

Daus i dades II

Còmic **discret** d'estadística
per a un aprenentatge **continu**



Daus i dades II

Còmic **discret** d'estadística
per a un aprenentatge **continu**



Govern de les Illes Balears
Conselleria d'Economia, Hisenda i Innovació
Direcció General d'Economia


© Institut Balear d'Estadística (IBAE)
C/ de Sant Gaietà, 4, 1r
07012 Palma (Mallorca)
Tel. (34) 971 177 489
Fax (34) 971 176 467
<http://ibae.caib.es/>
e-mail: ibae@caib.es

Edició: **Direcció General d'Economia**
Conselleria d'Economia, Hisenda i Innovació
Govern de les Illes Balears

Autor: **Javier Cubero**

Direcció del projecte: **Maria Marquès Caldentey**

Direcció tècnica: **Miquel Font Rosselló**

Gestió i producció: **inrevés SLL** 
Il·lustracions: **Alex Fito**
Color i maquetació: **Samuel García Martorell**
Coordinació i guió adaptat: **Pere Joan**

Col·lecció: **Estadística al carrer. Volum 2**
Títol: **Daus i dades II. Còmic discret d'estadística per a un aprenentatge continu**
Núm. IBAE: **II-MMV**
Dipòsit legal: **PM 1.224-2005**
ISBN: **84-934294-3-0**

Impressió: **Impremta Son Espanyolet**
Data d'edició: **maig 2005**

Em complau compartir amb tu aquesta nova publicació de l'IBAE que ara tens a les mans: *DAUS I DADES II*.

Amb aquesta, miram d'aprofundir en l'estudi dels conceptes estadístics sense perdre el format atractiu i original amb el qual fou creada, i en la intenció d'apropar l'estadística a la societat i, particularment, als estudiants (ESO i batxillerat) en els plans educatius vigents.

Rere l'aparent simplicitat de la seva presentació en forma de còmic, i la plasticitat i l'ingeni amb què es resolen conceptes amb un cert grau de dificultat, subjau el més exquisit rigor científic.

Però a més a més, el desenvolupament de cada concepte s'aborda des de la perspectiva d'uns personatges que, en aquest segon volum, adquireixen una personalitat molt definida. Cada concepte apareix al moment adequat i encaixa perfectament en el pla de l'obra. És el seu gran mèrit didàctic.

Hi ha continuïtat en l'estil i en els personatges, cadascun dels quals personifica actuacions estadístiques, des de na Grafi fins na 55 –com a representant del caràcter de les dades, que s'han d'entendre, llegir i tractar de forma que ens aportin conclusions–, passant per en Binomi –el rebuig o no de la hipòtesi nul·la separats solament per un valor crític– entre d'altres.

DAUS I DADES II, com indica el seu subtítol, és una publicació de suport als textos de classe o una creació d'incògnites per confirmar amb els textos.

L'ordre, dins una forma, manté la discreció tractant una continuïtat de coneixements que persegueixen saber, almanco, interpretar les dades, resolucions i inferències estadístiques.

Continuam pensant que aquest format escollit per l'autor per transmetre coneixements és adequat i assoleix la finalitat que l'IBAE s'ha marcat, des de l'inici d'aquesta nova etapa, per apropar l'estadística a la societat.

