version with all the themes and images illustrated in the exhibition.

7. Next commitments and some improvements we aim to reach

The initiatives through which Istat is carrying out its policy towards schools are continuously reorganized in order to improve them.

The recent re-organization of Istat paid great attention to the activities for promoting statistical literacy. So the initiatives will be co-ordinated and developed over different lines:

- schools will be invited through a communication campaign to contact Istat for studying, researching and surveying;
- a space on the Istat web site will be dedicated to the provision of information about everything we are planning (specific initiatives, handbooks, leaflets);
- teaching tools for the different levels of schools will be produced, in particular those realized in co-operation with the teachers.

8. Conclusions

Derrick De Kerchhove, one of the most important experts in the field of new tools of communicating, and Pierre Levy, a modern philosopher, focus their reflections on the meaning of the Internet in relation to the improvement of human intelligence.

To express this they created a new concept: connective and collective intelligence.

Derrick De Kerchhove points out that personal computers are putting together the minds in a very fast way, so we can speak of collective intelligence. This way of thinking is changing the nature of our mental processes and we depend on the network in order to make decisions and to recover new findings. The most considerable changes are due to a collective mind and not to a single mind.

Pierre Levy points out that new technologies allow everybody to get a distributed intelligence, enforced through new technologies, putting it in co-operation. People, even if not physically close, can co-operate and exchange their knowledge. People can put together intellectual power, imagination and knowledge, creating a very new relationship. Particularly, browsing in the web does not allow one to know everything, but makes it easy to get references about information one needs and to be oriented in finding out useful information. The links between different sources create a new culture, a new point of view.

We think that the Internet enables this process towards an enrichment of human skills and this process is of a great matter in the field of education, where these new tools can be better used in a running process of learning and where people can learn with reference to their background. We want to explore every opportunity provided by these new technologies.

EXPLORA: UN PROGRAMA CHILENO DE EXTENSIÓN EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ricardo Aravena

Guido del Pino

Pilar Iglesias

Departamento de Estadística

Pontificia Universidad Católica de Chile

rosy@mat.puc.cl

Resumen

La Comisión Chilena de Investigación en Ciencia y Tecnología (CONICYT) tiene programas de extensión coordinados por el denominado Programa Explora, el cual financia pequeños proyectos orientados principalmente a los niños. Este trabajo discute la experiencia de los autores con dos proyectos relacionados: Azar, Ciencia y Sociedad I y II, desarrollados en años consecutivos..

Los proyectos estuvieron dirigidos principalmente a alumnos mayoritariamente con edades entre 15 y 17 años. En total hubo alrededor de 200 estudiantes, todos ellos seleccionados por sus profesores de Matemáticas, pertenecientes a 20 escuelas diferentes. Cada proyecto constó de tres módulos : *Estadística y Medios de Comunicación, Análisis Exploratorio de Datos y Probabilidad*. El primer módulo estaba dedicado a desarrollar el sentido común y el espíritu crítico para interpretar la información de los medios. El segundo formalizaba las ideas del primero, introduciendo los conceptos mediante la experimentación por los alumnos y con materiales con amplio uso de dibujos e historietas para vincular los conceptos a la vida cotidiana. Se enfatizaron las interpretaciones y se evitó el lenguaje matemático en la medida de lo posible. El último módulo trataba de la probabilidad, empleando un enfoque empírico, que involucraba tanto experimentos físicos como simulaciones. Se le pidió a los estudiantes participantes que II

Palabras claves: Educación estadística; Estadística y medios de comunicación; Probability and simulation.

Introducción

La investigación en didáctica de la estadística es muy reciente en Chile, habiendo tenido un gran impulso debido a la reforma educacional iniciada hace unos cinco años. Ella incluyó por primera vez un contenido estadístico significativo en la enseñanza secundaria [4]. Por otra parte, en los últimos años instituciones como la Comisión Chilena de Investigación en Ciencia y Tecnología (CONICYT) se han involucrado en programas de extensión, el principal de los cuales se denomina *Explora* y financia proyectos pequeños orientados hacia los niños. Este trabajo discute la experiencia de los autores con dos proyectos relacionados: *Azar, Ciencia y Sociedad I y II*, desarrollados en años consecutivos. Ellos estaban destinados a estudiantes de Segundo y Tercero Medio (Años 10 y 11), con una edad promedio de 16 años, provenientes de una veintena de escuelas. Alrededor de 200 estudiantes participantes fueron seleccionados por los profesores de Matemáticas de las escuelas respectivas.

Cada proyecto constó de tres módulos : *Estadística y Medios de Comunicación, Análisis Exploratorio de Datos y Probabilidad*. El primer módulo estaba dedicado a desarrollar el sentido común y el espíritu crítico para interpretar la información de los medios. El segundo formalizaba las ideas del primero, introduciendo los conceptos mediante la experimentación por los alumnos y con materiales con amplio uso de dibujos e historietas para vincular los conceptos a la vida cotidiana. Se enfatizaron las interpretaciones y se evitó el lenguaje matemático en la medida de lo posible. El último módulo trataba de la probabilidad, empleando un enfoque empírico, que involucraba tanto experimentos físicos como simulaciones.

Módulo 1: Estadística y Medios de Comunicación

Una extraña relación se da entre la estadística y los medios de comunicación, especialmente, con los medios escritos. Existe una real necesidad de alimentarse el uno con el otro. Es una constante que los más diversos resultados estadísticos permitan estructurar una portada. Es una manera simple de llamar la atención del lector. Sin embargo, esta relación no siempre es beneficiosa para la estadística. Por una parte, la constante fundamentación de noticias con resultados estadísticos permite una mayor visualización de ella, pero en más de una vez, resulta ser una lectura errada o antojadiza de estos resultados. El éxito de esta línea editorial se basa en la poca cultura estadística que presenta gran parte de la población.



Con cierta seguridad, en todos los lugares del planeta las encuestas políticas son herramientas de conocimiento y manipulación por parte de los interesados, y los medios de comunicación actúan tal como una caja de resonancia. Nuestro país no escapa a ello, y de hecho, previo a nuestra última elección presidencial (diciembre, 1999) se acuñó un nuevo vocablo periodístico **Empate Estadístico**, para dar cuenta de la no significancia de la diferencia estadística entre la intención de voto de dos candidatos.

Como se puede apreciar en la gráfica, este resultado –la no significancia – permitió estructurar los más diversos titulares y fue la forma de comunicar este virtual “*empate estadístico*”.

Sin embargo esta relación – estadística y medios de comunicación – no sólo está presente en el área político, sino que ha invadido otras áreas, destacándose en dos muy relevantes: Medición Televisiva y Periodismo investigativo.

En la primera – Medición Televisiva – ha sido de gran impacto comunicacional. Desde la década pasada en nuestro país se utiliza el *people meter* (medición del rating de programas de televisión). En cerca de cuatrocientos hogares de la capital (de un poco más de un millón) se recolecta electrónicamente información sobre el “consumo televisivo”, información muy apetecida por las agencias de publicidad, siendo muy destacada en los medios de comunicación un tópico muy particular –teleseries–. De hecho, se han librado verdaderas batallas comunicacionales basándose en los resultados del *people meter*. No creo necesario destacar que esta medición es sustentada y –en las más variadas veces, verdaderamente defendida– por la estadística.

En relación a la segunda área – periodismo investigativo – ha sido creciente la sustentación estadística de los más diversos artículos periodísticos. Ya no basta con destacar el resultado, sino que describir exhaustivamente el estudio en cuestión. Lo anterior ha permitido educar estadísticamente a los propios periodistas, pero aún se observa cierto desconocimiento de aspectos esenciales de la estadística. Muestreo, Modelos, Test de Hipótesis y Significancia Estadística. Aún queda mucho por caminar y obviamente un titular llamativo es más importante que la aplicación correcta del método estadístico y una lectura adecuada de los resultados. Como ejemplo, el titular que acompaña a la descripción de la encuesta descrita afirma que los jóvenes se identifican como ¡agresivos (45,8%) y no como participativos (67,2%)!



Por último, es necesario insistir en la necesidad de alfabetizar estadísticamente a la sociedad y de esta forma impedir que por medio de agencias algunos medios de comunicación hagan un mal uso de ella. A fin de ilustrar este punto se presenta el siguiente titular: “**EXPLOSIVO AUMENTO DE OBESIDAD EN CHILE. Subió 56% entre preescolares**” Al leer en detalle la noticia en particular, en el texto y de manera muy sutil se explica que la obesidad entre preescolares subió de un 6% a un aproximado 9%. Realmente, la obesidad entre preescolares se incrementó en cerca de un 50%, sin embargo, en una rápida (y no representativa) encuesta a cerca de un centenar de alumnos de enseñanza media sobre el significado del titular menos del 5% hizo una lectura correcta. Incorrectamente, la gran mayoría afirmó que cerca de un 56% de los preescolares eran obesos!.

Módulo 2: Análisis Exploratorio de Datos

El segundo módulo *Azar, Ciencia y Sociedad I y II* utilizó el enfoque de cursos básicos en estadística como las propuestas por Aliaga y Gundertson (1995) y Moore (1996), y las recomendaciones del Comité Curricular Conjunto de ASA/MAA. Entre éstas, desarrollar abundantes ejemplos y actividades sencillas vinculadas con el entorno del alumno con el fin de motivar un aprendizaje activo e interactivo, enfatizar el carácter transversal de la estadística, evitar el uso de fórmulas y jerga técnica. Este tipo de metodología para la enseñanza de la

estadística es nueva en nuestro sistema escolar y aún más distante de nuestro sistema universitario. Los estudiantes que participaron en ambas versiones del proyecto fueron expuestos por primera vez a esta forma de enseñanza. Gran parte de los conceptos fueron ilustrados con breves historietas y figuras. Por ejemplo para resumir población se presentaron las siguientes figuras.



Estas son poblaciones de diferente naturaleza y donde la necesidad de seleccionar una muestra surge por diferentes motivos, como por ejemplo restricciones de tiempo, costos y/o tamaño muy grande de la población, que la observación de la unidad implique la destrucción de la misma, que sufra alguna modificación debido a la aplicación de un tratamiento, etc. Los diferentes tipos de muestreo (probabilísticos) son ilustrados con actividades, que incluyen determinar el sabor de un yogurt o chocolate, cuya etiqueta a sido cubierta, muestras de tejidos o géneros para inferir sobre los distintos colores de una pieza de lana, o la calidad de una pieza de género. El punto es que el estudiante perciba que en los casos donde el contenido es homogéneo, las distintas partes aportan información similar cuando no lo son se requiere examinar un número mayor de partes.



Por último, y con la finalidad de alertar al estudiante sobre diversos problemas que surgen al diseñar un plan de muestreo se introducen las ideas de sesgo de selección como los introducidos al realizar un muestreo por conveniencia o trabajar con una muestra formada por voluntarios.

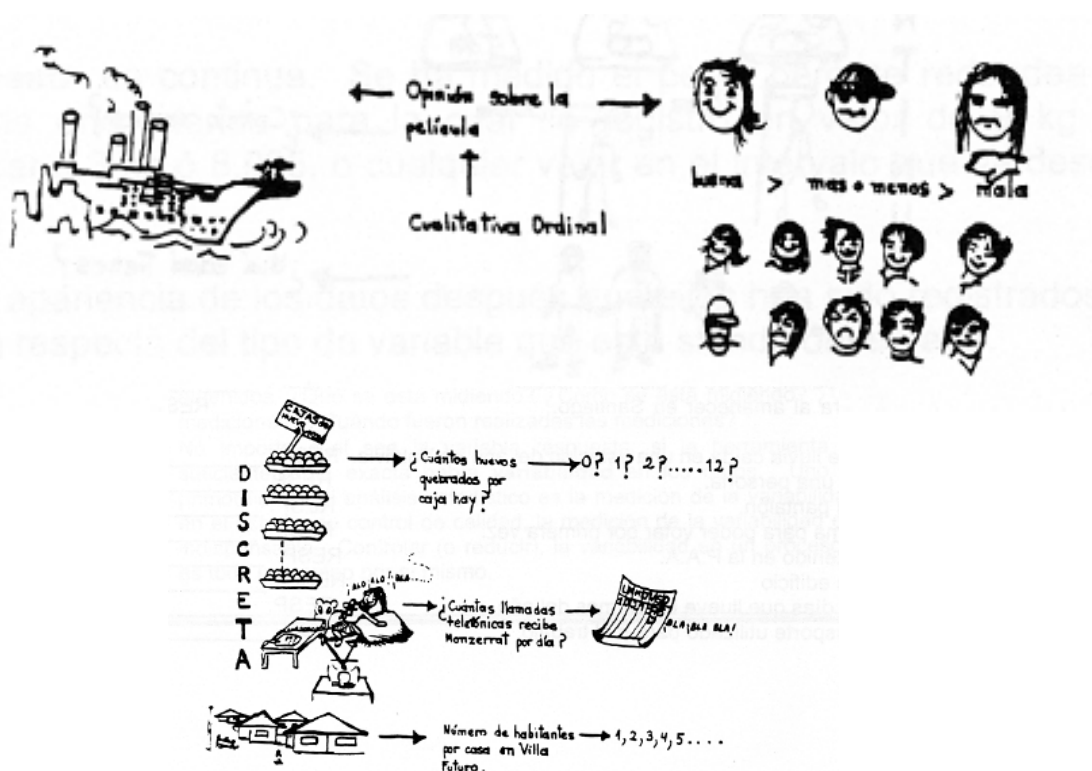
Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

Entre las actividades se desarrolló aquella muy típica, que consiste en considerar a los alumnos como la población a quienes se les solicita responder una encuesta de información general como nombre de pila, edad, sexo, estatura y peso, preferencias musicales, deportivas, etc. Tanto los métodos caseros de utilizar una urna con N papelitos, N fichas etc. como el programa de simulación SIMPUC (descrito en la próxima sección) fueron utilizados en estas actividades. Los resultados obtenidos con muestras generadas por distintos mecanismos fueron presentados y comparados con los datos de la población. La conveniencia de estratificar por sexo quedó en evidencia a través de estas actividades.

Más allá de pretender que el alumno sea capaz de diseñar un plan de muestreo (aunque se debe notar el hecho, que en este aspecto los proyectos fueron mas que satisfactorios), el propósito fue lograr que el estudiante adoptase una postura crítica frente a estudios hechos por otros, como son los que aparecen en los distintos medios de comunicación.

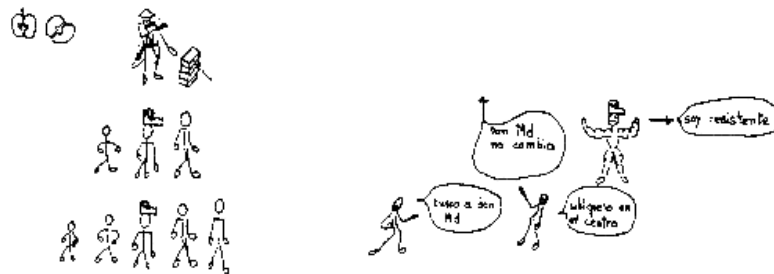
En esta etapa y aunque no se han definido formalmente se ha trabajado con distintos tipos de variables. Los diferentes tipos son presentados en ejemplos como los siguientes:



Nuestra impresión a través de las dos versiones del proyecto y experiencias recientes, es que el estudiante logra distinguir sin dificultad entre variables cualitativas y cuantitativas, pero tienen dificultad para identificar las categorías dentro de cada tipo. Tal vez no sea conveniente en esta etapa hacer este tipo de distinción, puesto que tiene mas que ver con el tipo de análisis estadístico susceptible de realizarse una vez que tengan los datos. Otras actividades fueron recogidas de la literatura. El famoso ejemplo del pulso presentado en Minitab resultó ser muy exitoso en ambas versiones del proyecto. La parte donde el estudiante debe trotar fue reemplazada por bailar al ritmo de la versión de *Mambo Número 5* de Lou Bega. EL material escrito fue preparado de manera que se eliminase tanto como fuera posible la referencia a fórmulas, enfatizando la interpretación por sobre los cálculos rutinarios. Así la mayor parte de las ideas presentadas van acompañadas de figuras y diálogos que explican las mismas. Por ejemplo, el diagrama de tallo y hojas mostrado a continuación para el número de pulsaciones registradas por los estudiantes va acompañado de figuras que ilustran el significado de los valores que aparecen y una figura que explica el origen del nombre del diagrama



La siguiente figura hace referencia a la mediana



Estos diálogos enfatizan la propiedad de robustez y la posición de la mediana. Las diferencias entre las tres medidas de posición, Moda (Mo), Mediana (Me) y la media (X) son ilustradas utilizando las siguientes figuras.



No somos mas que medidas de ubicación, nada podemos decir de la dispersión.

El resto del material que incluye medidas de dispersión, percentiles, diagrama de caja y material de estadística bivariada (incluido en la segunda versión del proyecto) sigue la misma línea.

Lo aprendido por los estudiantes fue cuantificado a través de proyectos. Se formaron grupos de 5 a 8 estudiantes, usualmente uno por escuela. Al cabo de dos semanas los grupos presentaron sus propuestas de trabajo. Cada propuesta fue discutida por el resto de los estudiantes y por nuestro equipo. Después de un mes cada grupo presentó los resultados de la ejecución del proyecto en un único encuentro que duró más de cinco horas. Cabe destacar que los grupos presentaron proyectos de gran interés, algunos de los cuales se relacionaban con temas sociales, en contraste con la idea que prevalece en la sociedad chilena que los jóvenes no se interesan por los problemas del país. "No están ni ahí" es la frase que se utiliza coloquialmente para indicar el hecho. Una consecuencia importante y gratificante del trabajo desarrollado fue el hecho de que un proyecto de educación estadística sirviera como vehículo para que los estudiantes se interesen por temas sociales de maneja constructiva. Otro aspecto relevante fue el uso de la tecnología por parte de los estudiantes para hacer sus representaciones.

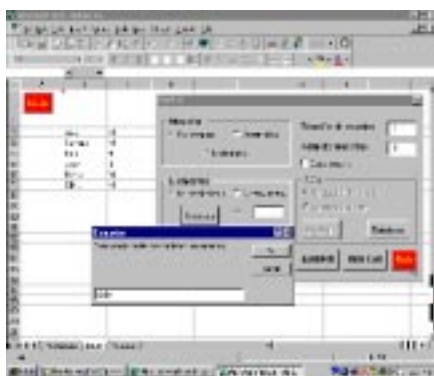
Probabilidad

El módulo de probabilidad consistió de un día y medio de clases lectivas, juegos y talleres computacionales. Por cierto, las ideas básicas se obtuvieron de la literatura existente, especialmente de [6]. En la primera versión del taller se trató de cubrir una cantidad razonable de combinatoria, lo que demostró ser demasiado difícil para la mayoría de los alumnos. En la segunda versión, la combinatoria fue fuertemente desenfanzada. Por otra parte, la existencia de un nuevo laboratorio computacional hizo posible que los alumnos tuvieran una exposición más directa e intensiva a la simulación. Para esto se utilizó el programa de simulación SIMPUC (de **Simulación y Pontificia Universidad Católica de Chile**). Para utilizar este programa basta tener acceso a MS Excel, pues él es una macro escrita en Visual Basic por Carlos Navarrete, alumno del Magister de Estadística de nuestra universidad.

El punto de vista básico adoptado fue el frecuentista, el cual se desarrolló mediante una mezcla de simulación física (usando monedas, dados, naipes, etc) y de simulación computacional (utilizando SIMPUC). Aunque en la introducción al tema se hace hincapié en el concepto de probabilidad como grado de certeza, simplemente no había tiempo suficiente para desarrollarlo más plenamente. En la segunda versión del taller se le pidió a grupos de alumnos de las diversas escuelas participantes que inventaran juegos con contenido probabilístico, para que fueran luego expuestos conjuntamente en una feria probabilística, entregándose distinciones a los tres mejores juegos. La experiencia fue notablemente exitosa por la creatividad manifestada por los alumnos, la que fue verdaderamente sorprendente para el equipo del proyecto. Se generó una gran diversidad de juegos, muchos de los cuales difícilmente hubieran sido imaginados por el equipo. Algunos involucraban experimentos físicos con resultados inciertos. Otros se basaban en juegos de estrategia en que los jugadores elegían cartas al azar. Algo inesperado fue el caso de los juegos *Al azar por la conquista* y *La rana saltarina*, en que las cartas formulaban preguntas sencillas de probabilidad, con consecuencias o negativas para el jugador, según si la pregunta era contestada correctamente o no. El mejor juego llevaba el nombre de Kar Kar y tenía como base ciertos cartones con números, parecidos a los de un Bingo. La asignación de números a los cartones fue cuidadosamente realizada utilizando SIMPUC, de tal forma que todos los cartones tuviesen igual chance de ganar. En el juego se elegía al azar un número x y una operación aritmética involucrando a este número y al número 2, es decir, $x+2$, $x-2$, $2x$ o $x/2$.