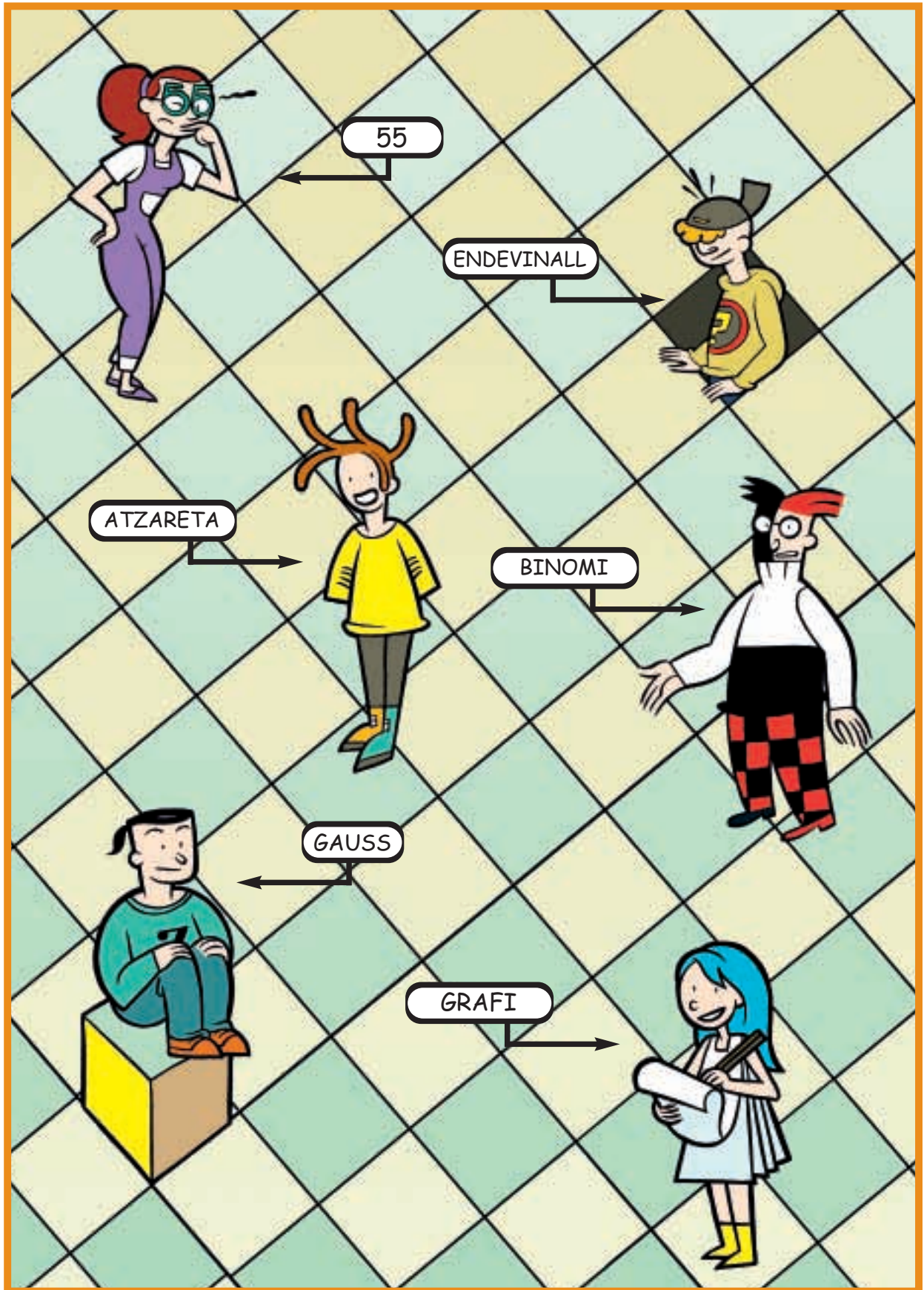
Per això, prologar aquesta nova edició és motiu de satisfacció, no tan sols en qualitat de directora general de l'àrea que engloba el nostre Institut d'Estadística, sinó també personalment pel que fa a la formació professional que en aquesta matèria m'afecta.

Vull expressar el meu agraïment a l'autor per la densitat dels continguts i a l'equip de disseny per la plasticitat i frescor de la seva realització. Entre ambdós han aconseguit una obra singular en el panorama editorial, tant de l'estadística com del còmic.

I igualment, a tots els que han col·laborat d'alguna manera en aquesta publicació.

Maria Marquès Caldentey
Directora general d'Economia

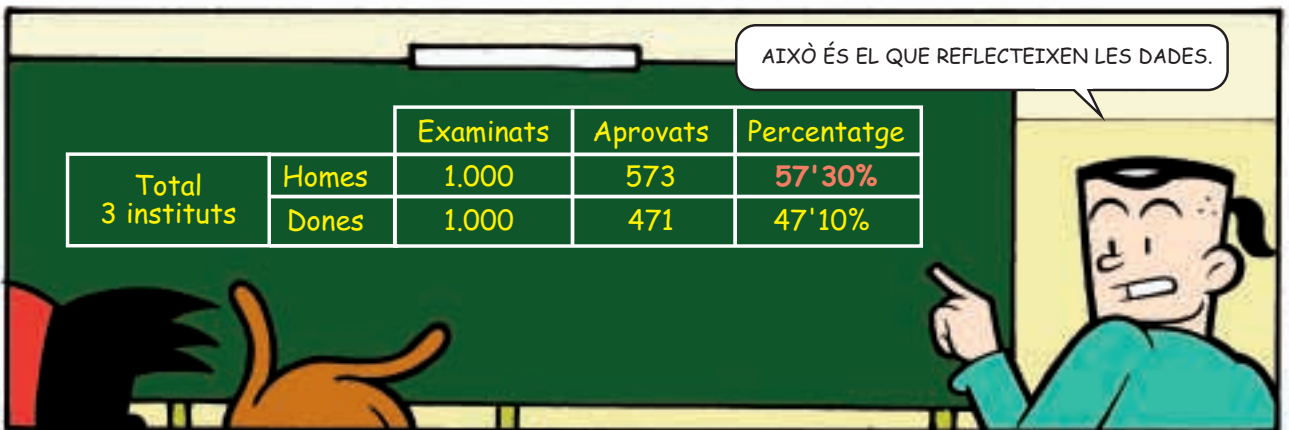
Capítol 1 - FRANCIS GALTON	pàg. 8
Capítol 2 - KARL PEARSON	pàg. 22
Capítol 3 - RONALD AYLMER FISHER GEORGE SNEDECOR	pàg. 35
Capítol 4 - GERTRUDE MARY COX	pàg. 50
Capítol 5 - ANDREI NIKOLAEVICH KOLMOGOROV	pàg. 73
Capítol 6 - JOHN WILDER TUKEY	pàg. 86



CAPÍTOL 1



FRANCIS GALTON, BIRMINGHAM (1822-1911)



VOLEN SABER QUÈ EN PENSAM, SI ENS BASAM EN LA NOSTRA MINSA EXPERIÈNCIA ESTADÍSTICA.