Ejemplos de uso de SIMPUC

Si se desea escoger tres alumnos al azar de una lista de seis alumnos Ana, Carmen, Iván, José, María, Silvia, se escribe en la hoja *Inicio* una columna como en el siguiente cuadro de diálogo. En la columna C aparece indicado el sexo de cada alumno (M: masculino, F: femenino). Un aspecto didáctico interesante es que los elementos pueden ser escogidos al azar tanto de la columna de nombres como de la columna de la variable sexo. Cuando el muestreo es con reemplazo, hay una posibilidad adicional de hacer elecciones independientes y al azar de los elementos M y F con probabilidades $4/6$ y $2/6$ respectivamente.

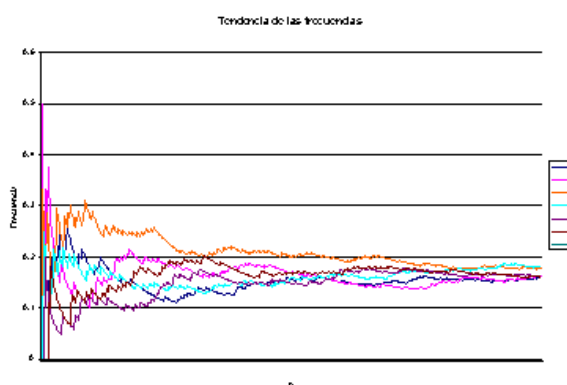
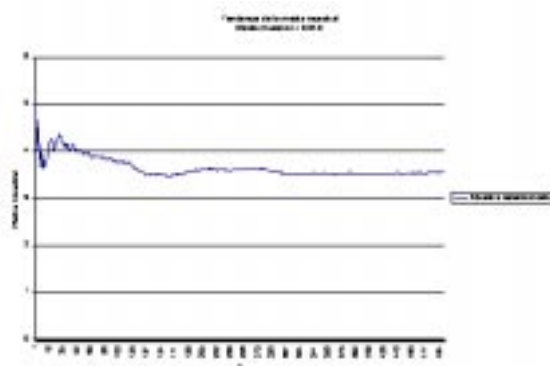


Para evitar el uso de listas explícitas en Excel, SIMPUC permite la selección al azar de los números comprendidos entre dos enteros dados. El siguiente cuadro de diálogo genera dos sucesiones de 500 lanzamientos de un dado.

Las distribuciones de frecuencias para estas dos sucesiones se muestran en las tablas siguientes. El primer gráfico indica la frecuencia relativa de cada valor en función del número de lanzamientos. El segundo indica el promedio de los valores en esos lanzamientos en función del número de ellos.

Muestra 1	Frecuencia	Porcentaje
1	93	0,186
2	80	0,16
3	89	0,178
4	79	0,158
5	86	0,172
6	73	0,146

Muestra 2	Frecuencia	Porcentaje
1	95	0,19
2	79	0,158
3	82	0,164
4	79	0,158
5	85	0,17
6	80	0,16



Algunos problemas famosos, como el de los cumpleaños, el de las coincidencias (matching), el de las tres cartas, etc. fueron estudiados usando primeramente experimentos reales, si es posible con réplicas, seguido de la aplicación de SIMPUC y, en algunos casos, de un resultado analítico.

Conclusiones

En los dos últimos módulos se les pidió a los estudiantes que llevaran a cabo proyectos de grupo. En ambos años ellos lograron desarrollar proyectos interesantes en Estadística, la mayoría de los cuales estaban relacionados con temas sociales. Para alcanzar estos logros, fue crucial enfatizar las interpretaciones y evitar el lenguaje matemático en la medida de lo posible. El contenido social de los proyectos refuta la creencia prevalente sobre la falta de interés de los jóvenes sobre estos temas. Como beneficio colateral, los estudiantes aprendieron a utilizar la tecnología computacional para producir presentaciones atractivas de los proyectos. La posibilidad de replicar el proyecto por un segundo año ofreció la oportunidad de introducir algunas mejoras. La más notable se obtuvo en el tercer módulo, donde los estudiantes fueron capaces de crear juegos probabilísticos, exhibidos luego en conjunto en la feria probabilística. Esto se obtuvo al precio de una reducción fuerte de los contenidos matemáticos, enfatizando en cambio el uso de simulaciones.

Las habilidades adquiridas por los alumnos con un mínimo de contacto directo con el equipo del proyecto fueron bastante sorprendentes. Al parecer, ellos tuvieron menos dificultades en comprender los nuevos conceptos y técnicas que muchos de los profesores. En resumen, este es un estudio de casos que muestra, una vez más, la importancia de motivar a los alumnos para que se produzca el aprendizaje y que esta motivación puede ser obtenida mediante los ingredientes usuales de experimentación y la ligazón de los problemas estadísticos con la sociedad en que viven los alumnos. La experiencia fue globalmente satisfactoria y sirvió como base para dos cursos desarrollados para niños talentosos [3] (Probabilidad para alumnos de Sexto Año Básico y Análisis Exploratorio de Datos para Segundo Año Medio), el segundo de los actuales se está dictando actualmente. También se han preparado unidades para enseñanza de la estadística para ser incluidos dentro de textos de matemáticas para alumnos de Enseñanza Media. Por último,

Agradecimientos:

Los autores agradecemos a los profesores de las diversas escuelas, que participaron entusiastamente en el proyecto Azar, Ciencia y Sociedad, sacrificando varios fines de semana. Como parte del equipo del proyecto agradecemos la participación del Profesor Apolo Coba, a cargo de la colaboración de los profesores y al Profesor Wilfredo Palma, quien participo en el módulo de Probabilidades en la primera versión. En dicha versión se contó con el apoyo adicional de Lorena Correa en el Módulo 2 y de María Paz Casanova, que diseñó varias actividades lúdicas usando SIMPUC. Entre los alumnos que colaboraron, merecen especial mención Natalia Bahamonde y Cristian Meza, quienes se han involucrado aún con más fuerza en los proyectos posteriores de educación estadística. Entre los aspectos que han tenido mejor acogida por parte de los alumnos están los dibujos a mano alzada, que son creación de Raquel Maldonado. Finalmente, expresamos nuestra gratitud a la Sra. Rosa Godoy, Secretaria del Departamento de Estadística, por su compromiso, su eficiente apoyo en la escritura de los materiales y su apoyo en la organización de los talleres.

Bibliografía

- [1] Aliaga, M. Gunderson, B. (1999) "Interactive Statistics". Prentice Hall, New Jersey.
- [2] Aravena, R. del Pino, G. Iglesias, P. (1999, 2000) "Azar, Ciencia y Sociedad I, II". *Explora- Project*. CONICYT, Chile.
- [3] Aravena, R. del Pino, G. Iglesias, P. (2000) "Probabilidad y Estadística". Gifted Children Project. PENTA-UC Fundación Andes, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [4] del Pino, G. Aravena, R. Allende, O. Iglesias, P. Marshall, G. (1996) "Comentarios sobre Propuesta Curricular para Estadística y Probabilidad en la Educación Media". *Revista de la Sociedad Chilena de Estadística*, 12, 57-72.
- [5] Moore, D.S. (1996) *Statistics: Concepts and Controversies*. Fourth Ed. Hew York, Freeman.
- [6] Godino, J.D., Batanero, M.C., Cañizares, M.J. (1991) *Azar y Probabilidad* Madrid, Ed. Síntesis

Apéndice: Descripción de SIMPUC e instrucciones de uso

Descripción general

El programa SIMPUC es un *libro* de Microsoft Excel que consta de una o más hojas de cálculo, además de *macros*, que son programas adjuntos a las hojas que realizan tareas determinadas. Al abrir el archivo simpuc.xls aparece un cuadro de diálogo, en el cual hay que seleccionar *Habilitar Macros*, para que Excel pueda abrir el archivo. Los archivos están almacenados por defecto con la opción *sólo lectura*, lo que será indicado en la barra de título de la ventana correspondiente al libro abierto. En caso de querer guardar cambios en los libros, estos deberán almacenarse con otro nombre. El programas incluye un botón de **Inicio** en la hoja llamada «Hoja1», que se activa al cargar el archivo. Al pulsar el botón, la macro correspondiente empieza su ejecución. Del mismo modo, la macro incluye un botón **Salir**, que al ser pulsado finaliza la ejecución de la macro. El programa tiene un cuadro de ayuda que describe el uso del mismo.

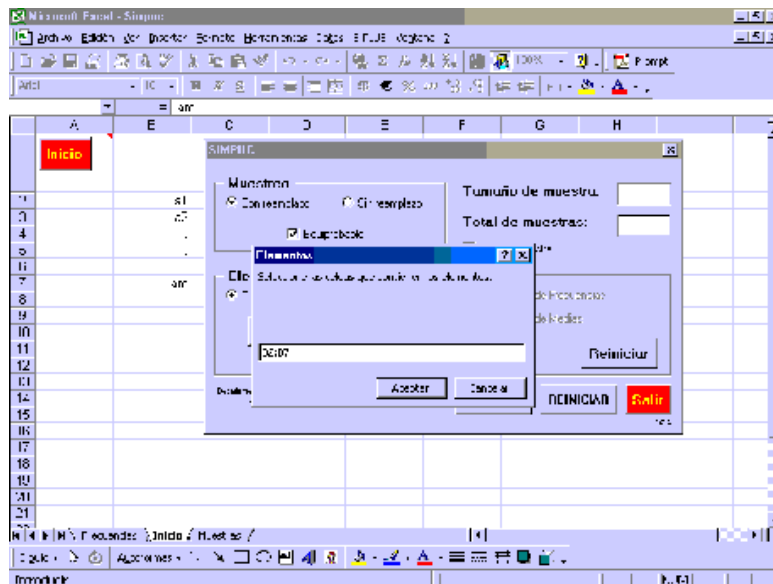
SIMPUC permite generar muestras aleatorias de una población, la cual puede estar definida por un intervalo de enteros no negativos o por un conjunto arbitrario de elementos dados en la hoja *Inicio*, almacenados en celdas consecutivas de una columna. Luego de pulsar el botón **Inicio**, aparece el cuadro de diálogo siguiente:



La ubicación de los elementos de la población se le informa a SIMPUC luego de pulsar el botón **Seleccionar** (lo más sencillo es usar el ratón). Denotando por a_1, a_2, \dots, a_m a los m valores distintos de la variable, el cuadro de diálogo luce como en la figura más abajo.

Muestreo: SIMPUC puede hacer tres tipos de muestreo:

- 1 *Equiprobable con reemplazo*
- 2 *Equiprobable sin reemplazo*
- 3) *No equiprobable y con reemplazo.* En este caso, luego de preguntar por los elementos de la población, el programa pide, además, indicar donde están las probabilidades respectivas. Otra manera de conceptualizar esta situación es que SIMPUC genera realizaciones independientes de una variable aleatoria con un número finito de valores posibles, de naturaleza arbitraria (vale decir, no son necesariamente números).



Para generar los valores en la muestra pulsar el botón **Generar**. Si se pulsa nuevamente el botón se producen muestras adicionales, sin borrar las antiguas. Si se pulsa **Reiniciar** todas las hojas quedan en blanco. El tamaño de cada muestra y el número de muestras que se desea está bajo el control del usuario.


Distribución de frecuencias: Una vez generadas las muestras, el programa las escribe en la hoja *Muestras*, en columnas consecutivas. La distribución de frecuencias absolutas, separadamente para cada muestra, aparece en la Hoja *Frecuencias*. Cuando sólo interesa obtener la distribución de frecuencias, se puede omitir la escritura de las muestras pulsando el botón **Ocultar muestras**. Esto tiene la virtud de acelerar la simulación, pero impide la producción los gráficos.

Gráficos: SIMPUC produce, además, una representación gráfica de los resultados. Para ello, es necesario seleccionar una de las opciones **Tendencia de frecuencias** o **Tendencia de medias** y pulsar el botón **Graficar**. Los resultados deben estar almacenados en una columna. Denotando por N al largo de la columna y por x_1, x_2, \dots, x_N a los valores en las celdas contenidas en la columna, el programa calcula proporciones o promedios acumulados, según sea la opción elegida y produce un gráfico.

Las dos opciones disponibles son:

- **Tendencia de frecuencias:** Para un experimento con k resultados (categorías) posibles, muestra k líneas de distintos colores, cada una representando una categoría, y que muestran ($\frac{\text{número de ocurrencias}}{n}$) vs. el «número n de realizaciones del experimento» (eje x), tomando n los valores $1, 2, 3, \dots, N$.
- **Tendencia de medias:** Grafica el promedio $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$ de las primeras n observaciones (Eje y) vs. el número n , donde n toma valores entre 1 y N .

Al pulsar **Graficar** se genera el gráfico. Al pulsar el botón **Reiniciar** superior se borra los gráficos anteriores. Para borrar las muestras pulsar el botón **Reiniciar** inferior. Para generar nuevas muestras y, eventualmente, nuevos gráficos pulsar el botón **Generar**.



APRENDER ESTATÍSTICA ATRAVÉS DE TRABALHO COLABORATIVO: DADOS REFERENTES AO 7º ANO DE ESCOLARIDADE

Carolina Carvalho & Margarida César

*Centro de Investigação em Educação
da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*

Resumo

Este trabalho faz parte de um projecto mais vasto, *Interação e Conhecimento*, cujo objectivo principal é estudar e promover as interações entre pares na sala de aula como uma das formas possíveis de fomentar o desenvolvimento sócio-cognitivo, a socialização, as atitudes positivas dos alunos em relação à escola, contribuindo para o seu sucesso escolar. Os resultados mostram que quando os alunos têm a oportunidade de trabalhar de forma colaborativa, usando tarefas não-habituais, relevam melhores desempenhos quando comparados com outros que não experimentaram esta forma de trabalho. Alguns excertos ilustram o papel que as interações entre pares desempenham na apropriação de conhecimentos e na mobilização de competências.

Introdução

Em Portugal, como noutros países, as reformas curriculares implementadas nas últimas décadas têm salientado a necessidade de considerar, a par dos conteúdos, o desenvolvimento de atitudes e valores, não esquecendo a mobilização de competências (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999). Citando estes autores, “estes três aspectos (conhecimentos, capacidades e atitudes) são inseparáveis, não só nas novas tarefas que surgem aos alunos, mas também no próprio processo de aprendizagem” (p. 22).

Nos documentos de política educativa, o trabalho colaborativo tem sido a sugestão avançada para ultrapassar esta necessidade, transformando-a numa realidade para muitos alunos (NCTM, 1991; van der Linden et al., 2000). Como afirmam Simons, van der Linden e Duffy (2000) “aprender a colaborar e a aprender ao colaborar significa adquirir competências como dividir tarefas, liderar, monitorizar os progressos, definir objectivos, negociar e co-construir conhecimento, coordenar acções cognitivas e sócio-comunicativas e ainda criar um clima de suporte colaborativo” (p. 13).

O objectivo principal do projecto *Interação e Conhecimento*, ao estudar em detalhe e implementar as interações sociais na sala de aula como uma forma de promover o desenvolvimento dos alunos e o seu sucesso escolar, procura ir ao encontro dos desafios lançados por estes documentos, não esquecendo ainda que “os alunos são diferentes uns dos outros e vão construindo diferentes imagens e concepções sobre os temas em estudo, o professor precisa de valorizar as interações entre os alunos e entre estes e o professor” (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 29).

Mas as reformas levadas a cabo nos últimos anos pela generalidade dos países tiveram também efeitos nos temas a abordar pelos currículos escolares, podendo-se dizer que a Estatística e as Probabilidades são dos mais recentes a serem introduzidos, sobretudo ao nível do ensino básico. No entanto, veremos que são tópicos que têm vindo a ganhar uma maior visibilidade nos currículos de Matemática, acompanhando a sua crescente utilização nos mais diversos sectores das sociedades ocidentais. A Estatística e as Probabilidades fazem parte do mundo actual de muitas crianças daí que sejam “temas fundamentais que permitem uma ligação entre os saberes matemáticos escolares e a matemática utilizada no dia a dia” (Ponte, Matos e Abrantes, 1998, p. 170), além de encorajarem o exercício de uma cidadania crítica e participativa. Assim, ao escolhermos a Estatística como uma unidade curricular a ser estudada detalhadamente no nosso projecto sabíamos que era um tema dentro do currículo de Matemática particularmente bem adaptado para aprofundar os conhecimentos acerca da natureza dos processos interactivos.

Quadro de Referência Teórico

O Ensino e a Aprendizagem da Estatística

Shaughnessy (1992) afirmava que se assistiu, nos últimos vinte anos a um aumento das investigações no domínio da Educação Estatística, sendo até então poucas as referências que se encontravam sobre este tema quando se pensava em alunos não universitários. Cerca de oito anos mais tarde, Batanero (2000) refere que apesar de estarmos perante um momento de grande expansão da ciência estatística, este não é acompanhado por um aumento da sua didáctica. Na opinião da autora, só agora se começa a ter algum conhecimento das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos mais importantes (...) [sendo, por isso] preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, dado que nem sempre é possível transferir princípios gerais do ensino das matemáticas (p. 32).

Em relação a Portugal, Ponte, Matos e Abrantes (1998) encontram uma situação semelhante ao admitirem que “apesar de se tratar de uma área bastante importante, a identificação dos conhecimentos, capacidades, dificuldades e estratégias de raciocínio dos alunos está essencialmente por fazer” (p. 171). Embora nas escolas secundárias portuguesas o movimento responsável pela introdução da Estatística nos currículos de Matemática apareça nos anos 60 com Sebastião e Silva, a sua inclusão no currículo não era sinónimo de ser leccionada, atendendo ao facto de fazer parte das matérias remetidas para o final do programa e, por isso mesmo, nem sempre apresentada aos alunos, tanto devido à falta de tempo ou por falta de convicção do seu real interesse (Branco, 2000). Mas, ainda hoje a Estatística tem um estatuto excepcional para muitos professores de Matemática como reconhecem Fonseca e Ponte (2000), “apesar da sua importância, reconhecida, por exemplo, no documento programático - a renovação do currículo de Matemática (1995) - a verdade é que, em Portugal, a Estatística parece ser ainda marginal ao currículo, facilmente relegável para segundo plano” (p. 179). Para alguns professores é mesmo apontada como um dos tópicos a excluir ou a simplificar dos programas de Matemática tanto em termos do ensino básico ou secundário.

Porém, esta panorâmica não é exclusiva de Portugal (ver Shaughnessy e Bergman, 1993; Girard, 1996), podendo estar uma explicação no facto de a Estatística, em muitos países, ser oferecida aos alunos como uma pequena unidade dentro de um programa mais vasto de Matemática e leccionada por professores também eles mais vocacionados para leccionarem esta disciplina, com pouca ou nenhuma formação em Didáctica da Estatística (Batanero, 2000; Shaughnessy e Bergman, 1993). Consequentemente, a Estatística é apresentada de uma forma convencional, como um conjunto de técnicas, concebidas como a simples aplicação do cálculo.

As actuais orientações para o ensino da Estatística estão longe do tipo de práticas anteriormente descritas ou de ser um tópico a retirar do programa de Matemática pois, como afirma Carvalho (2001), o facto de as sociedades regularem cada vez mais a vida dos cidadãos por indicadores numéricos cria a necessidade de que todos eles tenham algum conhecimento que os ajude a compreender o seu significado e, ainda, de como o processo é gerado. Ter conhecimentos de Estatística tornou-se uma inevitabilidade para exercer uma cidadania crítica, reflexiva e participativa, tanto em decisões individuais como colectivas e esta necessidade não é exclusiva dos adultos uma vez que também as crianças desde cedo estão expostos a dados estatísticos (p. 19).

Os autores que se têm dedicado ao estudo do ensino e da aprendizagem da Estatística (Batanero, 1998, 2000; Carvalho, 2001; Carvalho e César, 2000; Cobb, 1999; Gal e Garfield, 1997, 1999; Ng and Wong, 1999; Shaughnessy, 1992; 1996; Scheaffer, 2000) têm vindo a sugerir que o ensino e os conteúdos desta área de conhecimento devem promover nos alunos o desenvolvimento de capacidades de comunicação, autonomia e solidariedade, incluindo o espírito crítico e o rigor na análise das problemáticas, a confiança nos raciocínios dos parceiros, o abordar as novas situações com interesse e iniciativa, avalia-las cuidadosamente e, só depois, tomar decisões. Estes autores defendem ainda que a competência em utilizar métodos quantitativos deve partir de situações da vida real dos alunos, por estes despertarem mais facilmente o seu interesse e, portanto, serem mais motivadoras. Contudo, o atingir das competências atrás referidas não é compatível com um ensino centrado no professor, com actividades rotineiras onde apenas se espera que os alunos adquiram conhecimentos de tipo instrumental, como sejam a aprendizagem de fórmulas ou procedimentos, onde a interpretação dos contextos onde têm de ser usados é secundarizado.

Quando se pensa em pessoas e cidadãos competentes em Estatística ou noutra qualquer disciplina, não se pode reduzir essa competência aos seus saberes característicos devendo acrescentar-se outras dimensões, como as atitudes e os valores. É da conjugação de todos eles que nasce a possibilidade de cada sujeito se tornar crítico e reflexivo em relação à informação estatística, mesmo quando esta é utilizada de forma indevida ou abusiva (Carvalho, 2001). Assim, a ênfase do ensino deve ser colocada não numa suposta aquisição de conhecimentos, mas na mobilização de competências (Abrantes e Oliveira, 1999), ou seja, no saber em acção que, no caso dos conteúdos de Estatística, é saber o que está presente num estudo estatístico, como interpretá-lo, como colocar questões, como escolher a amostra ou as medidas a utilizar (Gal e Garfield, 1997). Porém, pôr em prática as actuais sugestões dos currículos e dos documentos de política educativa significa criar novas tarefas, promover as interacções horizontais (aluno/aluno) e não apenas as de tipo vertical (professor/aluno), conseguir explorar as estratégias de resolução dos alunos, colocar perguntas suficientemente estimulantes de forma a envolvê-los nas actividades propostas, sendo diversos os autores que têm salientado os trabalhos em pequenos grupos como a forma ideal de fazer Estatística nas aulas de Matemática, por permitirem explorar junto dos alunos temas que lhes estão próximos, revelando-se assim mais motivadores (Abrantes et al., 1997; António et al. 2000; César e Silva de Sousa, 2000; Batanero, 1999; Cobb, 1999; Lajoie, Jacobs e Lavigne, 1993; Shaughnessy, 1992).

As Interações Sociais

De acordo com Vygotsky (1962), o comportamento mais característico dos seres humanos é o facto de, ao cooperarem uns com os outros, produzirem as ferramentas [entendidas como artefactos mentais e físicos] que lhes permitem agir sobre o meio. Assim, o social ganha uma importância central na compreensão do desenvolvimento, sendo as interações sociais ou, mais concretamente, a qualidade dessas interações, um elemento crucial. Este autor, ao introduzir a noção de Zona Proximal de Desenvolvimento (ZPD) entendida como um traço fundamental da aprendizagem, tornou-o um dos mais explorados e com mais potencialidades em educação (Allal e Ducrey, 2000; Moll e Greenberg, 1996). Como afirma César (2000a), “trabalhar na ZPD de cada aluno é um dos maiores desafios que são actualmente lançados aos professores, nomeadamente se tivermos em conta a dimensão e heterogeneidade das turmas” (p. 36).

Contudo, para que o desenvolvimento ocorra, a criança necessita de interagir com os outros sujeitos que lhe estão próximos, variando as formas de interação em função do contexto social onde vive e essa actividade acontece (Coll, 1990; Moll e Greenberg, 1996). Deste modo, “o funcionamento inter-psicológico encontrado na ZPD pode variar enormemente em função dos contextos sociais e institucionais onde esse funcionamento tem lugar” (Wertsch, 1988, p. 91). Mas não só, o parceiro com quem o sujeito interage tem um papel determinante no funcionamento inter-psicológico. Tudge (1990) considera que Vygotsky (1978), quando declarou que os parceiros mais competentes ajudam ao desenvolvimento das crianças, deixa em aberto a possibilidade de o par mais competente poder ser outra criança. Como afirma, “em muitas situações de sala de aula as crianças ajudam os colegas menos competentes a aprender (p. 151).

Em Portugal, César e seus colaboradores (Carvalho, 2001; Carvalho e César 2001; César, 1994, 2000a, 2000c; César e Torres, 1998) observaram que não é apenas o par mais competente que progride em situações de interação em díade verificando que, mesmo o par mais competente, consegue progredir quando interage com outro menos competente. No entanto, é necessário criar uma intersubjectividade comum necessária ao funcionamento da díade, entendendo-se esta como a porção de representações partilhadas pelos dois interlocutores numa dada situação concreta (Wertsch, 1988).

Numa situação de interação social estamos perante uma situação de conflito sócio-cognitivo quando o sujeito tem de se confrontar com uma perspectiva de resolução da tarefa diferente da sua, constituindo esta diferença o traço cognitivo do conflito. Mas, além deste lado cognitivo, o sujeito tem igualmente de conseguir gerir o aspecto social da interação, expresso no comportamento do outro, com quem interage. O gerir do lado social presente quando se trabalha em interação social tem significações diversas em função do estatuto do parceiro, do seu vínculo ao sujeito com quem está a trabalhar, do seu comportamento e das suas atitudes durante a própria interação. Assim, ao regular o social com o cognitivo dá-se um significado à interação social que ultrapassa a simples interação do sujeito com o meio (Mugny e Doise, 1978).

Resolver um conflito sócio-cognitivo obriga o sujeito a ultrapassar uma situação de conflito cognitivo e, ao mesmo tempo, gerir uma relação social com um parceiro com quem terá de coordenar pontos de vista com o objectivo de chegar a um consenso para resolver a tarefa, ou seja, é na tentativa de ultrapassar um desequilíbrio cognitivo inter-individual que a criança consegue resolver o seu próprio desequilíbrio cognitivo intra-individual (Gilly, Fraisse e Roux, 1988; Gilly e Roux, 1984).

Diversas investigações mostraram o papel das interações sociais na promoção do desenvolvimento cognitivo dos alunos e na promoção do desempenho académico, em particular em relação à Matemática (César, 1994 2000b; Perret-Clermont and Nicolet, 1988; Schubauer-Leoni and Perret-Clermont, 1997). Em Portugal, os primeiros estudos realizados por César (1994) procuraram responder aos desafios trazidos pelos professores quando pretendiam promover o trabalho de grupo. Estes estudos, ao serem realizados em situações de sala de aula, permitiram compreender melhor os mecanismos relacionados com as interações sociais e como estas eram um meio poderoso para a promoção do desenvolvimento sócio-cognitivo dos alunos, da apropriação de conhecimentos e da mobilização de competências (Carvalho e César, 2000; César, 2000a).

Quando um aluno tem de formular uma resposta cognitiva para uma tarefa começa por construir uma representação da própria tarefa, do seu objecto de conhecimento e da sua finalidade (Perret-Clermont, 1992). Paralelamente, se estiver a trabalhar com outro, pode acontecer que essa mesma situação esteja a ser vivida por este sujeito de uma outra forma. A partir de agora “as novas cognições vão construir-se num jogo social complexo no qual a negociação do significado vai ter um lugar determinante” (Gilly, Roux e Trognon, 1999, p.

22). Foi a partir deste pressuposto e da observação de diferentes díades que Gilly, Fraisse e Roux (1988) verificaram que, de um modo geral, durante uma interacção social assistimos a sequências de trabalho cognitivo, tanto individual como social. Frequentemente, os dois parceiros começam por procurar encontrar individualmente uma solução. Depois, um deles inicia uma sequência interactiva desencadeada pela sua proposta de resolução, que irá originar uma reacção do outro. Esta sequência, que tanto pode durar alguns minutos como segundos, termina quando se chega a um impasse, a uma solução já proposta por um dos elementos ou a uma nova solução co-elaborada em conjunto. Porém, os processos de co-elaboração são diversos e têm, também, potencialidades diferentes assim, os critérios de formação das díades podem variar de acordo com os tipos de co-elaboração que se pretendem favorecer e, em última instância, com os princípios epistemológicos subjacentes ao trabalho que queremos desenvolver.

Metodologia

O trabalho que agora apresentamos faz parte de uma investigação mais vasta (Carvalho, 2001) integrada no projecto *Interacção e Conhecimento*, que se desdobra em dois níveis de análise: um nível de micro-análise (nível 1) e um segundo nível de macro-análise (nível 2). O nível 1, iniciado com César (1994), tem procurado aprofundar como o trabalho em díade gera progressos nos desempenhos académicos e no desenvolvimento cognitivo dos alunos utilizando um plano empírico de inspiração *quasi-experimental*, realizado em contextos de sala de aula. Elementos como o tipo de díade, o género de tarefa (habitual, não-habitual) e as instruções que lhe estão associadas têm sido detalhadamente estudados. No nível 2 implementam-se práticas de sala de aula onde os resultados que vão sendo encontrados no nível 1 são usados ao longo de um, ou mais anos lectivos, e em diferentes níveis de escolaridade, correspondendo a um tipo de pesquisa que se designa como investigação-acção.

Os dados que iremos apresentar pertencem ao nível 1 do projecto, ou seja, a um estudo de inspiração *quasi-experimental* (Carvalho, 2001) com duas hipóteses principais: hipótese 1, os alunos, quando trabalham em díade (Grupo Experimental - GE), enquanto resolvem tarefas não-habituais de Estatística, revelam mais progressos no seu desenvolvimento lógico, comparativamente a alunos que não experimentam esta forma de trabalho ou de tarefas (Grupo de Controlo - GC); hipótese 2, os alunos quando trabalham em díade, enquanto realizam tarefas não-habituais de Estatística (GE), revelam mais progressos entre o pré-teste e o pós-teste, comparativamente a alunos não experimentam esta forma de trabalho ou de tarefas (Grupo de Controlo - GC). Após a comparação do desempenho dos dois grupos torna-se necessário analisar mais detalhadamente como o próprio trabalho colaborativo contribui nesta diferenciação de desempenho entre os grupos, pelo que também procedemos a uma análise de índole qualitativa através do estudo de casos.

O trabalho foi realizado ao longo de dois anos lectivos (1996/1997 e 1997/1998) em duas escolas na região de Lisboa. No primeiro ano fizeram parte da amostra 15 turmas, num total de 315 sujeitos distribuídos por ambos os sexos (172 raparigas e 143 rapazes) dos quais 165 integraram o grupo experimental e os restantes o grupo de controlo. A idade dos alunos no início do ano lectivo estava compreendida entre os 11 e os 15 anos, tendo uma média de 12,3 e um desvio-padrão de 0,9. No ano seguinte, 108 alunos pertenciam ao grupo experimental e 118 ao grupo experimental, num total de 218 sujeitos dos quais 112 eram raparigas e 108 rapazes. A idade dos alunos estava compreendida entre os 11 e os 15 com uma média de 12,8 e um desvio-padrão de 0,7.

Os instrumentos utilizados foram de três tipos: (a) uma Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (ECDL) aplicada pela investigadora no início e no final do ano lectivo; (b) duas tarefas habituais de Estatística (consideradas exercícios), uma para o pré-teste e outra para o pós-teste, passada por um professor de Matemática que não era o dos alunos; (c) três tarefas não-habituais de Estatística que os alunos do grupo experimental resolveriam durante o trabalho em díade e na presença da investigadora.

Neste artigo vamos considerar duas alíneas da segunda tarefa não-habitual. Convém realçar que o grau de dificuldade destas duas questões não é semelhante: a primeira apela para o conceito de média, sendo necessárias competências computacionais e a aplicação de propriedades deste conceito; a segunda compara o conceito de média e mediana, pedindo aos sujeitos para tomarem uma decisão estatística, o que se insere no nível de maior complexidade de argumentação, pois refere-se à sua utilização numa determinada condição ou situação.

Tarefa — Numa empresa escolheram-se, ao acaso, cinco dos seus empregados para se fazer um estudo acerca dos salários. Obtiveram-se os seguintes resultados:

Empregado	A	B	C	D	E
Salários (escudos/mês)	54 000	42 000	60 000	48 000	180 000

1. Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?
2. O que achas que representa melhor os salários nesta empresa, a média ou a mediana? Porquê?

Em Setembro, no início do ano lectivo, todos os sujeitos resolviam a E.C.D.L. e uma tarefa habitual de Estatística após esta unidade curricular ter sido leccionada e dada por concluída pelo professor de Matemática. Esta tarefa servia de pré-teste. Os desempenhos dos alunos em ambos os instrumentos serviam de critério para a formação do grupo de controlo e para o grupo experimental, tendo em atenção que a unidade de constituição dos grupos era a unidade turma. No caso do grupo experimental serviu ainda para a formação dos diferentes tipos de díade.

Sete dias após o pré-teste, os alunos realizavam a primeira tarefa não-habitual na sala de aula de Matemática. A segunda tarefa efectuava-se sete dias depois, num horário extra curricular, atendendo à necessidade de ser gravada em áudio para posteriormente ser estuda de forma detalhada; a terceira e última tarefa não-habitual era efectuada na sala de aula de Matemática, também sete dias depois da segunda tarefa ser resolvida pelos alunos. Terminada a realização da terceira tarefa não-habitual os alunos participavam numa discussão geral com a investigadora onde se debatiam as diferentes estratégias de resolução encontradas pelas várias díades durante a realização da segunda tarefa não-habitual. Todo o trabalho em díade foi orientado pela investigadora, bem como a passagem da E.C.D.L. no início e no final do ano lectivo.

Nas aulas em que os alunos não realizavam o trabalho em díade, bem como nas turmas do grupo de controlo, o trabalho decorria conforme a planificação do professor no início do ano lectivo. No segundo ano, o estudo foi de replicado.

Apresentação de Resultados

Nos Quadros 1 e 2 temos na condição sem progresso os sujeitos cujos desempenhos se mantiveram no mesmo estágio de desenvolvimento lógico, ou seja, aqueles que não evoluíram entre a primeira e a segunda aplicação da escala. Na segunda condição, progresso, encontram-se os que apresentaram, na segunda aplicação, desempenhos próprios de um estágio de desenvolvimento lógico mais avançado.

Observando o Quadro 1, constatamos serem os desempenhos dos sujeitos pertencentes ao grupo experimental (GE) aqueles que revelam mais progressos (50%), comparativamente aos do grupo de controlo. Interessante é o facto de metade dos alunos do grupo experimental (50%) não progredir e os restantes (50%) evoluírem entre as duas aplicações da prova. Quando usamos o teste de Jonckheere (Grass, 1981; Jonckheere 1954; Leach,

1982; Pochon, 1991, 1997), construído a partir do S de Kendall, para estudar as duas condições (sem progresso e progresso), obtemos um resultado estatístico significativo ($p=0.042$). Confirma-se, assim, a nossa primeira hipótese: são os desempenhos dos sujeitos que trabalharam colaborativamente, durante três sessões, aqueles que mais progredem quanto ao desenvolvimento lógico.

Quadro1: Evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1996/1997)

	Sem Progresso	Progresso	Total
GC	91 (61%)	59 (39%)	150 (100%)
GE	83 (50%)	82 (50%)	165 (100%)
μ	174	141	315

Hipótese: $GE > GC$, $p=0.042$

Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Baseados no Quadro 2 podemos constatar que, tal como tinha acontecido no ano lectivo anterior, são os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental (GE) os que evidenciam mais progressos (65% contra os 30% do grupo de controlo) e, ainda, que a percentagem de desempenhos dos alunos do grupo de controlo que não progride (70%) seja muito semelhante aos do grupo experimental que progridem (65%).

Quadro 2: Evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1997/1998)

	Sem Progresso	Progresso	Total
GC	77 (70%)	33 (30%)	110 (100%)
GE	38 (35%)	70 (65%)	108 (100%)
μ	115	103	218

Hipótese: GE>GC, p=0.0000003

Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Os dados anteriores sugerem a presença de uma relação inversa entre o progresso e o não progresso dos desempenhos dos alunos pelo facto de pertencerem, ou não, ao grupo experimental. Assim, trabalhar colaborativamente, com tarefas não-habituais e em contextos de sala de aula onde os contratos didácticos tradicionais são modificados, pode ser uma das formas de promover progressos cognitivos nos desempenhos dos alunos. Tanto no ano em que efectuámos o primeiro estudo (1996/97), como quando procedemos à sua replicação (1997/98), são os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental (GE) os que revelaram mais progressos quanto ao desenvolvimento lógico.

Quando analisamos os Quadros 1 e 2, bem como os valores do teste de Jonckheere, vemos que quando replicamos o estudo temos um maior número de desempenhos de alunos do grupo experimental, comparativamente ao ano anterior, a manifestar mais progressos quanto ao desenvolvimento lógico.

Tal como aconteceu em relação ao desenvolvimento lógico, são os sujeitos que trabalharam em diáde os que revelam progressos mais nítidos entre o pré e o pós-teste e ainda os que regridem menos entre as duas aplicações das tarefas não-habituais (pré-teste e pós-teste). Para examinar as três condições possíveis, regressão, não progresso e progresso, usámos novamente o teste de Jonckheere, que nos permitiu confirmar a nossa segunda hipótese geral, uma vez que os resultados obtidos são estatisticamente muito significativos, para qualquer um dos anos lectivos considerados ($p=0.0000000$ e $p=0.0000317$ respectivamente para 1996/1997 e 1997/1998). Assim, são os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental que denotam mais progressos entre o pré-teste e o pós-teste, quando comparados com os do grupo de controlo.

Quadro 3: Evolução dos desempenhos dos sujeitos, do grupo de controlo e do grupo experimental, entre o pré-teste e o pós-teste, no ano lectivo de 1996/1997

	Regressao	Nao Progresso	Progresso	Total
GC	49 (733%)	90 (60%)	11 (7%)	150 (100%)
GE	8 (5%)	79 (48%)	78 (47%)	165 (100%)
μ	157	171	86	315

Hipótese: GE>GC, p=0.0000000

Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Nos dois anos em que decorreu a investigação a evolução mais significativa nos desempenhos dos sujeitos encontra-se nos sujeitos do grupo experimental. Estes alunos são também os que se encontram em menor número na condição de regressão 8 (5%) contra os 49 (33%) do grupo de controlo, no primeiro ano, e 2 (2%) por oposição aos 37 (34%), do ano seguinte. Verifica-se ainda que, em ambos os anos, o número de sujeitos que não progride no grupo de controlo (60% em 1996/1997 e 51% em 1997/1998) é semelhante ao dos sujeitos que progride no grupo experimental (47% em 1996/1997 e 62% em 1997/1998).

Quadro 4: Evolução dos desempenhos dos sujeitos, do grupo de controlo e do grupo experimental, entre o pré-teste e o pós-teste, no ano lectivo de 1997/1998

	Regressao	Nao Progresso	Progresso	Total
GC	37 (34%)	56 (51%)	17 (15%)	110 (100%)
GE	2 (2%)	39 (36%)	67 (62%)	108 (100%)
μ	39	95	84	218

Hipótese: $GE > GC$, $p=0.0000317$

Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Convém, no entanto, chamar a atenção que, em ambos os anos e em ambos os grupos, tínhamos 95 alunos que já estavam no nível elevado no pré-teste, não lhes sendo por isso possível passar para um nível superior, entre as duas aplicações. No ano lectivo de 1996/1997 eram 38 (25%) no grupo de controlo e 58 (35%) no grupo experimental que se encontravam nesta situação, passando a 34 (31%) e 36 (33%) no ano lectivo seguinte.

Discussão de Resultados

O conceito de progresso, tal como o adoptámos ao longo desta investigação, refere-se a uma avaliação dos desempenhos dos sujeitos através de (a) uma escala colectiva de desenvolvimento lógico (E.C.D.L.), passada no início e no final do ano lectivo e (b) de duas tarefas habituais: um pré-teste e pós-teste, aplicados respectivamente antes e depois de um período onde os alunos trabalharam colaborativamente em tarefas não-habituais da unidade curricular de Estatística.

Os dados apresentados nos quadros anteriores confirmam que os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental (GE) progredem mais quanto ao desenvolvimento lógico do que os do grupo de controlo (GC). Sendo os sujeitos do grupo experimental aqueles que trabalharam em díade quando resolviam as tarefas não-habituais, podemos considerar que os resultados obtidos sugerem que as interacções entre pares facilitam a promoção do desenvolvimento cognitivo e dos desempenhos estatísticos dos sujeitos.