Instituts	Dones	Aprovats	Percentatge
100	573	57	30%
3 Instituts	1000	471	47'10%

HAURIEM DE VEURE SI AQUESTA DIFERÈNCIA EN PERCENTATGE ÉS SIGNIFICATIVA.

QUÈ?

VOL DIR SI ES POT SUPOSAR QUE ÉS CAUSAL O CASUAL, O SIGUI, PER ALGUNA CAUSA O ALEATORIETAT.

ÉS COMPLICADA LA QÜESTIÓ.

DE VERES HAURIEM D'ESTUDIAR DIVERSOS CONCEPTES, PERÒ CREC QUE HAURIEM D'APROFUNDIR EN LES DADES EXAMINANT-LES AMB UNA AGRUPACIÓ MENOR.

ENS PODEM DIVIDIR PER PARELLES I CONSULTAR LES DADES DE CADA UN DELS INSTITUTS.

D'ACORD.



PER ESTALVIAR PAPER I TINTA

$1 \times 2 \times 3 = 3!$
 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 5!$

 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n = n!$

BONA FEINA.

INSTITUTS		Examinats	Aprovats	Percentatge
Pearson	Homes	410	285	69'50%
	Dones	152	114	75'00%
Wilcoxon	Homes	98	18	18'36%
	Dones	352	71	20'17%
Kolmogorov	Homes	492	270	54'88%
	Dones	496	286	57'66%

AQUÍ TENIM LES DADES DESAGREGADES.

QUÈ?

EHEM! EHEM!

ÉS A DIR, QUE SI NOMÉS MIRAM EL TOTAL DE TOTS ELS INSTITUTS, EL PERCENTATGE D'HOMES APROVATS RESPECTE DELS EXAMINATS, ÉS MAJOR QUE SI MIRAM EL DE LES DONES.

SI TRAIEM CONCLUSIONS A LA LLEUGERA, ÉS MÉS PROBABLE APROVAR SI ETS HOME QUE SI ETS DONA.

PERÒ EN CANVI A CADA INSTITUT PER SEPARAT -I AIXÒ PASSA A TOTS TRES- RESULTA EL CONTRARI.

AMB AQUESTES DADES ÉS DIFÍCIL ATREVIR-SE A DIR QUE LA MANIFESTACIÓ ESTIGUI JUSTIFICADA.

AIXÒ ÉS UNA MICA ESTRANY, TOTES LES XIFRES QUADREN, HO HEM COMPROVAT I VALIDAT, SEMBLA UNA PARADOXA, AQUESTS INSTITUTS DEVEN SER MOLT DIFERENTS O...

ALLÒ QUE ÉS BEN SEGUR EN AQUEST CAS ÉS QUE LA MITJANA DELS PERCENTATGES DE LES MOSTRES, ELS INSTITUTS, NO COINCIDEIX AMB EL PERCENTATGE DE LA POBLACIÓ ESTUDIADA, ELS TRES INSTITUTS AGRUPATS.





UNA SÈRIE DE PARES DONEN UNA PAGA ALS SEUS FILLS DE 6 € SETMANALS... AIXÒ ÉS UNA VARIABLE DETERMINISTA (LA QUE NOSALTRES CONEIXÍEM).



MILLOR ENCARA, UNS ALTRES PARES DONEN ALS SEUS FILLS UNA GRATIFICACIÓ SETMANAL DE 2 € PER HORA D'ESTUDI, MULTIPLICADA PER LA QUALIFICACIÓ GLOBAL DIVIDIDA PER 10, O SIGUI:

$$\text{Gratificació} = \frac{2 \times \text{hores d'estudi} \times \text{qualificació}}{10}$$



ÉS DETERMINISTA PERQUÈ PODEM SABER QUINA QUANTITAT REBRAN NOMÉS REALITZANT OPERACIONS,

PERÒ HI HA UN ALTRE PARE QUE ADOPTA LA MATEIXA FÓRMULA I HI AFEGEIX UNA MICA DE SUSPENS, ÉS A DIR:



$$\text{Gratificació} = \frac{2 \times \text{hores d'estudi} \times \text{qualificació}}{10}$$