No entanto, o desenvolvimento não pode ser considerado como uma simples eclosão das estruturas lógicas provocada pelo contexto da interacção social em si mesmo. Esta relação não pode ser considerada como automática no sentido de que qualquer modalidade de interacção social suscita necessariamente reestruturações em termos do pensamento dos sujeitos. Para tentar explicar como, depois de os sujeitos passarem por uma fase de interacção social, apresentam competências avançadas, somos levados a pensar nos mecanismos em jogo. Com a noção de conflito sócio-cognitivo, aprofundada por Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976), é possível compreender a dinâmica entre o social e o individual, presente quando o sujeito se confronta com outro, em relação a uma tarefa que têm de resolver em conjunto, com os vários saberes e competências que cada um possui e acontecendo tudo isto num contexto social que não é neutro, no qual são também estabelecidas relações de poder e liderança.

Uma situação de interacção social constitui um confronto intersubjectivo entre os dois parceiros, que tentam colocar em discussão o seu ponto de vista e, assim, chegar a soluções novas. O aspecto conflitual da interacção joga-se a dois níveis: cognitivo, o que permite que ocorram estruturas cognitivas resultantes dessa interacção, influenciando o desenvolvimento operativo do sujeito; e social, que é provocado pelo facto dos sujeitos terem de ser capazes de gerir a interacção em si, ou seja, as discordâncias, os consensos ou a liderança. Assim, há progressos sócio-cognitivos e nos desempenhos matemáticos dos sujeitos (César, 1994; Perret-Clermont, 1976/78) que permanecem mesmo quando os sujeitos voltam a trabalhar individualmente, segundo um contrato didáctico tradicional, com tarefas de natureza diferente (tarefas habituais) daquela em que foi estabelecida a interacção. Mesmo neste caso, conseguem mobilizar competências utilizadas quando do trabalho em díade. Os alunos do grupo experimental, ao interagir entre si para resolver uma tarefa não-habitual, têm mais oportunidades de se confrontarem acerca do seu ponto de vista pessoal e do seu parceiro, de reflectir sobre as diferentes formas de resolver a tarefa, de negociarem um significado e de gerirem uma relação interpessoal.

Assim, os progressos dos sujeitos parecem ser devido a duas ordens de factores: por um lado, aos que pressupõem as leis gerais da psicologia do desenvolvimento, e que explicam que mesmo os desempenhos dos alunos que integravam o grupo de controlo (GC) pudessem atingir um nível mais avançado na segunda aplicação da E.C.D.L., que é efectuada no final do ano. Por outro lado, às interações sociais estabelecidas entre os pares, às instruções de trabalho e à natureza das tarefas propostas, que promovem o estabelecimento de conflitos sócio-cognitivos, levando os sujeitos à procura de uma intersubjectividade que facilita o seu progresso cognitivo. É através da coordenação de estratégias de resolução individuais com as de um parceiro que cada aluno ganha a mestria de co-ordenar sistemas, que mais tarde irá ser capaz de utilizar individualmente.

Os alunos do grupo experimental, ao terem de discutir as suas resoluções com as do seu colega para resolverem uma tarefa não-habitual, mais aberta, mais lúdica e para a qual não lhes era dito explicitamente o que deveriam fazer, tinham mais oportunidades para se confrontarem com os diversos pontos de vista, os argumentos e as resoluções diferentes das suas, ou seja, é o contrato experimental que se cria entre a díade e o investigador, juntamente com as tarefas não-habituais que os dois parceiros têm de resolver e as instruções fornecidas, que criam o contexto social propício aos confrontos interindividuais. Mas, a composição das díades também não pode ser preterida no sentido de que não basta dois alunos trabalharem juntos para que se gere uma interacção benéfica e não puramente relacional. A literatura mostra como, para uma interacção ser lucrativa para os sujeitos, têm de existir oposições de concentrações, de pontos de vista e de resoluções. Por isso, a análise de alguns casos é pertinente quando se procura compreender melhor como o trabalho colaborativo facilita os progressos dos sujeitos (Carvalho e César, 2001; César 2000a, 2000c).

Análise de um caso - Um exemplo de como ao interagir se pode aprender

O excerto que discutiremos pertence a uma interacção mais longa e pretende ilustrar como, através da negociação de uma resolução por co-elaboração, os alunos conseguem alargar os conhecimentos que possuíam em relação ao conceito de média e de mediana. A tarefa e as instruções dadas valorizavam as trocas entre os dois alunos. Os alunos desta díade são considerados *razoáveis* pelo seu professor de Matemática e definem-se a si próprios como *alunos médios* nesta disciplina.

[Começam por ler individualmente a pergunta]

47 T - A média é somar todos os ordenados.

48 A - Depois é dividir pelo número das parcelas.

49 T - Que são cinco. Porque eles são cinco empregados.

50 A - 54 mil, 42 mil, 60 mil, 48 mil, 180 mil. Agora divide por cinco.

51 T - A média é 76 contos e 800

[Depois de fazer os cálculos na calculadora].

52 A - Agora temos que meter o porquê.

53 T - **[Olha para a folha]** O porquê é porque é assim que se faz a média.

54 A - Achas? Eu acho que é para saber se os empregados estão de acordo com os salários quando se diz que eles ganham o que dá na média.

55 T - Então eu não estou de acordo porque os ordenados deviam ser mais iguais ao da média.

56 A - Sim, se o salário fosse igual à média, se cada empregado tivesse isto

[Aponta para o valor de média].

57 T - Então metemos não, porque os salários são diferentes.

58 A - Diferentes por eles não receberem todos o mesmo?

60 T - Sim, eles não devem fazer todos o mesmo.

61 A - É por isso que não recebem o mesmo. O E deve ser o que manda.

62 T - Então metemos que não, porque os ordenados são diferentes uns dos outros. Pode ser assim?

6 A - 'Tá. Numa empresa tem de haver sempre chefes e empregados.

64 T - Por isso os ordenados são tão diferentes.

65 A - E eles não podem concordar com a média porque fica a parecer que têm todos o mesmo...

66 T - Dinheiro e está mal.

67 A - Está mal não, está a enganá-los. Pois, a média está certa.

[Lêem individualmente a pergunta seguinte]

73 A - Agora temos que fazer a mediana.

74 T - Sabes qual é a mediana?

75 A - Sei. É o do meio.

76 T - A mediana é meter todos por ordem e ver o que está no meio.

- 77 A - O do meio é...
- 78 T - É 54 mil.
- 79 A - Escolhias a média ou a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa? Eu escolhia a média porque é um salário maior. A média é 76 e 800.
- 80 T - Eu não. Porque a média não é o que eles estão a ganhar. É a conta, não vês os salários?
- 81 A - Sim, mas a conta é feita com os salários que eles ganham.
- 82 T - Pois, tens razão. Mas depois de fazermos a média, os salários são menos que a média. Por isso eu acho que é a mediana.
- 83 A - *A média é melhor porque é um salário maior. Ganham mais.*
- 84 T - É mais dinheiro, mas a média não é o que eles ganham é a soma do que ganham...
- 85 A - Por isso eles querem a média para ganharem mais.
- 86 T - Já sei. Eles com a média parece que ganham mais porque o E sobe isto tudo porque é o chefe e ganha muito mais em relação aos outros. Eles se tirarem o chefe da média ficam todos mais perto e já podem querer a média.
- 87 A - Então eles escolhem a mediana porque senão parece que ganham mais dinheiro.
- 88 T- Escolheram mas foi mal os salários para fazer esta média.

Nesta interacção estamos perante uma co-elaboração por co-construção da resolução: ambos os alunos completam e continuam o raciocínio um do outro, não havendo uma liderança marcada de nenhum deles. Observa-se uma procura de solução conjunta, em que cada um contribui para o avanço da resolução, ouvindo e clarificando as intervenções do par, alargando-as (Gilly, Fraisse e Roux, 1988). Ambos estão de acordo quanto à estratégia de resolução e quanto aos procedimentos computacionais inerentes. A gestão do processo interactivo, do ponto de vista social (quem lidera, como o faz, quando se concorda, quando são feitas concessões), é feita de forma natural, sem que tenham de ser resolvidas divergências acentuadas. Porém, como referem os autores acima citados, esta aparente harmonia não exclui a possibilidade das intervenções de um perturbarem o outro ou desencadarem uma nova conjectura, que não apareceria sem esta dinâmica, como acontece quando os alunos discutem qual o significado estatístico do valor que obtêm quando calculam o algoritmo da média. Mas, se o aspecto computacional não lhes levanta dúvidas o mesmo não acontece quando têm de ir mais longe para responder à questão da representatividade do valor encontrado, ou seja, quando necessitam de passar do que Skemp (1979) designa por conhecimento instrumental para o que ele chama de conhecimento relacional.

A partir da fala 73 verificamos como os alunos, pelo facto estarem a trabalhar colaborativamente e pelas características inerentes à própria tarefa, conseguem encontrar uma propriedade estatística da média: a média pode não ser igual aos valores das observações. Essa constatação leva-os a construir um significado relacional do conceito de média e de mediana, pois ultrapassam a simples aplicação de um algoritmo ou a utilização de um procedimento. Contudo, o facto do cálculo do algoritmo surgir logo nas primeiras falas de A., sem ser pedido explicitamente na pergunta, induz-nos a pensar que, no contrato didáctico usual destes alunos com o seu professor, se começa mais frequentemente por o calcular antes de analisar qual o melhor parâmetro para aquela situação.

O contexto social da tarefa (salários e trabalho), conhecido dos alunos, facilita a sua resolução. Estes alunos perceberam que a forma como recolhemos os dados pode influenciar a nossa análise, ou seja, que uma distribuição ao ser assimétrica obriga a ter cuidados quando se escolhem os parâmetros estatísticos que melhor representam os dados num contexto.

Ao longo da primeira parte da interacção verificamos como ambos os alunos se questionam, obrigando o colega a precisar os seus argumentos. Cada um retoma a estratégia de resolução do outro, enriquecendo-a. Sem esta dinâmica de co-construção de uma estratégia comum, baseada nas intervenções de cada elemento, seria muito difícil que os dois sujeitos tivessem chegado a uma resposta tão completa, ou seja, uma compreensão do conceito de média e de mediana próxima do seu significado.

Na procura de um dos elementos do par esclarecer o que pode originar a dificuldade do colega desenha-se a negociação do significado da resolução da tarefa, no jogo entre o inter-individual e o intra-individual. Quando um dos parceiros questiona o outro acerca do seu raciocínio e cada um tem de reflectir acerca da sua resposta, ao confrontarem-se com a necessidade de precisar os seus argumentos, assiste-se a uma passagem para o intra-individual.

Esta interacção ilustra ainda o que é afirmado por Skemp (1978): os alunos atingem mais facilmente um conhecimento instrumental do que um conhecimento relacional. Neste caso, o cálculo da média e da mediana não levanta dificuldades a qualquer um destes sujeitos. Eles conhecem os algoritmos e são capazes de os aplicar mas, pelo facto de trabalharem em díade, foi-lhes possível construir um conhecimento relacional. Assim, conceberam respostas mais elaboradas, progredindo em relação aos seus desempenhos.

Considerações Finais

O excerto da interacção que analisámos mostra-nos uma harmonia em termos da dinâmica interactiva entre os dois alunos. Quando os alunos co-constroem uma resolução, como esta díade, confirma-se o que Gilly, Fraisse e Roux (1988) afirmam. a observação dos comportamentos de resolução a dois convida a pensar que a co-elaboração beneficia de diferentes formas os parceiros da relação e que não é forçosamente necessário que se estabeleça num modo de conflito sócio-cognitivo típico em sentido estrito, mesmo quando este modo estrito possa ter um carácter particularmente eficaz. Com, ou sem, conflito sócio-cognitivo expresso, a co-elaboração é susceptível de perturbar ou destabilizar os funcionamentos individuais. Mas esta destabilização é mais eficaz quando se insere numa estrutura interactiva onde se combina com outras como: estimulação, reforço, controlo, alargamento do campo de possibilidades (p. 91).

Mas, para estes autores, a tarefa e as instruções que lhe estão associadas surgem como elementos fundamentais para o funcionamento cognitivo dos sujeitos pois, o modo de funcionamento cognitivo é induzido pela tarefa. É ela que pode fazer com que se instale uma dinâmica interactiva capaz de favorecer um ou outro tipo de acção dos sujeitos e, assim, dar origem a uma melhoria das suas competências.

É esta melhoria de competências que faz com que sejam os alunos do grupo experimental a evidenciar melhores desempenhos em relação ao desenvolvimento lógico e ao desempenho nas tarefas habituais de Estatística. Quando os alunos têm de confrontar argumentos são obrigados a descentar posições iniciais para compreender os argumentos do parceiro e explicar os seus próprios argumentos. Assim conseguem mobilizar as competências e os conhecimentos apropriados com o trabalho colaborativo para a situação de trabalho individual, quando têm de realizar o pós-teste, conseguindo melhores desempenhos, comparativamente aos colegas que não experimentaram esta forma de trabalho. Os resultados conseguidos em apenas três sessões de trabalho colaborativo e com uma discussão geral são de tal forma encorajadores que nos levaram a pensar que se usarmos esta forma de trabalhar com os alunos, num maior número de aulas, podemos atingir alguns dos objectivos mais ambiciosos dos actuais documentos de política educativa, no que se refere ao ensino e aprendizagem da Estatística.

*O projecto *Interacção e Conhecimento* foi subsidiado pelo Instituto de Inovação Educacional em 1997 e 1998 e pelo Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa desde 1996. Os nossos profundos agradecimentos a todos os professores e alunos que tornaram este trabalho possível, bem como aos membros da equipa deste projecto, pelos desafios que nos têm lançado.

Referências bibliográficas

Abrantes, P. et al. (1999). *Investigações de matemática na aula e no currículo*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
Allal, L. & Ducrey, G. P. (2000). Assessment of - or in - the zone of proximal development. *Learning and Instruction*, 10(2), 137-152.

António, C. et al. (2000). Estatística 10º ano: (H)isto gramas tu!. *Actas do ProfMat 2000* (pp. 181-188). Funchal: Associação de Professores de Matemática.

Batanero, C. (2000) Dificultades de los Estudiantes en los Conceptos Estadísticos Elementales: El Caso de Las Medidas de Posición Central. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Branco, J. (2000). Estatística no Secundário: o Ensino e seus Problemas. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 11-30). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Carvalho, C. (2001). Interação entre pares: Contributos para a promoção de desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico, no 7ºano de escolaridade. Lisboa: Universidade de Lisboa. [Tese de doutoramento - documento policopiado]

Carvalho, C. & César, M. (2000). The Game of Social Interactions in Statistics Learning and in Cognitive Development. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *PME 24 Proceedings* (vol. 2, pp. 153-160). Hiroshima: Hiroshima University.

Carvalho, C. & César, M. (2001). Peer Interactions and Statistics Learning. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed.), *PME 25 Proceedings* (vol. 2, pp. 217-224). Utrecht: Utrecht University.

César, M. (1994). *O Papel da Interação entre Pares na Resolução de Tarefas Matemáticas Trabalho em Díade vs. Trabalho Individual em Contexto Escolar*. Lisboa: Universidade de Lisboa. [Tese de doutoramento - documento policopiado]

César, M. (2000a). Interações sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: a investigação contextualizada. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da Escola de Verão - 1999*. (pp. 5-46) Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.

César, M. (2000b). Interações na aula de Matemática: Um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. In C. Monteiro et al. (Eds.), *Interações na aula de matemática* (pp. 13-34). Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação -Secção de Educação Matemática.

César, M. (2000c). Interaction and knowledge: Where are we going in the 21st century?. In A. Clements, H. Tairab & W. Yoong (Eds.), *Science, Mathematics and Technical Education in the 20th and 21st centuries* (pp. 317-328). Darussalam: Universiti Brunei Darussalam.

César, M. & Torres, M. (1998). Student Interactions in Math Class. *Actas do C.I.E.A.E.M.* 49 (pp. 76-85). Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 5-43.

Cole, M. (1990). Cognitive development and formal schooling: the evidence from cross-cultural research. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky and Education* (pp. 89-109). Cambridge: Cambridge University Press.

Doise, W., Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N. (1975). Social interaction and development of cognitive operations. *European Journal of Social Psychology*, 5(3), 365-383.

Doise, W., Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N. (1976). Social interaction and cognitive development: further evidence. *European Journal of Social Psychology*, 6(4), 245-247.

Fonseca, H. & Ponte, J. P. (2000). A Estatística no Ensino Básico e Secundário. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 179-194). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Gal, I. & Garfield, J. (1997). Curricular goals and assesment challenges in statistics and education. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 37-51). Voorburg: International Statistical Institute.

Gal, I. & Garfield, J. (1999). Assessment and statistics education: current challenges and directions. *International Statistical Review*, 67(1), 1-12.

Gilly, M., Fraisse, J. & Roux, J.-P. (1988). Résolution de problèmes en dyades et progrès cognitifs chez des enfants de 11 à 13 ans: dynamiques interactives et socio-cognitives. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 73-92). Fribourg: Del Val.

Gilly, M. & Roux, J.-P. (1984). Efficacité comparée du travail individuel et du travail en interaction socio-cognitive dans l'appropriation et la mise en oeuvre de règles de résolution chez des enfants de 11-12 ans. *Cahiers de Psychologie Cognitive*, 4(2), 171-188.

Gilly, M., Roux, J.-P. & Trognon, A. (1999). Interactions sociales et changements cognitifs: fondements pour une analyse séquentielle. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 9-39). Nancy: Presses Universitaires de Nancy et Publications de l'Université de Provence.

Grass, J. A. (1981). *Diseños experimentales en psicología y educación*. México: Trillas.

Jonckheere, A. (1954). A distribution-free K-sample test against order alternatives. *Biometrika*, 41, 133-145.

Lajoie, S., Jacobs, V. & Lavigne, N. (1993). Empowering Children in the Use of Statistics. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 401-425.

Leach, C. (1982). *Fundamentos de Estadística: enfoque no paramétrico para ciencias sociales*. México: Editorial Limusa.

Moll, L. C. & Greenberg, J. B. (1996). A criação de zonas de possibilidades: combinando contextos sociais para a instrução. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação: Implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica* (pp. 313-339). Porto Alegre: Artes Médicas.

Mugny, G. & Doise, W. (1978). Factores Sociológicos y Psicosociológicos del Desarrollo Cognitivo. *Anuário de Psicologia*, 1(18), 21-40.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Ng, V. & Wong, K. (1999). Using simulation on the internet to teach statistics. *The Mathematics Teacher*, 8(92), 729-733.

Perret-Clermont, A.-N. (1976/1978). *A construção da inteligência pela interação social*. Lisboa: Sociocultur.
Perret-Clermont, A.-N. (1992). Transmitting knowledge: Implicit negotiations in the student-teacher relationship. In F. Oser, A. Dick & J.-L. Patry (Eds.), *Effective and responsible teaching: The new synthesis* (pp. 329-341). São Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Pochon, L. O. (1991). Statistiques et Sciences Humaines. Notes de Travail. *Dossier de Psychologie*, n° 38, Neuchâtel: Université de Neuchâtel.

Pochon, L. O. (1997). ANASTAT: Un système dédié à la gestion et à l'analyse de données paramétriques. *Dossier de Psychologie* n° 48, Neuchâtel: Université de Neuchâtel «online» <http://www.unine.ch/psy/stat/anastat.zip>.

Ponte, J. P., Matos, J. M. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional - Ministério da Educação.

Scheaffer, R. (2000). Statistics for a New Century. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century* (pp. 158-173). Reston: NCTM.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1997). Social Interactions and Mathematics Learning. In P. Bryant & T. Nunes (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective* (pp. 265-283). Hove: Psychology Press.

Shaughnessy, M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research and Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). Nova York: Macmillan Publishing Company.

Shaughnessy, M. (1996). Emerging issues for research on teaching and learning probability and statistics. (pp. 39-48). In B. Philips (Eds.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-8*. Swinburne: Swinburne University of Technology.

Shaughnessy, M. & Bergman, B. (1993). Thinking about uncertainty: probability and statistics. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school Mathematics* (pp. 177-197). New York: Macmillan Publishing.

Simons, R.-J.; van der Linden, J. & Duffy, T. (2000). New learning: three ways to learn in a new balance. In R.-J. Simons, J. van der Linden & T. Duffy (Eds.), *New Learning* (pp. 1-20). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, November, 9-15.