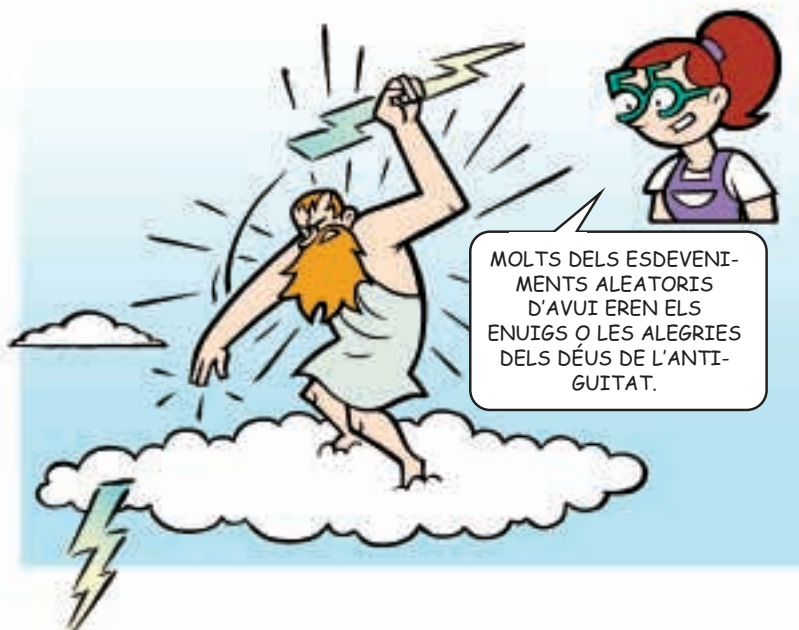
MÉS 5 € SI TIRANT UNA MONEDA SURT CARA, O MENYS 6 € SI SURT CREU.

LA GRATIFICACIÓ QUE ABANS ERA UNA VARIABLE DETERMINISTA, ARA S'HA CONVERTIT EN UNA VARIABLE ALEATÒRIA.





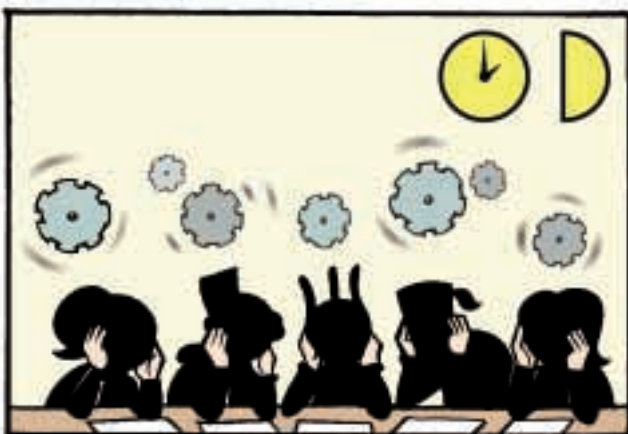
Exemple: hores d'estudi; qualificació obtinguda 5	
SURT CARA	SURT CREU
Gratificació: + 5 €	Gratificació: - 6 €
Probabilitat d'aconseguir-la: 1/2	Probabilitat d'aconseguir-la: 1/2





PER ESTALVIAR PAPER I TINTA

$$1+2+3+4+5+6+7 = \sum_{n=1}^7 n$$

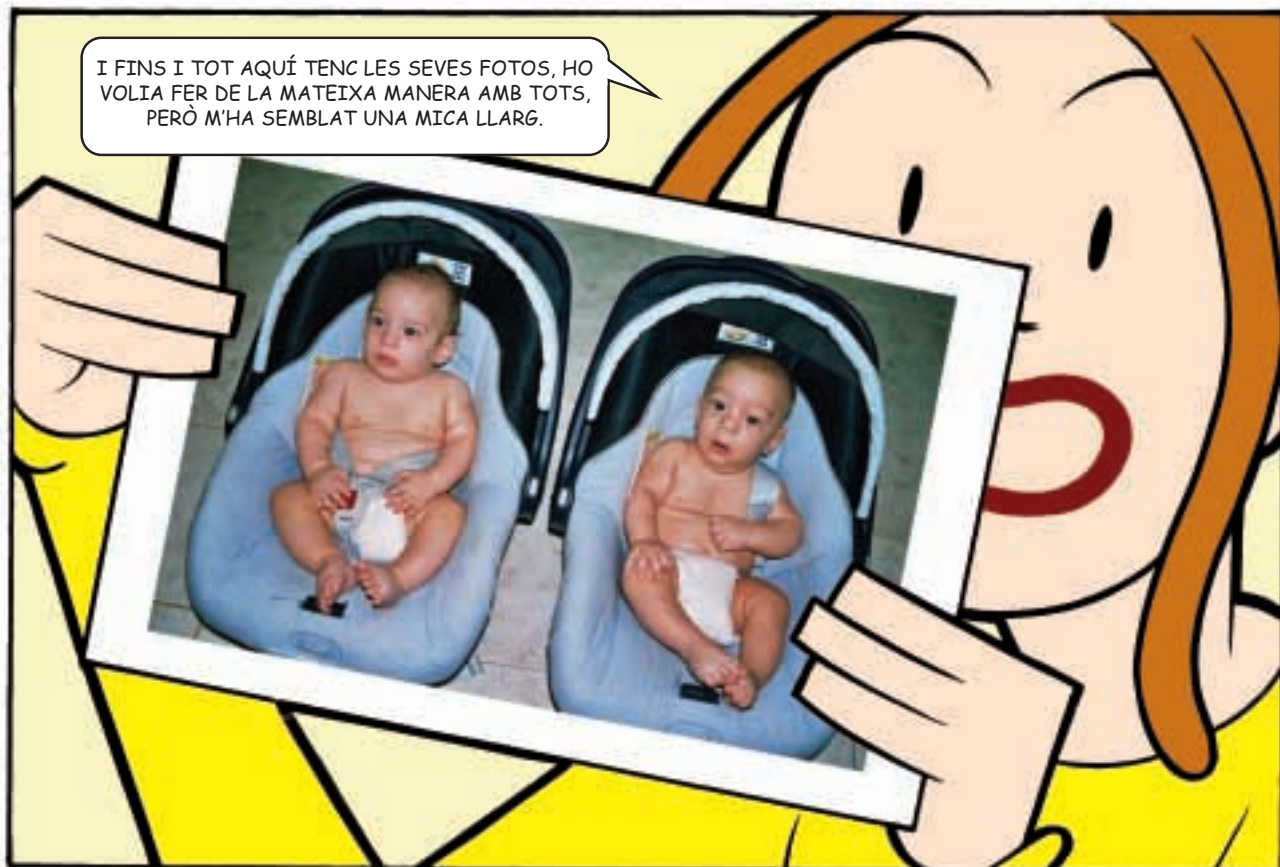
$$1+2+3+\dots+m+\dots+\dots = \sum_{n=1}^{\infty} n$$


Capítol 1

3300	2750	3150	3250	3750	3880	3700	3245	3270	3840
3740	3060	3450	3650	2870	3990	3475	3250	2910	2960
3260	3935	2500	3000	3410	3600	2340	3740	3060	2450
2750	3260	3800	3250	3800	3000	3200	2950	3870	2400
3150	3012	2925	3490	3140	4000	2900	2700	1860	3400
3400	3280	3250	3650	3720	2550	3200	3000	2050	3580
3200	3220	3050	3000	3440	3960	3580	2690	3900	2950
2940	3300	3975	3370	3200	3150	3560	3390	3360	4080
2850	3080	3850	3330	2860	3000	1900	3330	3550	3630
3000	2800	3880	2314	3550	3180	3090	3650	3160	3400
2850	3050	2900	3200	1056	3200	2800	3340	3090	3200
3040	2585	2360	4319	3750	3250	2650	3750	3060	3100
3250	3580	3000	3200	3040	3440	3650	2950	2600	3600
3250	3680	3200	4200	2550	3000	3000	2750	2040	3650
3750	2980	3700	2700	3150	3200	3420	3550	3250	3470
3250	3105	3105	3370	3300	3750	3460	2900	3140	3970
3350	3000	3480	4320	3320	2700	2440	3800	3250	3050
2500	3050	1900	3100	3480	2850	3270	3350	2850	4190
3160	3895	3030	3610	3500	3400	3400	2750	3890	3900
2750	3250	3080	3250	3100	3600	2830	3520	3040	3550
3600	2840	2910	3090	3750	2800	3110	3000	3650	2300
2700	3750	3300	3475	3120	3550	3980	3500	4500	3050
3980	3100	3300	2800	3550	3080	2740	3200	3750	3325
3170	3200	3120	3710	3300	3300	4070	3170	3850	1224
2425	3155	3240	3550	2900	2500	3300	2940	3250	3650
3220	2290	3600	2850	3600	3950	3620	3600	4350	3400
4250	3270	2880	2950	2860	3700	3590	2910	3350	2630
3840	3200	2625	2450	3520	3320	2600	3200	2690	4350
3250	3330	3575	3350	2880	3250	2650	3730	4050	4180
3700	3640	3400	3400	2400	2700	3480	3210	3000	3460
4000	3200	3300	3180	3680	3700	2700	3840	2460	3850
3270	2990	3400	3240	3130	3220	3905	2850	3330	2860
2750	2725	3300	3940	3050	3700	2900	3070	4000	4000
3400	3575	3300	3000	2970	3100	3150	3040	3150	3550
2900	2670	3340	3600	2400	4200	2650	3480	2860	3250
3580	2590	2725	3770	3550	3290	2575	2950	500	3695
3150	3315	2500	3220	3200	3750	3567	2600	1605	3530
2800	3620	3550	2875	3220	2800	3105	3050	1408	3430
2665	2680	3200	3420	3230	2950	3400	3400	3490	2665
3250	3310	3660	3195	3250	3960	2060	2040	3265	3500
2620	2295	3550	3440	2900	4000	2780	3440	1990	2530
2550	3315	3600	3240	4050	3700	3649	2850	2695	3670
3500	3680	3050	3340	3640	3080	2860	3450	3290	3000
3100	2510	3370	2550	3530	3200	4470	3910	2820	3090
3950	3330	3000	3160	3900	3100	2825	3380	2690	2200
2620	3620	3200	3000	3500	3250	3470	3490	3880	3350
2590	3950	2630	2930	2675	3870	3150	2980	2600	2910
3120	3100	3000	2250	3200	2840	4365	3660	3100	3520
2500	3750	2900	3180	2540	2670	3250	3160	3800	3300
3560	3400	3750	3870	2950	2900	3000	3750	2380	3600