Tudge, J. (1990). Vygotsky, the zone of proximal development, and peer collaboration: Implications for classroom practice. In L. C. Moll (Eds.), *Vygotsky and Education* (pp. 151-168). Cambridge: CUP.

van der Linden, J. et al. (2000). Collaborative learning. In R.-J. Simons, J. van der Linden & T. Duffy (Eds.), *New Learning* (pp. 37-54). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology. [original publicado em russo em 1934]

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development of higher psychological process*. Cambridge MA: Harvard University Press. [original publicado em russo em 1932]

Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.

PROPUESTAS PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES SOBRE ALGUNAS CUESTIONES MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICAS DE LOS SISTEMAS ELECTORALES DEMOCRÁTICOS

Espinel Febles, María Candelaria

Universidad de La Laguna

Departamento de Análisis Matemático

Profesora Titular de Universidad

Centro Superior de Educación

C. Lacio, 19, María Jimenez, CP 28180 Santa Cruz de Tenerife

Canarias. España

mepinel@ull.es

I. Introducció

En esta colaboración para la difusión de la Estadística se aborda algunos conceptos matemáticos presentes en los sistemas electorales democráticos y se propone su incorporación al curriculum de profesores para que el estudiante vea el carácter práctico e interdisciplinar de las matemáticas.

Al estudio y diseño de los sistemas electorales contribuyen diversos campos, como son ciencias políticas, investigación operativa, estadística, teoría de la decisión, ..., pero como materia es más una disciplina política y social, sin embargo hay muchos aspectos matemáticos que intervienen cuando se definen y se analizan los sistemas electorales.

La prensa informa de los resultados de unas elecciones pero el ciudadano, en general, desconoce los procesos matemáticos que ello conlleva. Resultados de elecciones celebradas recientemente como las autonómicas en Cataluña (Pujol se alza con la presidencia teniendo menos votos que Maragall) y en el País Vasco (la coalición PP y PSOE fracasa en su intento de conseguir una mayoría) llamaron la atención en toda España. El proceso para elegir presidente en USA ha quedado en entredicho en las últimas elecciones (el recuento de votos otorga la presidencia de Estados Unidos a Bush después de creerse triunfador Gore).

Hay una necesidad de enseñar matemáticas que sean útiles, que sirvan al ciudadano, que la persona pueda decir "sí, esto es útil", "esto me sirve", ... Algunos de los acuerdos del 2000, como Año Mundial de las Matemáticas, van en esta línea: "Intensificar la conexión de las matemáticas con sus aplicaciones...", "Facilitar la divulgación del conocimiento matemático y de las características propias de las matemáticas entre la población ...". Muchos profesores hemos tomado conciencia de esa necesidad de divulgar las matemáticas y, en especial, la estadística (Espinell, 1999a,b; 2000a, b).

En esta publicación proponemos contenidos nuevos y mostramos algunas actividades llevadas a cabo con profesores en formación. En concreto trabajamos con:

A) La Ley de D'Hont en conexión con el problema del reparto y

B) El poder en las coaliciones políticas como aplicación de la combinatoria.

Para nuestra exposición y explicación en este artículo nos apoyaremos en los datos de las elecciones autonómicas del País Vasco celebradas en mayo de 2001.

En el País Vasco se eligen 75 escaños, 25 por cada una de las tres provincias. En las dos últimas elecciones, los escaños han quedado repartidos entre cinco partidos, como se recoge en la siguiente tabla.

PAÍS VASCO	2001			1998		
	Nº VOTOS	%	ESCAÑOS	Nº VOTOS	%	ESCAÑOS
EAJ-PNV/EA	599.746	42.7	33	458.957	36.7	27
PP	323.918	23.0	19	267.481	21.3	18
PSE-EE/PSOE	250.919	17.8	13	220.052	17.6	14
EH	142.784	10.1	7	224.001	17.3	14
EB-IU	78.448	5.5	3	71.064	5.6	2

II. Propuestas de contenidos para los profesores en formación

Conexiones con las matemáticas y la estadística

En este apartado se muestra cómo se reparten los escaños entre los distintos partidos políticos y las posibles alianzas entre ellos cuando ninguno obtiene mayoría absoluta y el poder que éstas les confieren.

Seguiremos en este apartado el mismo orden que con los estudiantes: abordar un problema real, plantear un modelo matemático y ver algunas aplicaciones desde la realidad.

A) LEY DE D'HONT Y PROBLEMA DE REPARTO

1. Problema real

La fórmula para convertir votos en escaños tiene a menudo efectos políticos decisivos. La primera cuestión que llama la atención es que la asignación de los escaños no es proporcional al número de votos que obtiene un partido.

Efectivamente, el sistema de adjudicación de escaños se realiza conforme a la Ley de d'Hont, que sigue las siguientes reglas:

- No se tienen en cuenta aquellas candidaturas que no obtengan, al menos, el 3 por 100 de los votos válidos emitidos en la circunscripción.
- Una vez hecho el recuento de votos, se ordenan de mayor a menor en una columna los votos obtenidos para cada una de las candidaturas.
- El número de votos obtenidos por cada una de las candidaturas se divide por el número de escaños correspondientes a esa circunscripción (primero se divide por uno, por dos, por tres, etc., así hasta el número de escaños total de esa provincia). De esta forma se crea una tabla de datos, de la que cogemos los cocientes más altos. Los escaños se atribuirán a los candidatos con mayores cocientes.

Para ver cómo funciona la ley tomamos el número de votos de cada partido sin separar por provincias y suponemos que hay que repartir sólo 9 escaños. Aplicando las reglas anteriores se obtienen los siguientes resultados:

Partido	Nº votos				Escaños
	1	2	3	4	
EAJ-PNV/EA	599.746 (1º)	299.873 (3º)	199.915,3 (5º)	149.936,5 (7º)	4
PP	323.918 (2º)	161.959 (6º)	107.972,6	80.979,5	2
PSE-EE/PSOE	250.919 (4º)	123.459,5(9º)	83.639,6	62.729,5	2
EH	142.784 (8º)	71.392	47.594,6	35.696	1
EB-IU	78.448				

El reparto de los nueve escaños sería 4, 2, 2, 1, quedando un partido sin ningún escaño. En realidad este sistema lo que hace es asignar los candidatos, uno a uno, a la lista que tiene mayor número de votos. Este procedimiento se sigue también en España en las elecciones generales. Ha tenido las siguientes críticas:

- El tamaño del distrito es el elemento que mayor consecuencia tiene en la desproporcionalidad que genera la ley.
- La Ley de D'Hondt favorece a los partidos más votados y desfavorece a los partidos menos votados.
- Los electores se acomodan y optan por los partidos grandes bajo la hipótesis del «voto útil».

El reparto de escaños entre diversas formaciones políticas en función del número de votos es un caso particular del problema matemático de la asignación proporcional entera.

2. Planteamiento del problema y modelo matemático

Un problema de reparto equitativo consiste en repartir un conjunto de objetos O en n partes disjuntas $O_1, O_2, \dots, O_i, \dots, O_n$ para n participantes o jugadores. Se buscan los subconjuntos O_i de forma que cada participante considere su parte O_i justa. Cuando sólo hay dos jugadores un método justo es "uno parte y el otro elige". Para tres jugadores una forma es el "método del divisor solitario". Para varios jugadores existen varias propuestas (COMAP, 1999).

El problema del reparto de escaños en proporción a los votos obtenidos por los partidos que concurren en unas elecciones requiere una asignación proporcional entera. Esto da lugar a un problema de reparto donde hay que redondear números decimales a enteros de modo que la suma de los números decimales se conserve constante.

Un problema de reparto proporcional de escaños entre diversas formaciones políticas en función del número de votos queda de la siguiente forma. Si tenemos que asignar una cantidad de escaños $h > 0$ en proporción al número de votos v_1, \dots, v_n hay que encontrar las cantidades q_1, \dots, q_n , donde $q_i = h [v_i / (v_1 + \dots + v_n)]$ constituyen la solución.

Pero, los valores q_i , llamados cuotas, no tienen por qué ser enteros. Así se han de buscar en la práctica valores enteros x_1, \dots, x_n , que sumen h y que estén próximos a las cuotas. Para ello existen varios métodos: restos mayores, redondeo por exceso, redondeo al entero más próximo, redondeo por defecto, ...

3. Aplicaciones desde la realidad

Después del problema de reparto con su enunciado formal, con los alumnos se trabaja el problema de reparto equitativo en varios contextos de la vida diaria. Les hacemos observar la dificultad para conseguir que la suma sea una cantidad entera, algo que ellos ya han vivido, por ejemplo cuando en estadística hacen la tabla de frecuencia de unos datos y quieren que la suma de las frecuencias relativas sea uno. También conectamos con la idea de reparto justo y les recordamos la curva de concentración y el índice de Gini (Espinel, 1995). Para este proceso de enseñanza – aprendizaje nos apoyamos principalmente en el texto COMAP (1999).

Pasamos ahora al reparto político. Los estudiantes deben aplicar distintos métodos de reparto a los datos de algunas elecciones recientes a ser posible de su provincia o municipio. Con datos reales, los estudiantes pueden observar algunas paradojas de los métodos de asignación, como que al repartir más escaños un partido puede recibir menos (paradoja de Alabama) o que al comparar dos elecciones de distintas fechas un partido haya obtenido más votos pero menos escaños (paradoja de los votos).

Para la formación de los profesores de secundaria les entregamos el artículo de Ramírez (1991). Para una formación más especializada en el tema se puede recurrir al artículo de Balinski – Ramírez (1996).

Otro enfoque que hemos trabajado es la recopilación por parte de los estudiantes de la mayor cantidad posible de sistemas electorales que se aplican en distintos países. Esta orientación con un posterior análisis estadístico aún está por perfilar. A los estudiantes, en general, les resulta más atractivo el estudio de sistemas electorales concretos con el análisis de su funcionamiento y efectos. Por ejemplo, el análisis del sistema por el que se elige presidente de Estados Unidos y toda su polémica.

B] COALICIONES E ÍNDICES DE PODER

1. Problema real

En democracia los partidos políticos tratan de maximizar sus votos hasta el punto de estar seguros de su victoria. Si el número de votos no es suficiente para gobernar intentan buscar alianzas para formar coaliciones que les permitan alcanzar el "poder".

Supuesto que para aprobar una medida en el Parlamento Vasco se necesite mayoría (38 votos de los 75 escaños) y dado que ningún partido dispone de suficientes votos, se necesita formar coaliciones. Las coaliciones electorales que dan lugar a suficiente número de votos son:

$$\text{PNV}(33)+\text{PP}(19), \text{PNV}(33)+\text{PSOE}(13), \text{PNV}(33)+\text{EH}(7) \text{ y } \text{PP}(19)+\text{PSOE}(13)+\text{EH}(7)$$

Un aspecto muy importante de las matemáticas electorales son las coaliciones o alianzas políticas que facilitan la formación de gobierno cuando una candidatura no llega a obtener mayoría absoluta. Una de las formas de definir el poder matemático es relacionarlo con el número de formas que un grupo político puede convertir una derrota en victoria al unirse a una coalición perdedora para hacerla ganadora.

2. Planteamiento del problema y modelo matemático

La teoría de juegos proporciona un modelo matemático para cuantificar el poder de cada partido político.

El modelo es un sistema de votaciones con pesos o ponderado representado por

$$[q : w(a), w(b), w(c), \dots], \text{ en donde}$$

$w(a), w(b), w(c), \dots$ son los pesos de los distintos grupos y
 $q = \text{parte entera de } \{(w(a) + w(b) + w(c), \dots)/2\} + 1$, es la cuota necesaria para ganar.

Un subconjunto de votos se llama coalición ganadora si la suma de sus pesos es igual o excede a la cuota q . Consideraremos que la cuota ganadora es del 51% de todos los pesos. Las coaliciones ganadoras mínimas (c.g.m.) son las que al suprimir algún miembro se convierten en perdedoras.

En el caso hipotético que hemos simulado de repartir sólo 9 escaños, el sistema que resulta es

$$[5 : 4, 2, 2, 1]$$

$$\text{Con c.g.m.: } 4+2, 4+2, 4+1 \text{ y } 2+2+1$$

Como todos los partidos participan en alguna c.g.m., todos los partidos tienen poder.

Un pequeño cambio en la distribución puede ocasionar que el poder cambie. Por ejemplo, en el sistema [5 : 3, 3, 2, 1]

Las c.g.m. son 3+3, 3+2, 3+2. Hay un partido que es innecesario, se convierte en un «hombre de paja», en un miembro sin poder.

Veamos una de las medidas numéricas del poder de votación sugerida por el matemático Shapley (1954). El poder de votación de un miembro es el número de alineaciones en donde él es pivote, dividido por el número total de alineaciones. Para un sistema de n miembros, el número total de alineaciones es $n!$. Se llama votante pivote de la permutación el primero que convierte la coalición en ganadora.

Por ejemplo, en el sistema [5: 4(a), 2(b), 2(c), 1(d)], hay $4! = 24$ alineaciones de los cuatro miembros. Señalamos el pivote en algunas de las alineaciones: $\underline{a}bcd$, $b\underline{a}cd$, $cb\underline{a}d$, $db\underline{c}a$, ... El miembro \underline{a} aparece como pivote 9 veces y \underline{b} , \underline{c} y \underline{d} cinco veces cada uno, así que los miembros tienen poder de $9/24$, $5/24$, $5/24$, $5/24$, respectivamente. En el sistema [5: 3, 3, 2, 1] el índice de poder de Shapley asigna $1/3$, $1/3$, $1/3$, 0.

3. Aplicaciones desde la realidad

En 1988, el sistema que representó el Parlamento Vasco, fue [38 : 21, 16, 14, 14, 6, 2, 2]

Y en la práctica funcionó, como se recoge en la tabla de la introducción: [38 : 27, 16, 14, 14, 2, 2]

En 2001, el sistema ha quedado [38 : 33, 19, 13, 7, 3]

Las posibles coaliciones ganadoras mínimas son las cuatro ya citadas. Como se puede observar nuestro «hombre de paja» son los 3 escaños de IU.

A los estudiantes para profesores de primaria y secundaria les dejamos algún artículo para leer (Espinel, 1999a,b; 2000) y se les pide recopilen datos sobre el reparto de concejales en algunos municipios de las Islas Canarias (mejor los que son noticia por mociones de censura). Deben modelizar y analizar el sistema de votación con pesos de uno de los municipios, encontrando las coaliciones ganadoras, ganadoras mínimas, perdedoras, de bloqueo e índices de poder de los partidos políticos.

III. Reflexiones y experiencias para la enseñanza

AJ DEMOCRACIA Y VALORES

El sistema electoral está integrado por las normas que regulan las operaciones matemáticas de transformación de votos emitidos en cuotas de representación, pero también por un conjunto de instituciones, costumbres y prácticas que rigen el proceso electoral.

Hay varios contenidos del currículum que conectan con los sistemas electorales. Los sistemas electorales se prestan a un estudio que puede ser interdisciplinar. Creemos que este tipo de contenidos debería formar parte del currículum escolar obligatorio, con una coordinación de áreas como Ciencias Sociales, Geografía, Historia y Matemáticas. Se puede abordar desde la formación integral de la persona, y enseñarlo realizando una descomposición del proceso electoral en las siguientes fases:

1. Fijar las reglas electorales. Esta primera fase se presta a darle al tema una orientación histórica y conectar con la cuestión geográfica en relación con los distritos electorales.
2. Los votos. Se puede hacer un pequeño recorrido por los sistemas de votación: elección por mayoría simple, votación en un sola vuelta, en segunda vuelta, votación múltiple, por aprobación, ... Los conocimientos matemáticos necesarios son muy elementales.
3. Transformar los votos en escaños. El reparto de votos entre los escaños existentes, al no poder dividir un escaño en fracciones, da lugar a la búsqueda de métodos matemáticos que presentan ventajas e inconvenientes. Éste es uno de los temas (II.A) tratados en este trabajo.
4. Formar gobierno. Las coaliciones son cada vez más imprescindibles y los partidos se ven obligados a pactar para conseguir el poder o sencillamente para sacar adelante algún proyecto. Es el segundo tema (II.B) que presentamos en esta colaboración.

Si la coordinación para un desarrollo interdisciplinar no fuera posible, desde los contenidos matemáticos también se puede potenciar el conocimiento, la capacidad de discernir y de criticar de una forma constructiva. Se les da a los estudiantes argumentos con los que persuadir, se potencia la solidaridad y el valor de la negociación. Por ejemplo, el que no exista mayoría de un partido no tiene por qué verse como algo negativo, pues obliga al diálogo entre las minorías y propicia el intercambio y enriquecimiento de ideas de los partidos.

El tema también se presta a un tratamiento transversal como puede ser para el aprendizaje de los valores democráticos: convivencia, normas, valores desarrollo de la capacidad de juicio, diálogo, ...

BJ POLÍTICA Y MATEMÁTICAS

La clave del sistema electoral es la fórmula electoral que transforma los votos de los ciudadanos en escaños para los partidos políticos. Un asunto humano como la política depende de una fórmula matemática que convierte votos en escaños y, tiene a menudo efectos políticos decisivos.

Desde el punto de vista estrictamente matemático las aplicaciones de la teoría de conjuntos y la combinatoria es evidente. Las coaliciones electorales se pueden introducir como aplicación de la teoría de conjuntos. El conjunto universal son los miembros del parlamento, los subconjuntos son los partidos políticos. Si una coalición es vencedora, entonces cualquier otro conjunto que la tenga como subconjunto será ganadora también. La c.g.m es la que no tiene como subconjunto a ninguna coalición ganadora más pequeña. Las coaliciones perdedoras son las complementarias de las ganadoras.

Claramente las distintas definiciones de índices de poder vienen muy bien para repasar la combinatoria más allá de las fórmulas tantas veces aprendidas de memoria y convencerles de la utilidad de la combinatoria.

En los textos Espinel (1998) y Pola (1993) se pueden encontrar actividades y sugerencias curriculares para trabajar los sistemas electorales con alumnos de secundaria obligatoria.

CJ INFORMACION Y REFLEXIÓN

Los contenidos descritos en el apartado II los hemos trabajado con estudiantes para profesores de primaria y secundaria y también con licenciados (de matemáticas, física, economía) que realizan el CCP (Curso de Cualificación Pedagógica). El proceso metodológico seguido en el aula, como ya se ha dicho, ha sido: problema real, modelo matemático y aplicaciones desde la realidad.

Para llevar al aula resulta útil tomar los datos de algunas elecciones recientes. Se intenta que el estudiante trabaje con los principales ingredientes: votos, número de escaños y partidos.

Otra de las actividades que han realizado los estudiantes para profesores es la lectura crítica. La idea es que no es lo mismo información que conocimiento. La prensa informa pero es el conocimiento el que nos permite aprovechar la información.

En los artículos de prensa y en los comentarios de la TV se observa falta de formación y desconocimiento de las fórmulas electorales y de los algoritmos de optimización que transforman votos en escaños.

A los estudiantes se les pide la lectura crítica de algunos artículos de prensa, debiendo contrastar si los comentarios de los periodistas están de acuerdo con los métodos matemáticos estudiados. Siguiendo con las elecciones en el País Vasco, recogemos a continuación parte del trabajo de un alumno. Se muestra el título del artículo (subrayado), selección de frases del artículo (en cursiva) y comentario del alumno que realizó este trabajo.

El difícil Gobierno vasco.

... composición de un Gobierno... La participación registró una cifra récord... la coalición nacionalista, por sí sola, suma más escaños, 33, que los dos grupos estatutistas o constitucionalistas, 19 más 13, igual a 32. El baile de escaños en los últimos puntos. ...el PNV ni siquiera necesita el apoyo de nadie... IU fuerza bisagra... tres diputados pasan a disponer de la llave mágica de dar mayoría absoluta.

Llamar a IU partido bisagra, desde el punto de vista matemático es absurdo. Los 36 escaños (33 + 3) no dan lugar a una coalición ganadora ni a mayoría absoluta. Lo que ocurre en este caso es que es prácticamente imposible que los otros partidos se unan para formar una coalición de bloqueo. En cuanto al baile de escaños, efectivamente la ley de D'Hont ocasiona que muy pocos votos determinen que un escaño vaya a un partido o a otro.

Lo que mandan las urnas

El porcentaje de votos obtenidos por unos y otros podría llevarnos a decir que no ha habido ni vencedores ni vencidos...muchos votantes de EH, han depositado su voto en el PNV... IU partido clave para ayudar al PNV a gobernar.

PNV un 42.7% de los votos, en número 599 746 votos y PP+PSOE un 40.8% (23+17.8), en número 574 837 (323 918 + 250 919). Como se ve una diferencia de votos que no llega a 15.000.