3250	3260	3360	3200	3280	3220	3160	3820	2315	3250
4320	2800	3160	3300	2950	3300	3650	3040	2870	3500
3100	2750	3050	3610	3200	3650	2740	3460	3150	3630
2700	3380	3800	3700	3300	2640	4020	3980	3750	3200
3150	2200	2550	3000	3400	3680	3750	3520	3000	3600
3700	3645	2800	3135	3200	3365	3200	4190	4250	2780
3080	2750	3340	3200	3250	4200	3240	2490	2960	2550
3550	3610	3970	3750	3050	4350	3715	3180	3370	3750
3600	3570	1700	4050	3500	3000	3250	2200	3700	2950
3420	2800	3256	3900	2920	3600	2500	3520	4200	3740
2880	2470	3100	3900	3090	3650	3200	3200	3180	3170
3700	2920	3370	3990	3604	3750	3400	3750	4050	4120
3600	3200	3760	3100	3270	3250	3100	3470	2650	4200
2940	3450	4100	2300	2690	3100	2945	3790	3875	3500
3430	3225	3130	3300	2950	3750	2800	3740	3800	2800
2700	3260	3500	3400	3250	3720	3100	3060	2900	2650
2700	3800	4820	3050	3260	3310	3415	3760	2970	2745
2800	3350	3870	3210	3250	4200	3280	2810	3400	3700
2870	3550	3350	2850	3200	2750	3100	3400	1470	3350
3050	3370	2820	3000	3220	3950	2800	3280	2625	3225
3110	2630	3320	2850	3750	3350	3225	3030	2515	2100
3420	3200	2770	3080	2680	3430	3560	3250	2000	2770
3720	3050	3850	3050	3250	3495	2250	3460	2540	3200
2700	4080	2910	4150	2300	4350	3600	3350	2650	3090
3550	2180	3370	2780	3700	3390	3605	3070	3565	3050
3250	3650	2850	3140	3350	2350	2980	2850	3690	2700
3180	3230	3300	3400	3280	3195	2625	4080	3200	3950
3150	3750	3060	3400	2960	3250	2900	3250	3750	3830
2750	3550	2590	3050	3140	3250	2890	3570	3350	3250
3300	3600	3600	3500	2900	3710	2350	3300	1600	2950
3640	2820	3350	3550	3470	3890	2860	3360	3435	3350
2310	3530	2100	2800	2930	3080	3065	2910	3350	3200
3800	3350	3200	2900	3320	2310	2985	2770	2760	3800
3650	3280	3100	3400	2670	4060	3200	3180	4000	3750
2880	3100	2800	2970	3190	3750	2300	3210	2620	3300
2420	3500	3200	3150	3190	3240	3515	1810	3950	3710
2950	3200	3450	3680	3410	3200	3460	3920	3750	3180
3800	3020	4300	3600	3530	2660	2950	3650	3350	3420
3405	3310	3300	2950	2300	3300	3400	3060	3600	2470
3000	2370	3600	3400	3850	3480	2390	3700	3350	3370
3410	2550	3170	2550	4300	3820	3090	3700	3100	2780
3290	2780	3380	2450	3390	3860	2950	3650	648	3690
4500	3950	2700	3500	3900	2800	3350	2830	3650	4700
3610	2980	3076	3000	2950	3750	2900	3600	3000	3390
2910	3215	1800	3300	3895	3440	3250	3220	3380	3400
3170	3900	3450	4175	3810	2950	3080	4000	3500	3150
3330	3950	3300	2600	2750	3300	3215	3870	3260	2675
3250	3530	3200	4200	2835	3500	2750	3045	3690	2830
3220	3600	2930	3600	2720	3400	2620	3600	3850	3455
3500	3810	2690	2650	4120	3410	3770	2820	3550	3100