Números vascos

La mayoría de los comentaristas políticos son de letras. Saben muy poco de números y lo que saben lo aplican a su modo, es decir que utilizan las matemáticas para argumentar a posteriori opiniones ya establecidas.

Muy pocos echaron cuentas del crecimiento en los porcentaje de votos con relación a elecciones anteriores. ... ha crecido el porcentaje de votos, ... un 2% ...torpeza en el análisis... «trasvase de votos...en buena medida no ha habido tal trasvase...Los nuevos votantes. «tontos útiles»....han perdido en porcentaje de votos, aunque gracias a D'Hont hayan ganado un escaño...no ganó por mayoría absoluta.

Éste es el artículo más juicioso que he encontrado respecto a los comentarios matemáticos. Si se miran los datos de las elecciones, todas sus afirmaciones son ciertas.

Hay una cuestión interesante, que los analistas no señalan y es que el sistema electoral vasco situaba en 5% el porcentaje mínimo a alcanzar por una candidatura. Con el 3%, los partidos pequeños tienen menos posibilidades, así que se fusionan con otros antes de las elecciones, como es el caso de Unidad Alavesa.

Claramente, PNV y PSOE sí que dan una mayoría absoluta, 46 escaños, otra cuestión es que quieran colaborar.

La colaboración entre PP y PSOE, 32 escaños, no da la mayoría, ni siquiera con los 3 de IU, se quedan en 36. Y claro la alianza con EH resulta impensable.

Recogemos las reflexiones finales del alumno que realizó este trabajo:

- a) En general, llama la atención la cantidad de prensa escrita que se dedica a las elecciones vascas, y a pesar de que no llegan los votantes a dos millones. Posiblemente se deba al terrorismo, algo que no ocurre en otras comunidades autónomas.
- b) Los que predecían un cambio de gobierno se equivocaron. Las causas pueden ser varias: fallos en las encuestas de opinión, no considerar el aumento de porcentaje de votos con respecto a otras elecciones...
- c) Por otro lado, tenemos una "torre de babel" montada con las autonomías, en cuanto al modelo de reparto de diputados. Veamos sólo tres casos totalmente distintos.
 - El modelo vasco, como ya hemos dicho, reparte equitativamente 75 diputados entre los tres Territorios Históricos.
 - El modelo gallego reparte 71 entre cuatro provincias: 22 A Coruña, 19 Pontevedra, 15 Lugo y 15 Orense.
 - El sistema electoral canario reparte 60 y contempla la triple paridad: igual número de diputados entre Tenerife y Gran Canaria (15), entre las provincias de Santa Cruz de Tenerife y Las Palmas (30) y entre las islas capitalinas y no capitalinas (30). Actualmente se tramita una proposición de ley que incrementa el número de diputados a 66, tres más para cada una de las islas capitalinas, lo que rompe la paridad entre las islas capitalinas y no capitalinas.

Finalmente, apuntamos algunos comentarios de los alumnos en relación a la opinión que les merece los contenidos matemáticos y su "utilidad" como miembros de la sociedad. En general, los estudiantes consideran la ley de D'Hont poco justa pero como ha dicho alguien consideran que *"lo bueno de la democracia es que el mundo no se hunde al día siguiente"*. En cuanto a las coaliciones estiman que es un estudio del poder eminentemente numérico, mientras que en la práctica funcionan más las coaliciones por afinidades políticas. Sin embargo, les ha gustado conocer, como parte de su formación cultural, el tema del reparto de poder en la Unión Europea y el poder de veto en organismos como la ONU (Espinel, 1999a).

Bibliografía

- BALINSKI, M.; RAMÍREZ, V. (1996). El problema del reparto proporcional de escaños. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*. 8, 3-34.
- COMAP (1999). *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Addison - Wesley / Universidad Autónoma de Madrid.
- ESPINEL, M. C. y otros (1998). *Matemáticas para nuestro tiempo*. Cuadernos de Aula. Matemáticas. Secundaria. Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias.
- ESPINEL, M. C.; BRUNO, A.; GARCÍA, J. A. (1995). Diagramas para visualizar desigualdades y clasificaciones. *Uno*, 5, 57-66.
- ESPINEL, M. C. (1999a). El poder y las coaliciones. *Suma*. 31, 109-117.
- ESPINEL, M. C. (1999b). Sistema de reparto de poder en las elecciones locales. *Números*. 39, 13-19.
- ESPINEL, M. C. (2000a). El poder de las coaliciones en algunas instituciones. *Uno*. 23, 57-67.
- ESPINEL, M. C. (2000b). Elecciones y matemáticas. *Las matemáticas del siglo XX*. *Números*, 43 y 44, 381-384.
- NORTES CHECA, A. (2001). Matemáticas electorales: desproporcionalidad y alianzas. *Suma*, 36, 43-49.
- RAMÍREZ, V. (1991). Fórmulas electorales basadas en sucesiones de divisores. *Suma*. 7, 29-38.
- POLA, A. (1993). *Matemáticas en sondeos y sistema electorales*. Sugerencia Curriculares. ICE, Universidad de Zaragoza.



PRESENTE Y FUTURO DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

Carmen Batanero Bernabeu

*Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada
batanero@ugr.es, <http://www.ugr.es/local/batanero>*

1. Introducció

En los últimos años la enseñanza de la estadística se ha incorporado, de forma generalizada, en la escuela, institutos y diferentes carreras universitarias en España y muchos otros países, debido a su carácter instrumental para otras disciplinas y a su importancia en una sociedad caracterizada por la disponibilidad de información.

Entendemos por educación estadística el campo de innovación, desarrollo e investigación, constituido por todas aquellas personas (educadores estadísticos) que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso o las actitudes hacia la estadística. Estas tareas no sólo son desarrolladas por los profesores, sino por los propios estadísticos teóricos y aplicados, cuando tratan de presentar a otros sus trabajos, de explicar a un cliente un tipo de análisis o de difundir los resultados de un estudio, y de este modo la educación estadística envuelve y se difunde a través de la práctica de la estadística, como un todo.

Puesto que la estadística no es sólo una colección de conceptos y técnicas, sino, sobre todo, una forma de razonar (el razonamiento que en situaciones de incertidumbre permite realizar inferencias y guiar la toma de decisiones a partir de los datos), no es sencillo enseñar esta materia a niños y jóvenes frecuentemente desmotivados y con pocos conocimientos matemáticos. Los profesionales estadísticos, profesores, diseñadores curriculares, responsables de instituciones educativas, psicólogos del aprendizaje, padres y otras personas interesadas por la enseñanza y el aprendizaje han sentido la necesidad de asociarse, y tratar de compartir sus preocupaciones, ideas y soluciones.

En esta ponencia comenzaré describiendo brevemente el surgimiento de la educación estadística que se concreta oficialmente en la creación de IASE (la Sociedad internacional para la Enseñanza de la Estadística). Seguidamente justificaré la necesidad de introducir la estadística desde la escuela, haciendo también un análisis sobre la renovación de los métodos de enseñanza que se propone desde la investigación educativa. Finalizaré describiendo algunas iniciativas recientes para impulsar la educación y difusión de la estadística, emprendida desde los organismos oficiales de estadística, argumentando la necesidad de cooperación entre estas instituciones y las educativas. para conseguir una sociedad estadísticamente culta.

2. El Instituto Internacional de Estadística y la Sociedad Internacional de Educación Estadística

Algunas personas podrían pensar que la enseñanza de la estadística sólo interesa a los profesores, o bien a los investigadores que trabajan en departamentos de educación o de didáctica de la matemática. Esta es una creencia errónea, puesto que la educación estadística ha surgido desde la misma estadística y podemos encontrar "educadores estadísticos" en psicología, economía, medicina, ingeniería y otras áreas.

La educación estadística ha sido un importante foco de interés del Instituto Internacional de Estadística (ISI) desde su fundación en 1885, que se concretó oficialmente en 1948, cuando el ISI establece el Comité de Educación, encargado de promover la formación estadística a nivel internacional, colaborando, para este fin, con la UNESCO y otros organismos internacionales, y marcando el comienzo de un programa sistemático de apoyo a la educación (Vere-Jones, 1997. Batanero, 2000).

Al finalizar la segunda guerra mundial, fueron destruidos gran parte de los archivos estadísticos en los países participantes. Un objetivo común a las Naciones Unidas y al ISI era mejorar la información estadística disponible, para contribuir a la recuperación económica. En particular en los países en desarrollo había una urgente necesidad de preparar suficiente número de técnicos estadísticos. Una responsabilidad del Comité de Educación fue desarrollar las primeras diplomaturas y licenciaturas en estadística en los que se formarían los profesores y técnicos estadísticos. Con este mismo fin se crearon los Centros Internacionales de Educación Estadística en Calcuta y Beirut, para atender las necesidades formativas de los países de su respectivo entorno geográfico (Rozga, 1993). Asimismo, el Comité ha colaborado en la producción y difusión de ayudas para la enseñanza, por ejemplo la preparación de libros de texto universitarios, de bibliografías específicas y diccionarios de términos estadísticos.

Subcomités especiales se dedicaron a impulsar la introducción de la estadística en las escuelas, el papel de la mujer en la estadística, y la promoción de conferencias sobre la educación estadística, dando origen, en particular, a los ICOTS (International Conference on Teaching of Statistics) que se iniciaron en 1982 en la Universidad de

Sheffield y han continuado cada cuatro años. Otro tipo de conferencias iniciadas por el Comité de Educación, que ahora se celebran como conferencias satélites del ICME (International Congress of Mathematics Education), son las Round Table Conference sobre temas específicos de educación estadística, que han sido los siguientes: «Estadística en la escuela» (en las conferencias de Viena, 1973; Varsovia, 1975 y Calcuta, 1977), «La enseñanza universitaria de la estadística en los países en vías de desarrollo» (celebrada en La Haya, 1968), «Enseñanza de la estadística y ordenadores», (en las conferencias de Oisterwijk, 1970 y Camberra, 1984), y «Formación de profesores» (celebrada en Budapest, 1988).

La puesta en marcha en el Centro de Educación Estadística de la Universidad de Sheffield de la revista Teaching Statistics en 1979 dirigida a los profesores, y el éxito de la misma, mostró el interés de los educadores por los aspectos didácticos y la necesidad de compartir y discutir los problemas educativos.

En 1991 el ISI decide crear una nueva sección, a la que se transferirían las responsabilidades y objetivos que hasta entonces había tenido el Comité de Educación. Nace así IASE (International Association for Statistical Education, <http://www.cbs.nl/isi/iase.htm>), con igualdad de derechos y obligaciones que el resto de las secciones del Instituto, participando en la elaboración de sus revistas y organización de sus Sesiones bianuales, contribuyendo a su financiación y teniendo representación en sus organismos directivos. IASE se plantea el desarrollo y mejora de la educación estadística en el ámbito internacional. Sus miembros son personas interesadas en la enseñanza de la estadística en cualquiera de los niveles educativos, el desarrollo de software estadístico, la enseñanza de la estadística en empresas o industria, preparación de expertos estadísticos para las unidades estadísticas en el gobierno y el desarrollo curricular, libros de texto y materiales didácticos. Como indica Hawkins (1999), la Sociedad tiene un triple objetivo:

- Como organización profesional, proporciona un foro de discusión para todos los que de algún modo se interesan por la educación estadística.
- Como sociedad de investigación, se encamina hacia la constitución de una disciplina autónoma.
- Al ser el brazo educativo del ISI, toma el liderazgo en las cuestiones sobre educación estadística y promueve la educación estadística, especialmente en los países en desarrollo.

Esta sociedad, asumió la organización de las conferencias ICOTS-4 (Marrakech, 1994), ICOTS-5 (Singapur, 1998), la Round Table Conference de Quebec sobre «Enseñanza del análisis de datos» (Pereira-Mendoza, 1993), la de Granada sobre «Impacto de las nuevas tecnologías en la investigación» (Garfield y Burrill, 1997) y la de Tokio sobre «Formación de investigadores en el uso de la estadística» (Batanero, 2001). En la actualidad se prepara el ICOTS-6 en el 2002 en Durban, Sudáfrica (<http://www.beeri.org.il/icots6/>).

Se han organizado además la Primera Reunión Científica de IASE en Perugia, 1993, la Segunda Reunión Científica de IASE en El Cairo en 1994 y la IASE Satellite Conference on Statistical Literacy en Seúl, 2001. IASE ha realizado presentaciones de su trabajo en otras conferencias con sesiones de educación estadística como la Conferencia sobre estadística computacional y educación estadística, Tartu, Estonia, 1996, Conferencia conjunta de IAOS/IASS, Aguas Calientes, México, 1998, la IV Conferencia Internacional Iraní de Estadística, Teherán, 1998, IV Conferencia de Sociedades Latinoamericanas de Estadística, Mendoza, Argentina, 1999; VI Conferencia de Sociedades Islámicas de Estadística, Islamabad, Pakistán, 1999, Conferencia Internacional sobre Experiencias y Perspectivas en la Enseñanza de la Estadística, Florianópolis, Brasil, 1999, Encuentro sobre la Enseñanza de la Estadística, Lisboa, 2000, XXV Jornadas Nacionales de la Sociedad Estadística Chilena, Valdivia, Chile, 2000, y en la presente conferencia.

IASE ha promovido la publicación de libros, entre los cuales los más recientes son la colección de trabajos sobre estadística presentados en ICME 8, las Actas de la Conferencia sobre Educación Estadística y Estadística Computacional (Tiit, 1997) y The Assessment Challenge in Statistics Education (Gal y Garfield, 1997), que discute los problemas teóricos y prácticos de la evaluación del razonamiento estadístico y los libros derivados de los congresos ICOTS y las Round Table Conferences. Estas publicaciones complementan las revistas de IASE (IASE Review, SERN Newsletter) y páginas en otras revistas de ISI o de educación estadística.

Asimismo IASE organiza grupos de trabajo dentro de las conferencias bianuales del ISI, habiendo organizado 11 grupos de trabajo para la 53 Sesión del ISI (Seul, 1999) que han abarcado la colaboración de IASE con los países en desarrollo, el futuro de la educación estadística, la formación de profesores, los programas de pregrado y postgrado, la tecnología, la investigación, el papel de las mujeres en la educación estadística, educación

estadística e Internet la visualización, el uso de datos estadísticos oficiales en la enseñanza. Finalmente la sociedad ha aceptado la coordinación del comité encargado del World Numeracy Project, un proyecto global de apoyo a la educación estadística.

La IASE no es la única asociación interesada por la enseñanza de la estadística. Otras sociedades de estadística o de educación están también organizando secciones específicas de educación estadística, como, por ejemplo, la ASA (American Statistical Association), AERA (American Educational Research Association), Royal Statistical Society, en Inglaterra, la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Psychology of Mathematics Education Group.

Un indicador del interés por la investigación, es el Statistical Education Research Group, subgrupo de IASE formado por más de 250 investigadores de unos 40 países, que se conectan a través del correo electrónico e intercambian información por medio de la IASE Statistical Education Research Newsletter (<http://www.ugr.es/local/batanero/sergroup.htm>), distribuida electrónicamente a través de Internet y editada en Granada. Recientemente se edita una versión castellana reducida de esta Newsletter, Hipótesis Alternativa, disponible en <http://www.ugr.es/local/batanero/>.

Las revistas orientadas a los profesores de estadística sugieren también la existencia de una problemática docente y de un interés de los profesores por mejorar su acción docente. El mejor exponente lo tenemos en Teaching Statistics, que ha cumplido ya 23 años de existencia durante los cuales se ha ido desarrollando y adquiriendo una identidad y calidad internacional reconocida. Además de los artículos sobre temas didácticos, la versión actual incluye temas históricos, curriculares, resúmenes de investigación, actividades para el aula, análisis de software y libros, bancos de datos con orientaciones para su uso en clase y las páginas centrales editadas por el IASE con noticias de la sociedad. Otras revistas similares son Induzioni en Italia y Stochatik in der Schule, en Alemania, y Journal of Statistical Education (<http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/>), que es una revista de educación estadística en el ámbito universitario con un servidor de educación estadística asociado. Algunas de las asociaciones que hemos nombrado preparan boletines de noticias que distribuyen por Internet.

3. La Estadística en la Escuela

El Instituto Internacional de Estadística apoyó decididamente la enseñanza de la estadística en las escuelas organizando conferencias específicas sobre el tema, ya desde 1973. Esta labor ha dado sus frutos y el estudio de la estadística y probabilidad comienza actualmente desde la escuela primaria en muchos países (véase, por ejemplo, los recientes estándares del NCTM, 2000). Las razones para el interés hacia la enseñanza de la estadística han sido repetidamente señaladas por diversos autores, desde comienzos de la década de los ochenta. Por ejemplo en Holmes (1980) encontramos las siguientes:

- La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.
- Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
- Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.
- Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

Otro aspecto señalado por Fischbein (1975) es el carácter exclusivamente determinista que el currículo de matemáticas tuvo hasta 1975, y la necesidad de mostrar al alumno una imagen más equilibrada de la realidad, en la que hay una fuerte presencia de fenómenos aleatorios. Más recientemente, Begg (1997) señala que la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de ordenadores, trabajo cooperativo y en grupo, a las que se da hoy gran importancia.

El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en "estadísticos aficionados" puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta

materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, "que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante" (Gal, en prensa, p. 3 del manuscrito).

Como señala Ottaviani (1998):

"se reconoce a nivel internacional que la UNESCO implementa políticas de desarrollo económico y cultural para todas las naciones que incluyen no solo la alfabetización básica, sino la numérica. Por ello los estadísticos sienten la necesidad de difusión de la estadística, no solo como una técnica para tratar los datos cuantitativos, sino como una cultura, en términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos" (p. 1).

Por nuestra parte, consideramos que son dos los fines fundamentales de la enseñanza de la estadística en la escuela:

- Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de la estadística en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la estadística ha contribuido a su desarrollo.
- Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones.

Los organismos responsables de la producción de las estadísticas (institutos y agencias oficiales, centros de investigación o producción) necesitan la colaboración de los ciudadanos en el proceso de recolección de datos. Ningún método estadístico, por eficiente, adecuado y potente que sea puede producir resultados útiles a partir de datos no fiables. Es preciso mejorar la imagen pública de la estadística, que se identifica con frecuencia con una manipulación de datos de acuerdo a los intereses de la persona o grupo que realiza el estudio (Campbell, 1974).

Debido a la presión de la vida moderna y falta de tiempo, todos nos hemos sentido tentados de responder lo más rápidamente posible, cuando se nos solicita colaborar en una encuesta e incluso a veces tratamos de evadirnos. Es importante hacer consciente a todos los ciudadanos de los problemas que pueden surgir por la no respuesta, la no veracidad o la información faltante. Debemos también aumentar su confianza en los productores de estadística, en la confidencialidad de la información y mostrarles como su colaboración en el proceso de una encuesta podrá servir para tomar decisiones acertadas que reviertan en su propio beneficio y en el desarrollo global. Como señala McDonald (2001), "para mantener altas tasas de respuesta y con ello conseguir datos de alta calidad, una oficina estadística necesita la confianza del público, y en particular de los que son encuestados" (p. 121).

Por otro lado, en estadística trabajamos con un proceso inductivo tratando de realizar inferencias a partir de una muestra (siempre limitada) de datos. Nuestro conocimiento es falible (incluso aquel obtenido por razonamiento deductivo a partir de un sistema de axiomas, puesto que estos sólo son provisionalmente válidos). Es por ello que los sucesos improbables (acertar la lotería o tener un accidente) ocurren, a pesar de su baja probabilidad. Pero la estadística es la mejor herramienta con la que contamos en la actualidad para disminuir en algún modo la incertidumbre del mundo en que vivimos y tratar de separar los fenómenos causales, de la variabilidad aleatoria. Si logramos que los alumnos lleguen a comprender esto, habremos dado un paso de gigante hacia la sociedad estadísticamente culta.

Sin embargo, la investigación sobre el razonamiento humano en situaciones de incertidumbre, y en particular trabajos como los recogidos en Kahneman, Slovic y Tversky (1982) muestran que las intuiciones en el campo de la probabilidad y estadística nos engañan con frecuencia. Al enfrentarnos a las situaciones cotidianas y tareas profesionales en que es preciso tomar decisiones basadas en la evaluación de probabilidades utilizamos heurísticas inconscientes que nos llevan a suprimir una parte de la información y producen decisiones sesgadas. Estas heurísticas explican sesgos tan extendidos como la falacia del jugador (esperar que cuando jugamos con una moneda u otro juego de azar, cada vez que obtenemos una pérdida, aumenta nuestra probabilidad de ganar en la próxima jugada). Puesto que las investigaciones psicológicas sugieren que las intuiciones erróneas no se corrigen con una mera enseñanza expositiva, ni tampoco con la ejercitación en el cálculo o en la resolución de problemas rutinarios, será necesario que la introducción de la estadística en las escuelas vaya acompañada de una renovación de los métodos de enseñanza, para que llegue a ser realmente efectiva.

4. Aprendizaje y Enseñanza de la Estadística

Puesto que no tenemos teorías específicas sobre el aprendizaje de la estadística, deberemos acercarnos al área que nos es más próxima y analizar las tendencias recientes sobre la enseñanza de las matemáticas, al tratar de renovar la enseñanza de la estadística. Estas teorías están basadas en la visión actual dentro de la filosofía de la matemática, que la consideran como construcción humana, fruto de la necesidad de resolver problemas en campos externos o internos a la matemática; los objetos matemáticos (conceptos, teoremas, procedimientos) no son eternos e inmutables; por el contrario, serían consecuencia de un proceso de negociación social y están sujetos a evolución.

Por ejemplo, según Plackett (1970), el origen de la idea de media aritmética está en el trabajo de los astrónomos de Babilonia para resolver el problema de estimar los valores desconocidos de ciertas magnitudes (duración de las estaciones; posición relativa de cuerpos celestes, etc.), en presencia de errores de medida. A partir de una serie de observaciones repetidas, tomaron como mejor estimación la suma total de las observaciones dividida por el número de datos, porque el valor obtenido al realizar dicha operación compensa las diferencias positivas y negativas respecto al resultado y hace mínima la suma de cuadrados de estas desviaciones. Esta operación (de promediar) se ha conservado hasta nuestros días y se ha generalizado progresivamente, introduciendo notaciones para referirnos a los datos y las acciones que realizamos con los mismos, por ejemplo, la expresión (1), en la que el valor n es genérico (se puede considerar un número cualquiera de sumandos) y la variable x puede ser cualquier tipo de magnitud.

$$(1) \quad x = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

Es característico de la actividad matemática extender las soluciones a otros ejemplos, diferentes de la situación concreta particular. Nosotros podríamos generalizar la expresión (1) para un el caso de una variable aleatoria discreta o continua, llegando a la idea de esperanza matemática:

$$(2) \quad E(\xi) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = \mu$$

$$(3) \quad E(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \mu$$

Asimismo, a lo largo de la historia, hemos extendido la idea de promedio (momentos, medias de las distribuciones condicionales o marginales,...) y encontrado una variedad de problemas para los cuales esta idea podría proporcionar una buena solución. Sólo en una etapa posterior, los matemáticos se interesarán por el objeto media en sí mismo, analizando sus propiedades y relacionándolo con otros conceptos.

4.1. Constructivismo

La génesis histórica de los conceptos tiene su paralelismo en el aprendizaje de los mismos, que también es un proceso gradual y es por ello paradójico que la enseñanza siga con frecuencia un proceso contrario al de la construcción histórica. En nuestras clases solemos dar una gran importancia a los conceptos, proposiciones y teoremas (a nivel universitario, las clases teóricas son las más importantes, impartidas generalmente por el profesor con mayor experiencia). Los problemas y aplicaciones se consideran sólo un apéndice, suponiendo que si el alumno comprende la teoría será capaz de resolver los problemas que les planteemos. Esta creencia es hoy rebatida por los psicólogos educativos, sobre todo en relación a niños y adolescentes.

Piaget postula que, además del desarrollo físico, son necesarios para el aprendizaje la experiencia adquirida en forma activa, las interacciones o transmisiones sociales y la resolución de situaciones problemáticas. El conocimiento es construido activamente por el sujeto y no recibido pasivamente del entorno. El sujeto trata de adaptarse al mundo que le rodea y cuando una idea nueva se presenta sobre otras ya existentes se crea un «conflicto cognitivo» o «desequilibrio» en su estado mental, que se resuelve mediante un proceso de «equilibración» (asimilación y acomodación). Mediante la asimilación el niño acepta la nueva idea y mediante la acomodación toda su estructura cognitiva se modifica para adaptarse al nuevo conocimiento (Piaget e Inhelder, 1951).

4.2. Las Herramientas Semióticas

Otra influencia muy fuerte en educación viene de Vigostky, quien basa su teoría del aprendizaje en la actividad, considerando que el sujeto no sólo responde a los estímulos que le proporcionamos sino que actúa sobre ellos y los transforma, usando instrumentos mediadores de dos tipos: herramientas y símbolos (o signos). Las herramientas y signos son productos culturales y el niño necesita de la interacción social para descubrir su función.

La herramienta actúa sobre el estímulo y lo modifica. El signo es un producto cultural, que actúa como mediador entre la persona y el entorno y no modifica el estímulo, sino a la persona que lo usa como mediador, puesto que el símbolo permite referirse a un objeto o acción, y con ello interiorizarlo, así como compartir su significado con otros. Las funciones psicológicas superiores, aparecen primero como actividad social o inter-psicológica y sólo en una segunda etapa como actividad individual o intra- psicológica. El aprendizaje consiste en la interiorización progresiva de instrumentos mediadores. Vygotsky (1962) diferencia dos niveles de desarrollo de la persona:

1. El desarrollo efectivo que es lo que el individuo es capaz de hacer por sí mismo, sin ayuda de mediadores externos o personas, es decir con los mediadores ya interiorizados;
2. El desarrollo potencial que es lo que se es capaz de hacer con la ayuda de otras personas o mediadores externos. La diferencia entre estos dos niveles de desarrollo es la zona de desarrollo potencial.

Todo un colectivo de investigadores basan sus trabajos en estas teorías y otras derivadas de ellas y enfatizan el papel del trabajo colectivo de los alumnos con situaciones problemáticas y la importancia de sus interacciones para lograr un progreso en el aprendizaje. Por ejemplo Carvalho (2001) muestra el interés del trabajo de los alumnos en parejas con situaciones que no les resultan inmediatamente accesibles y cómo este trabajo permite el progreso en el aprendizaje de la estadística no sólo del alumno que tenía menos conocimientos iniciales, sino también de su compañero.

4.3. Las Situaciones Didácticas

Las teorías anteriores son generales, para cualquier tipo de conocimiento que se quiera transmitir. El carácter específico del conocimiento matemático y la importancia particular de las situaciones que se empleen en la enseñanza y la gestión de las mismas por parte del profesor son subrayadas por Brousseau (1986). Para este autor, en una situación didáctica hay que considerar el grupo de alumnos y el profesor, así como el medio didáctico – que incluye los problemas, materiales e instrumentos que el profesor proporciona a los alumnos, con el fin específico de ayudarlos a reconstruir un cierto conocimiento. Para lograr el aprendizaje el alumno debe interesarse personalmente por la resolución del problema planteado en la situación didáctica. Se diferencian cuatro tipos de situaciones didácticas:

- Situación de acción, donde se indagan posibles soluciones para el problema planteado.
- Situaciones de formulación/comunicación: en las que el alumno debe explicar oralmente o por escrito para otra persona la solución hallada, lo que le hace usar el lenguaje matemático.
- Situaciones de validación: donde se pide a los alumnos las pruebas de que su solución es la correcta. En caso de que no sea así, el debate con los compañeros les permite descubrir los puntos erróneos.
- Situaciones de institucionalización: tienen como fin dar un estatuto «oficial» al nuevo conocimiento aparecido, ponerse de acuerdo en la nomenclatura, formulación, propiedades, para que pueda ser usado en el trabajo posterior.

Para Brousseau, el trabajo intelectual del alumno debe ser en ciertos momentos comparable al de los propios matemáticos, y por ello debería tener oportunidad de investigar sobre problemas a su alcance, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, intercambiar sus ideas con otros, reconocer las que son conformes con la cultura matemática, adoptar las ideas que le sean útiles.

4.4. Significado y comprensión

Si las situaciones didácticas son fundamentales para el aprendizaje, es claro que cuando tratamos de enseñar un cierto contenido (por ejemplo, un concepto, como la media, o una parte de la estadística, como el análisis de la varianza) y nos preguntamos por la comprensión lograda por los alumnos es fundamental analizar cuál es el significado de lo que tratamos de enseñar y cuáles son sus componentes. Esta problemática la plantea Godino (1996; 1999), quien identifica diferentes tipos de elementos en el significado de la media u otro objeto matemático (concepto, teoría):

- El campo de problemas de donde surge el objeto. Ejemplos, para el caso de la media serían el problema de estimar una cantidad desconocida a partir de varias observaciones, o conseguir un reparto equitativo para una cierta variable.
- Los algoritmos y estrategias empleados en la solución de problemas, como sumar una serie de valores y dividir por el número de sumandos, encontrar el valor más frecuente en una tabla de frecuencias, calcular las frecuencias acumuladas y hallar el valor al que corresponde la mitad del número total de datos, o integrar el producto de la variable por la función de densidad en un cierto dominio;
- Representaciones: Las palabras símbolos, gráficos, que sirven para referirse al objeto abstracto; como los términos «media», «valor medio», «promedio», $E(X)$, \bar{x} , μ , $\int f(x)dx$;
- Elementos conceptuales: Las definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos. Por ejemplo, que la suma de las desviaciones de cada valor a la media es igual a cero; que es un estimador no robusto, etc.
- Las demostraciones y argumentos que empleamos para probar las propiedades del concepto y para mostrar a otras personas la solución de los problemas.

El significado de un concepto, procedimiento u otro objeto estadístico, es por tanto complejo y estructurado en un conjunto de relaciones entre los diferentes componentes. Es preciso también reconocer que en diferentes instituciones se dota a un mismo objeto (como la media) de diferentes significados. Así, mientras que en la escuela primaria se considera que un alumno comprende bien la media si es capaz de definirla, calcular la media de un pequeño número de datos no agrupados y aplicarla en problemas sencillos, para los estudiantes de la universidad pedimos una comprensión mucho más amplia que abarque otras propiedades y generalizaciones (tales como las ideas de esperanza matemática o momentos), así como su aplicación en una serie de modelos estadísticos, como los contrastes de hipótesis o los modelos lineales.

Puesto que un alumno (en general un sujeto) que es miembro de una cierta institución puede asignar al objeto un significado que no está de acuerdo con el admitido como correcto en dicha institución, Godino (1996) diferencia entre significados personales e institucionales de los objetos matemáticos. La función de la enseñanza es lograr el acoplamiento progresivo de los significados personales e institucionales.

Las anteriores teorías señalan la conveniencia de cambiar el enfoque tradicional expositivo en la clase de estadística, abandonar el énfasis excesivo en los aspectos teóricos y reforzar el trabajo práctico en pequeños grupos de alumnos, a partir de los problemas que dan sentido a los conceptos. Es importante también incrementar la capacidad argumentativa, la comprensión de las diferentes representaciones y el cambio de una representación a otra.

Estas recomendaciones coinciden plenamente con la esencia actual de la estadística, que no se limita al paradigma clásico de confirmación de hipótesis formuladas antes de recoger los datos, sino que es también un instrumento de exploración y descubrimiento. Puesto que los ordenadores actualmente hacen innecesario que los alumnos empleen largas horas en aprender los algoritmos de cálculo o la elaboración manual de gráficos, es posible concentrarse en los restantes elementos del significado de los objetos estadísticos; propiedades, representaciones, problemas y argumentaciones. Creemos, por ello que en la escuela debe propiciarse la filosofía del análisis exploratorio de datos y el trabajo con proyectos que permita dotar de un significado más completo a los conceptos estadísticos, a partir de situaciones variadas conectadas con otras áreas curriculares o con los intereses de los estudiantes.

Este tipo de metodología es también muy apropiada en los primeros cursos universitarios, sobre todo al trabajar con alumnos con escasos conocimientos iniciales. En la investigación de Tauber (2001) sobre la enseñanza de la distribución normal con un enfoque intuitivo, basado en los proyectos de análisis de datos y el uso de ordenadores, los alumnos participantes finalmente alcanzaron una comprensión intuitiva de gran parte de los elementos de significado de la distribución normal, incluso aquellos que estudiaban estadística por primera vez.

5. Estadísticas Oficiales y Enseñanza de la Estadística

El análisis exploratorio de datos y el trabajo con proyectos implica la necesidad de buscar situaciones y conjuntos de datos que puedan motivar a los alumnos. El profesor podría obtener estos datos en la clase, a partir de experimentos (como medir el tiempo de reacción de cada alumno varias veces, para analizar si la práctica ayuda a mejorar) o mediciones (medir las marcas de cada alumno en varias pruebas deportivas a comienzo y final de cursos, para ver si el entrenamiento en educación física fue efectivo).

También pueden obtenerse los datos a partir de la prensa u otros medios de comunicación, de los libros de texto en otras asignaturas, a partir de la simulación u observación de experimentos aleatorios, de los anuarios estadísticos o de la Internet. En los últimos años, distintas sociedades, grupos de investigación, personas particulares y organismos oficiales están poniendo en la red una gran cantidad de recursos didácticos para la enseñanza de la estadística, incluyendo libros, software, y colecciones de datos (Batanero, 1998; Galmacci, 2001). En la página web de IASE y en la de nuestro grupo de investigación (www.ugr.es/local/batanero) incluimos referencias actualizadas a servidores que contienen colecciones de datos y otros recursos para la educación estadística.

Los institutos de estadística no son una excepción a esta tendencia y en los últimos años están desarrollando servidores que contienen información estadística actualizada sobre los principales indicadores económicos y sociales. Al mismo tiempo aumenta sus actividades de difusión y su preocupación por la enseñanza en los diferentes niveles educativos, incluyendo la formación continua de sus propios trabajadores, quienes necesitan una continua puesta al día en los nuevos métodos estadísticos y a su vez plantean y resuelven problemas que hacen avanzar la propia ciencia estadística.

Como señaló Cheung (1998) en su conferencia de apertura de ICOTS- 5, la nueva economía y la globalización han planteado inmensas dificultades a los organismos oficiales de estadística, a la vez que han hecho aparecer nuevas áreas de investigación en estadística. Con la transición de las actividades económicas tangibles a las intangibles (servicios) la medición y seguimiento de la nueva economía ha crecido en dificultad, se precisa más información y el desarrollo de nuevas clasificaciones, conceptos y metodologías. La globalización, que incrementa el flujo del intercambio internacional, hace que no sea suficiente el seguimiento de la economía regional o nacional, sino comprender y seguir los flujos internacionales de comercio e inversiones, ya que una crisis en cualquier lugar del planeta puede tener efectos inesperados sobre otras economías o políticas.

Los desarrollos recientes en las estadísticas oficiales plantean también desafíos a la educación estadística que ésta debe asumir. Un primer desafío es la formación de los estadísticos oficiales. Aunque no suele haber una educación formal (licenciatura o postgrado) destinada específicamente a este fin, el Instituto Internacional de Estadística, organiza seminarios específicos (Van den Broecke, 1998) y trata de establecer vínculos con los estadísticos oficiales a través de otra de sus secciones, la IAOS (International Association for Official Statistics). Otras instituciones (Ntozi y Kibirige, 1993; Teeken, 1998) también organizan cursos destinados a la formación permanente de los responsables estadísticos y a su actualización en los nuevos modelos y desarrollos de la estadística.

Formar a los estadísticos oficiales, no es sin embargo suficiente. La sociedad de la información se apoya cada vez más en la estadística y los organismos oficiales requieren que los empresarios, profesionales y científicos que serán los usuarios de las estadísticas que ellos producen adquieran una formación adecuada. Cheung (1998) señala que es preciso que los estudiantes que salgan de la universidad y formación profesional, comprendan las bases del muestreo y la teoría estadística, pero esto no es bastante (aunque si necesario) para enfrentarse al mercado de trabajo futuro. Es crucial que la enseñanza enfatice las habilidades analíticas, más allá del cálculo y la aplicación de "recetas". Los estudiantes deben desarrollar un sentido de los datos, la habilidad de reconocer patrones y formular modelos. Una gran parte de la práctica estadística del futuro está

ligada a las tecnologías de la información, de modo que los estudiantes deben desarrollar la capacidad de manejo e integración de bases de datos, así como usar estas tecnologías para la explotación y difusión de sus resultados.

Finalmente, la estadística producida por los organismos oficiales debe llegar en forma comprensible a todos los ciudadanos. Cox (1997) sugiere que las organizaciones estadísticas oficiales por un lado ponen el énfasis en la provisión de información y consejo para el uso del gobierno y uso profesional y en investigación, pero por otro se interesan en proporcionar información a la sociedad, como un todo. Para este autor, "la apreciación pública de los principios generales en la interpretación de la evidencia, falta en muchos aspectos de los artículos en la prensa y programas de radio y televisión",..."La información, a veces sensacionalista de los resultados de pequeños estudios médicos frecuentemente mal diseñados es especialmente preocupante" (p. 273).

Esta preocupación de hacer comprensible la estadística a todos los ciudadanos está llevando a los institutos y organismos productores de estadística a implicarse de una forma activa y creciente en el desarrollo y difusión de recursos para la enseñanza. Un buen ejemplo lo tenemos en el Proyecto ALEA (Campos y cols., 2001) que

se presenta en estas mismas jornadas, en los que se proporciona instrumentos de apoyo para la enseñanza de la estadística para alumnos y profesores de enseñanza primaria y secundaria (<http://alea-estp.ine.pt>). Asimismo se organizan los mini-censos escolares, con la doble finalidad de dar a conocer a los alumnos lo que es un censo, el tipo de información recogida y cómo es procesada, y, por otro, aumentar el interés y colaboración de los padres y en general de los ciudadanos, en la elaboración del censo. Como indican los autores, el proyecto refleja la preocupación por la formación de los profesores que actualmente enseñan la estadística, y por la necesidad de que la enseñanza de la estadística esté centrada en los datos y no en la matemática.

Proyectos similares han sido desarrollados en relación con el censo 2001 en otros países; por ejemplo, en el Reino Unido, se está desarrollando un proyecto internacional en el que los niños contestaron un cuestionario (el censo escolar) en Noviembre, 2000, enviando sus respuestas electrónicamente a una base de datos nacional, siguiendo un proceso paralelo al censo de los adultos que se llevó a cabo en Abril, 2001. En la actualidad se han incorporado otros países como Italia, Sudáfrica, Australia y Nueva Zelanda, quienes, realizan en la escuela actividades de comparación del censo escolar en los países participantes, y preparan materiales didácticos, recursos y actividades para la enseñanza de la estadística, basadas en el proyecto. Toda esta información es periódicamente actualizada en la página del proyecto (<http://www.censusatschool.ntu.ac.uk/>) que remite también a los servidores locales del proyecto en cada uno de los países participantes y otra serie de recursos para la educación.

6. Reflexiones Finales

Es indiscutible que el siglo XX ha sido el siglo de la estadística, que ha pasado a considerarse una de las ciencias metodológicas fundamentales y base del método científico experimental. La enseñanza de la estadística, sin embargo, no parece seguir el mismo camino, a pesar de que Cox (1997) señala que en la última década ha habido un aumento particular del uso de ideas estadísticas en diferentes disciplinas, que se observa en las revistas científicas y en la creciente implicación de los estadísticos en los equipos de trabajo interdisciplinario. Sin embargo, en la reciente conferencia organizada por IASE sobre la formación de investigadores (Batanero, 2001) se puso de manifiesto que la estadística se usa incorrectamente, no se comprenden conceptos aparentemente elementales y no hay una valoración suficiente del trabajo del estadístico, dentro de los equipos de investigación.

Pensamos que esto indica la existencia de una problemática educativa que tiene su raíz en que la incorporación de la estadística desde la escuela, no es todavía un hecho. Aunque los currículos de Educación Primaria y Secundaria la incluyen, los profesores suelen dejar este tema para el final del programa y con frecuencia lo omiten. Los alumnos llegan a la universidad sin los conocimientos básicos y es preciso comenzar el programa repitiendo los contenidos de estadística descriptiva y cálculo de probabilidades que debieran haber asimilado en la escuela.