MITJANA, VARIÀNCIA I DESVIACIÓ ESTÀNDARD

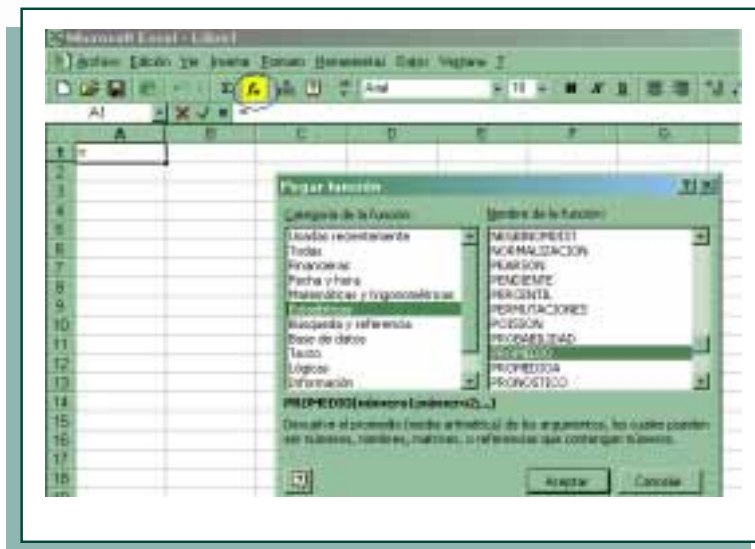
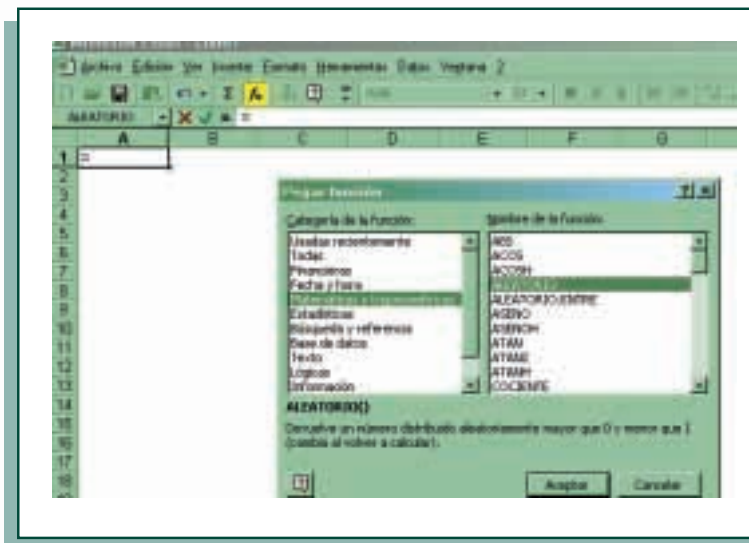
Mitjana aritmètica: $\mu = \frac{\sum x_i}{n} = 3234,218$

Variància: $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 250697,7025$

Desviació típica o estàndard: $\sigma = \sqrt{250697,7025} = 500,6972$



EH! ABANS DE FUGIR...,
US PROPÒS QUE, EN
TENIR UNA ESTONA
DE TRANQUIL·LITAT,
MIREU EL FULL DE
CÀLCUL DE L'EXCEL® I
EXPERIMENTEU AMB
LES FUNCIONS...



DONCS US PROPÒS TAMBÉ UNA ENDEVINALLA PERQUÈ L'ANEU RESOLENT A POC A POC, ABANS DE FINAL DE CURS.



ENDEVINALLA:

- HI HA 5 CASES AMB LES FAÇANES DE COLORS DIFERENTS.
- A CADA UNA HI VIU UNA PERSONA D'UNA NACIONALITAT DIFERENT.
- ELS CINC BEUEN UNA BEGUDA DETERMINADA, TENEN UNA PROFESSION DETERMINADA I TENEN UN DETERMINAT ANIMAL DE COMPANYIA.
- NO N'HI HA CAP QUE TINGUI EL MATEIX ANIMAL, NI LA MATEIXA PROFESSION NI QUE BEGUI LA MATEIXA BEGUDA.

LA PREGUNTA ÉS: **QUI TÉ EL PEIX?**



CLAUS:

1. EL BRITÀNIC VIU A LA CASA VERMELLA.
2. EL SUEC TÉ UN CA.
3. EL DANÈS PREN TE.
4. LA CASA VERDA ÉS A L'ESQUERRA DE LA CASA BLANCA.
5. L'AMO DE LA CASA VERDA PREN CAFÈ.
6. EL FÍSIC TÉ UN OCELL.
7. L'AMO DE LA CASA GROGA ÉS BIÒLEG.
8. EL QUI VIU A LA CASA DEL CENTRE PREN LLET.
9. EL NORUEC VIU A LA PRIMERA CASA.
10. EL QUÍMIC VIU AL COSTAT DE LA CASA QUE TÉ UN MOIX.
11. LA PERSONA QUE TÉ UN CAVALL VIU DEVORA EL BIÒLEG.
12. L'INFORMÀTIC BEU SUC D'ARANJA.
13. L'ALEMANY ÉS MATEMÀTIC.
14. EL NORUEC VIU DEVORA LA CASA BLAVA.
15. EL QUÍMIC TÉ UN VEÏNAT QUE BEU AIGUA.

DIUEN QUE **EINSTEIN** VA ESCRIURE UNA ENDEVINALLA SEMBLANT EL SEGLE PASSAT I VA DIR QUE EL 90% DE LA POBLACIÓ MUNDIAL NO LA PODRIA RESOLDRE. NO ÉS DIFÍCIL, NOMÉS HI HAS DE POSAR MOLTA D'ATENCIÓ I CONCENTRACIÓ, I TENIR PACIÈNCIA.

CAPÍTOL 2



KARL PEARSON, LONDRES (1857-1936)





ÉS VER QUE LA MITJANA -BÉ, LA MITJANA ARITMÈTICA, QUE ANOMENAM SIMPLEMENT MITJANA- POT ESTAR MOLT AFECTADA PELS VALORS.