Los profesores universitarios, que deben tratar de llegar a la inferencia estadística- al menos a sus comienzos- ya que ésta parte es la que verdaderamente les resultará de mayor utilidad a los alumnos, han de acelerar las explicaciones, suprimir las actividades prácticas y gran parte de las demostraciones o razonamientos que podrían llevar al alumno a comprender mejor la metodología de la estadística. El alumno no puede asimilar el contenido en un tiempo tan limitado y sólo consigue un aprendizaje memorístico que será incapaz de aplicar en su futura vida profesional. Todos estos problemas se agravan por la masificación de los cursos y la falta de recursos (como laboratorios de informática o profesores ayudantes) que permitan una atención más personalizada y una enseñanza más aplicada de la estadística. No es de extrañar que los alumnos estén desmotivados y la estadística termine siendo una de las asignaturas menos populares para los estudiantes.

Por otro lado, los alumnos no sólo aprenden estadística en las horas lectivas ni en los centros de enseñanza. No sólo encontramos información estadística en la prensa y medios de comunicación o en los textos de otras asignaturas, sino que la propia Internet está empezando a modificar las relaciones docentes – con o sin participación voluntaria de los profesores. Los libros de texto se transforman en ediciones electrónicas en formato accesible a la consulta, y experimentación en los que los alumnos pueden ampliar sus conocimientos, a veces en temas no previstos o incluso no conocidos por su profesor. Es evidente que los profesores – en los diversos niveles educativos- hemos de aceptar que la rapidez del cambio tecnológico hace previsible la extensión de estas nuevas formas de enseñanza y aprendizaje e implicarnos en ellas, si queremos guiar de algún modo la educación estadística, y crear una verdadera cultura estadística en la sociedad.

Todas las consideraciones anteriores sugieren que es necesario un gran esfuerzo de investigación, para que la renovación de los contenidos y metodología de la enseñanza no se realice a ciegas. Como señala Hawkins (1997) muchas veces los profesores no somos conscientes de lo sofisticado que es el conocimiento que consideramos "básico" y que lo que es sencillo para nosotros es inaccesible para algunos estudiantes. Precisamos, por ello, la ayuda de los investigadores en educación para identificar los diferentes niveles de comprensión que son factibles y útiles para nuestros alumnos, así como las prácticas educativas adecuadas que pueden llevar a estos modos de comprensión.

La educación estadística es un tema importante y prioritario que puede abordarse desde múltiples perspectivas (Shaughnessy, 1992): desarrollo de instrumentos de evaluación, identificación de las concepciones iniciales y errores de los estudiantes, estudios culturales cruzados, formación de los profesores, desarrollo y evaluación de recursos didácticos, evaluación de la enseñanza. Es imprescindible un mayor esfuerzo de investigación en educación estadística si queremos conseguir una mejor preparación estadística de nuestros alumnos, lo que sin duda tiene una importante influencia en la imagen pública de la estadística, su uso e interpretación adecuado e indirectamente en el desarrollo económico y científico.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte del Proyecto BSO2000-1507 (M.E.C., Madrid).

Referencias

Batanero, C. (1998). Recursos para la educación estadística en Internet. UNO, 15, 13-26.

Batanero, C., (2000). Cap on va l'educació estadística? Blaix, 15, 2-13.

Batanero, C. (Ed.) (2001). Training researchers in the use of statistics. Voorburg: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.

Begg, A. (1997). Some emerging influences underpinning assessment in statistics. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.), The assessment challenge in statistics education (pp. 17-26). Amsterdam: IOS Press e International Statistical Institute.

Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2), 33-115.

Campbell, S. K. (1974). Flaws and fallacies in statistiical thinking. New Jersey: Prentice-Hall.

Campos, P., Bacelar, S., Oliveira, E. y Gomes, J. (2001). ALEA: Um contributo para a promoção da literacia estatística. Ponencia en las Jornadas Europeas de Enseñanza y Difusión de la Estadística. Mallorca: Instituto Balear de Estadística.

Carvalho, C. (2001). Interação entre pares. Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7º ano de escolaridade. Tesis Doctoral. Universidad de Lisboa.

Cheung, P. (1998). Developments in oficial statistics and challenges for statistics education. En L. Pereira-Mendoza, L. S. Kea, T. W. Kee y W. K. Wong (Eds.), Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics (pp. 1- 8). Singapur: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.

Cox, D. R. (1997). The current position of statistics: A personal view. International Statistical Review, 65(3), 261-276.

Fischbein, E. (1975). The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht: Reidel.

Gal, I (En prensa). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. International Statistical Review.

Gal, I. y Garfield, J. B. (Eds.), The assessment challenge in statistics education. Amsterdam: IOS Press e International Statistical Institute.

- Galmacci, G. (2001). The impact of the Internet on the researchers' training. En C. Batanero (Ed.), Training researchers in the use of statistics (pp. 159-170). Voorburg: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.
- Garfield, J. B. y Burrill, G. (Eds.) (1997). Research on the role of technology in teaching and learning statistics. Voorburg: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), Proceedings of the 20th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education (v.2, pp. 417-424). Universidad de Valencia.
- Godino, J. D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico- antropológico para la investigación en didáctica de las matemáticas. Ponencia en el III Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Valladolid: Facultad de Ciencias de la Educación.
- Hawkins, A. (1997). Forward to basics! A personal view of developments in statistical education. International Statistical Review, 65(3), 280-287.
- Hawkins, A. (1999). What is the International Statistical Institute? Teaching Statistics, 21(2), 34-35.
- Holmes, P. (1980). Teaching Statistics 11 -16. Sloug: Foulsham Educational.
- Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (1982). Judgement under uncertainty: heuristics and biases. Cambridge: Cambridge University Press.
- McDonald, S. (2001). Practical and educational problems in sharing micro-data with researchers. En C. Batanero (Ed.), Training researchers in the use of statistics (pp. 119-128). Voorburg: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.
- N.C.T.M. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA; N.C.T.M. <http://standards.nctm.org/>
- Ntozi, J. P. M. y Kibirige, G. W. (1993). Three decades of training government statistical staff in developing countries: The African experience. En L. Brunelli y G. Cicclhitelli (1993), Proceedings of the IASE First Scientific Meeting (pp. 299-302). Perugia: International Association for Statistical Education.
- Ottaviani, M. G. (1998). Developments and perspectives in statistical education. Ponencia invitada en la Sesión: Statistics for Monitoring Educational Systems. Publicado en los Proceedings of the Joint IASS/IAOS Conference. Statistics for Economic and Social Development. Aguascalientes, México (CD rom).
- Pereira-Mendoza, L. (Ed.) (1993). Introducing Data Analysis into Schools: Who Should Teach it and How?. Proceedings of the ISI Round Table Conference. Voorburg: International Statistical Unstitute.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1951). La genése de l'idée de hasard chez l'enfant. Paris: Presses Universitaires de France.
- Plackett, R. L. (1970). The principle of the arithmetic mean. En E. S. Pearson y M. Kendall (Eds), Studies in the history of statistics and probability (v.1, pp. 121-126). London: Charles Griffin.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. En D. A. Grouws (Ed), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp 465-494). New York: MacMillan.
- Rozga, A. B. (1993). ISEC Calcutta: The pioneer centre for statistical training of government sponsored statisticians from developing countries. En L. Brunelli y G. Cicclhitelli (Eds.), Proceedings of the IASE First Scientific Meeting (pp. 327-332). Perugia: International Association for Statistical Education.
- Tauber, L. (2001). La construcción del significado de la distribución normal en un curso de análisis de datos. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Teeken, R. (1998). Training European statisticians: An international training programme for official statisticians. En L. Pereira-Mendoza, L. S. Kea, T. W. Kee y W.K. Wong (Eds.), Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics (pp. 385-390). Singapur: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.

Tiit, E.M. (1997). Computational Statistics and Statistical Education. Proceedings of the Tartu Conference, 1996. IASE/IASC.

Van den Broecke, M. (1998). ISI briefing seminar for chief statisticians. En L. Pereira-Mendoza, L. S. Kea, T. W. Kee y W. K. Wong (Eds.), Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics (pp. 377-378). Singapur: International Association for Statistical Education e International Statistical Institute.

Vere-Jones, D. (1997). The coming age of statistical education. *International Statistical Review*, 63(1), 3-23.

Vygotsky, I. (1963). *Thought and language*. Massachussets: MIT Press.

(links)

Links d'interès estadístic de les comunicacions de les jornades europees d'estadística

Aquesta sèrie de adreces electròniques d'estadística s'han extret de les comunicacions presentades o han estat subministrades pels ponents i els assistents a aquestes jornades europees d'estadística. L'IBAE (Institut Balear d'Estadística) les ha recollit i classificat en: software, revistes electròniques d'educació estadística, cursos i materials didàctics, conjunts de dades, centres de recursos, i altres links.

Software

Existeix una gran quantitat de software disponible en Internet, especialment per a l'exploració i simulació.

Bonnier M. (Värpinge, Lund, Scania, Sweden), Statischeope
<http://www.df.lth.se/~mikaalb/statischeope/statischeope-enu.shtml>

Claremont Colleges' «Web Interface for Statistics Education», Statistics Applet made for the WISE Project
<http://www.grad.cgs.edu/wise/appletsf.shtml>

de Leeuw J. (University of California, Los Angeles), Statistics UCLA
<http://www.stat.ucla.edu/textbook/>

Lewis B. (Kent State University), Elementary Statistical Java Applets and Tools, Marden J. (University of Illinois at Urbana-Champaign), The CUWU Statistics Program.
<http://www.stat.uiuc.edu/~stat100/cuwu/>

Siegrist K. (University of Alabama in Huntsville), Virtual Laboratories in Probability and Statistics
<http://www.math.uah.edu/stat/>

Velleman, P., Data Description, Inc. ActiveStats.
<http://www.activstats.com/ActivStats>

Lajoie, S., McGill University. ConStatS
<http://www.tufts.edu/tccs/services/css/ConStatS.html>

Velleman, P., Data Description, Inc. DataDesk
<http://www.datadesk.com/DataDesk>

Hunt., & Tyrrell., School of MIS, Coventry University. DISCUS (Discovering Important Statistical Concepts Using Spreadsheets)
http://www.mis.coventry.ac.uk/research/discus/discus_home.html

Microsoft Corporation. Excel
<http://www.microsoft.com/office/excel/>

Finze, B., Key Curriculum Press. Fathom (Fathom Dynamic Statistics Software)
<http://www.keypress.com/fathom/>

Biehler, R. Institut für Didaktik der Mathematik (IDM), Universität Bielefeld. MEDASS Light
<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/biehler/meddown.html>

Kinold, C., Intellimation. Prob Sim.
<http://www.umass.edu/srri/serg/probsim.html>

delMas, R., Appleby Hall University of Minnesota. Sampling SIM
http://www.gen.umn.edu/faculty_staff/delmas/stat_tools/index.htm

SAS Institute Inc. StatView
<http://www.satview.com/>

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

TERC, Brøderbund Software Direct. Table Top

<http://www.terc.edu/handsonIssues/f94/tabletop.html>

Konold, C., Scientific Reasoning Research Institute, Hasbrouck Laboratory, University of Massachusetts. Tinkerplots.

<http://www.umass.edu/srri/serg/tpmain.html>

Universidad de Oviedo, ADE+

<http://www.aulanet.uniovi.es/ade+>

En particular, el següent software es especialment adequat per simulació:

Stark P.B. (University of California, Berkeley), SticiGui: : Statistical Tools for Internet and Classroom Instruction with a Graphical User Interface

<http://www.stat.berkeley.edu/~stark/SticiGui/index.htm>

Statistics Department (University of Glasgow), STEPS - STatistical Education through Problem Solving

<http://www.stats.gla.ac.uk/steps/home.html>

West R. W. & Ogden R. T. (University of South Carolina), WebStat

<http://www.stat.sc.edu/webstat/>

Young F. W. (University of North Carolina), Vista - The Visual Statistical System

<http://forrest.psych.unc.edu/research/index.html>

Zielman B. (University of), Statistical Page

<http://huizen.dds.nl/~berrie/>

Revistes electròniques d'educació estadística

IASE Stistical Education Research Newsletter, IASE

<http://www.ugr.es/local/batanero/sergroup.htm>

<http://www.ugr.es/local/batanero>

Jornal of Statistics Education (JSE)

<http://www.stat.ncsu.edu/info/jse/homepage.html>

Fuentes Estadísticas

<http://www.fuentesestadisticas.com/>

Chance Magazine

<http://www.math.ca/>

<http://www.dartmouth.edu/~chance/>

Cursos i materials didàctics

<http://it.stlawu.edu/~rlock/tise98/onepage.html#Section7.1>

Projecte ALEA.

<http://alea-estp.ine.pt>

Baker R. (University of Saskatchewan, CA), Basic principles of statistical analysis

<http://duke.usask.ca/~rbaker/stats.html>

The Royal Statistical Society (RSS). Centre for Statistical Education.

<http://www.censusatschool.ntu.ac.uk>

de Leeuw J. (University of California, Los Angeles), Statistics UCLA

<http://www.stat.ucla.edu/textbook/>

Department of Statistics (University of South Carolina), Interactive Statistics and the GASP Initiative - Globally Accessible Statistical Procedures
<http://www.stat.sc.edu/rsrch/gasp/>

Hokins W.G. (SportsScience), A New View of Statistics
<http://www.sportsci.org/resource/stats/>

Lane D.M. (Rice University), HyperStat
<http://davidmlane.com/hyperstat/index.html>

Martínez de Lejarza J. & Martínez de Lejarz I. (Universidad de Valencia)
<http://www.uv.es/~lejarza/estadistic.htm>

NWP Associates, Inc. (The Pennsylvania State University), Investigating Statistics
<http://espse.ed.psu.edu/statistics/investigating.htm>

Snell J.L., Peter Doyle, Joan Garfield, Tom Moore, B. Peterson, N. Shah (Dartmouth College), CHANCE
<http://www.dartmouth.edu/~chance/>

Stirling W. D. (Massey University, NZ), CAST - Computer Assisted Statistics Teaching
<http://cast.massey.ac.nz/>

Stockburger D. W. (Southwest Missouri State University), Introductory Statistics
<http://www.psychstat.smsu.edu/sbk00.htm>

StatSoft, Inc. (Tulsa, OK), Electronic Statistics Textbook
<http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>

Data Mining Institute, SL
<http://www.estadistico.com/dmi/>

Conjunts de dades

Un recurs interessant és el cridat «data sets and stories», on s'acumulen conjunts de dades, juntament amb la seva descripció i algunes indicacions dels seus possibles usos en l'ensenyament. Les dades es poden recuperar en format útil per a la major part de paquets estadístics, fulles de càlcul i calculadores gràfiques. Altres servidors que presenten col·leccions de dades per a l'ensenyament es llisten a continuació:

American Statistical Association, JSE Data Archive
<http://amstat.org/publications/jse/archive.htm>

Behrens J. (Arizona State University), Dr. B's Data Gallery
http://seamonkey.ed.asu.edu/~behrens/classes/data_gallery/

Cornell University, DASL - The Data and Story Library
<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/>

de Leeuw J. (University of California, Los Angeles), Case Studies
<http://www.stat.ucla.edu/cases/>

Continguts didàctics damunt població
<http://www.eumed.net/cursecon/2/evolucion.htm>

Centres de recursos

Algunes pàgines web preparen llistes de recursos per a l'ensenyament i aprenentatge de nocions estocàstiques, com les següent:

ASA, Center for Statistics Education
<http://amstat.org/education/index.html>

Jornades europees d'estadística

l'ensenyament i la difusió de l'estadística

CIRDIS, Centro Interuniversitario de Ricerca per la Didattica delle Discipline Statistiche,
<http://www.stat.unipg.it/CIRDIS/>

CTI Statistics (University of Glasgow)
<http://www.stats.gla.ac.uk/cti/>

IASE, International Association for Statistical Education
<http://www.cbs.nl/isi/iase.htm>

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics
<http://www.nctm.org/>

Grupo de Educación Estadística (Universidad de Granada)
<http://www.ugr.es/~batanero/>

Royal Statistical Society Centre for Statistical Education
<http://science.ntu.ac.uk/rsscse/>

SIIP, The Statistical Instruction Internet Palette
<http://research.ed.asu.edu/siip/>

Chance Database. Snell, L., The Chance Project, Mathematics Department, Dartmouth College
<http://www.dartmouth.edu/~chance/>

Chance News
http://www.dartmouth.edu/~chance/chance_news/news.html

The Data and Story Library (DASL). Velleman, P., DASL Project Cornell University
<http://lib.stat.cmu.edu/DASL>

Exploring Data. Boggs, R., Glenmore SHS
<http://exploringdata.cqu.edu.au/>

Guessing Correlations. The CUWU Statistic Program, Department of Statistics, University of Illinois at Urbana-Champaign
<http://www.stat.uiuc.edu/~stat100/java/guess/GCApplet.html>

Histogram. Webster West, Department of Statistics, University of South Carolina
<http://www.stat.sc.edu/~west/javahtml/Histogram.html>

Journal of Statics Education (JSE) The American Statistical Association
<http://www.amstat.org/publications/jse/>

The Maths, Stats & OR Networks. Hosted by University of Birmingham in partnership with Glasgow and Nottingham Trent Universities and the RSS Centre for Statistical Education. School of Mathematics and Statistics the University of Birmingham
<http://www.stat.sc.edu/~west/javahtml/Regression.html>

Altres links

Altres pàgines on es poden trobar dades i recursos estadístics.

Department of Economic and Social Affairs United Nations, ONU, Population Information Network (POPIN)
<http://www.un.org/popin/>

Institut estadístic de la Comunitat Europea, EUROSTAT
<http://europa.eu.int/eurostat.html>

Institut nacional d'estadística de Canadà
<http://www.statcan.ca>

Institut nacional d'estadística de Portugal
<http://www.ine.pt>

Institut nacional d'estadística de Regne Unit
<http://www.ons.gov.uk>

Institut Nacional d'Estadística d'Espanya
<http://www.ine.es/>

Institut estadístic d'Andalucia
<http://www.iea.junta-andalucia.es/>

Institut estadístic d'Aragó
<http://www.aragob.es/eco/estadistica/espanol/iaenet.htm>

Institut balear d'estadística
<http://ibae.caib.es>

Institut estadístic de Galicia
<http://www.ige.xunta.es/>

Direcció General d'Estadística de Castilla - Lleó
<http://www.jcyl.es/jcyl/ceh/dge/>

Institut estadístic de Murcia
<http://www.carm.es/econet/>

Institut estadístic de Navarra
<http://www.cfnavarra.es/estadistica/portada.html>

Institut estadístic del País Basc
<http://www.eustat.es/>

Institut estadístic de Catalunya
<http://www.idescat.es/idescat.htm>

Institut estadístic de la Comunitat de Madrid
<http://www.comadrid.es/iestadis/index.htm>

(ponents)

ENSENYAMENT DE L'ESTADÍSTICA

Continguts estadístics a l'ensenyament primari

Alex Costa Sáenz de San Pedro
Instituto Catalán de Estadística

Presente y futuro de la educación estadística

Carmen Batanero Bernabeu
IASE

Un nuevo punto de vista sobre la enseñanza de la estadística

Carlos Matrán
Universidad de Valladolid

Iniciativas para mejorar el aprendizaje de la estadística en la universidad

M. Pilar Muñoz Gracia, Valeri Cobo y otros
Universidad Politécnica de Cataluña

Material para el estudio de un problema-ejemplo de introducción en un curso básico de estadística

F. Montes y M. Iaza
Universidad de Valencia, Universidad de Castilla-La Mancha

The experience of Istat in the promotion of statistica literacy in schools

Giovanni Barbieri y César Margarita
ISTAT

TAULA RODONA

Antoni Monserrat i Moll (Director General d'Economia)
Antonio Argüeso (INE)
Jordi Oliveres (Institut d'Estadística de Catalunya)
Pedro Campos (Instituto de Estadística de Portugal)
Amador Rodriguez Prieto (EUROSTAT)
Coordinador: Mauricio Beltrán Pascual (Director de l'Institut Balear d'Estadística)

DIFUSIÓ DE L'ESTADÍSTICA

The European view od Statistics

Amador Rodriguez-Prieto
EUROSTAT

Proyecto ALEA. Enseñanza y difusión de la estadística en internet

Pedro Campos
Instituto Portugués de Estadística

Puntos de información estadística

Antonio Rufián
Instituto Andaluz de Estadística

Reflexiones sobre la difusión de estadística en pequeñas áreas

José Luis Cervera
Instituto Valenciano de Estadística

TAULA RODONA

Antoni Monserrat i Moll (Director General d'Economia)
Antonio Argüeso (INE)
Jordi Oliveres (Institut d'Estadística de Catalunya)
Pedro Campos (Instituto de Estadística de Portugal)
Amador Rodriguez Prieto (EUROSTAT)
Coordinador: Patxi Mancela