MIRAU AQUEST EXEMPLE QUE HE TROBAT:



10	10
10	10
10	10
10	10
10	10
10	10
12	12
12	12
12	12
13	13
25	25
30	30
135	

Mitjana = 23

Mitjana = 13,667

DONCS SÍ QUE VARIA LA MITJANA, NOMÉS AMB LA DESAPARICIÓ D'AQUEST ELEMENT ATÍPIC. NO CREC QUE PASSI EL MATEIX AMB LA MEDIANA NI AMB LA MODA.

HO APUNT, PERQUÈ HO HAUREM D'INVESTIGAR.



	299	164
Suma	13	12
Nre. elements	23	13,667
Quocient		

Element atípic extrem



A MÉS, SI LA DISTRIBUCIÓ ES DONÀS AMB CLASSES D'AQUESTA FORMA:

Classes	Freqüències	Marques de classe
De 0 a 20	5	10
De més de 20 a 40	12	30
De més de 40 a 70	7	55
Més de 70	4	¿?



QUINA MARCA DE CLASSE ASSIGNAM A LA DARRERA? COM PODRÍEM TROBAR LA MITJANA? NO SERIA MILLOR, EN AQUEST CAS, LA MEDIANA?...

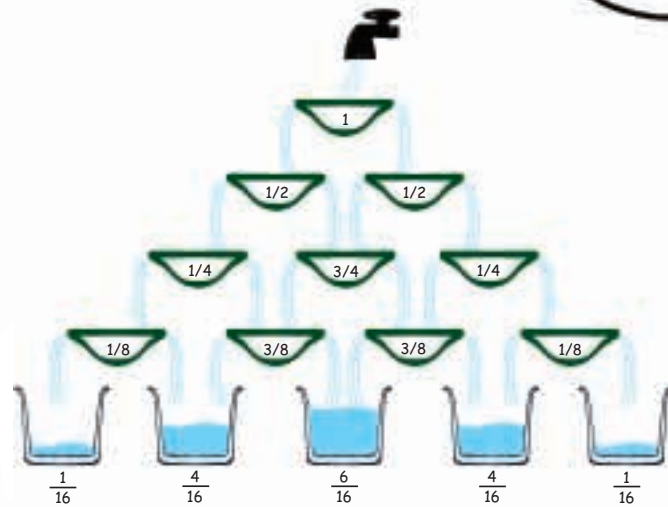


ESTAM DESCOBRINT QUE, A PESAR DE LA IMPORTÀNCIA I LA FACILITAT DE CÀLCUL DE LA MITJANA ARITMÈTICA, HAUREM DE TENIR EN COMPTE UN ALTRE TIPUS DE MESURES CENTRALS EN SEGONS QUINS CASOS -I SI ÉS POSSIBLE EN TOTS- PER FER UNA MILLOR DESCRIPCIÓ DE LA DISTRIBUCIÓ.



SERIA, DONCS, INTERESSANT REPASSAR ALTRES MESURES... PER EXEMPLE, LA MITJANA GEOMÈTRICA.

PRECISAMENT L'ALTRE DIA, REPASSANT LES NOSTRES PRIMERES EXPERIÈNCIES, VAIG TROBAR EL GRÀFIC DE LES TIRADES DE MONEDES.



I VAIG PENSAR QUE SI EN UNA TIRADA HI HA UNA PROBABILITAT QUE SURTI CARA D' $\frac{1}{2}$, I EN CINQ TIRADES, LA PROBABILITAT QUE TOTES SURTIN CARA ÉS D' $\frac{1}{32}$, PODRIA TROBAR LA PROBABILITAT EN TRES TIRADES AMB UNA MITJANA.

PROVEM-HO AMB LA MITJANA ARITMÈTICA:

$$\bar{p} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{32}}{2} = \frac{16 + 1}{32} = \frac{17}{64}$$

MALAMENT. PER AQUEST CAMÍ NO HI ARRIBAREM.

DONCS PROVEM LA MITJANA GEOMÈTRICA:

EUREKA! QUAN PARLEM DE DISTRIBUCIÓ VEUREM COSA SOBRE AQUESTA QÜESTIÓ...

Mitjana geomètrica = $\sqrt[n]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_i^{n_i}}$ $n = \sum_{j=1}^i n_j$

$$M_g = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{32}} = \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$$

PERÒ HAURÍEM D'ACLARIR ALGUNES COSES ABANS DE CONTINUAR.

UNA POT SER QUE LES MITJANES, SIGUIN LES QUE SIGUIN, SÓN SOLAMENT ESTADÍSTICS QUE CALCULAM CERCANT UNA REPRESENTACIÓ MÉS SIMPLIFICADA DE LA TAULA DE DADES INICIAL.

TU TE N'HAS ADONAT AMB EL DARRER EXEMPLE D'EN GAUSS, EN QUÈ LES MITJANES EREN 23 I 13,667.

SÍ, QUE EREN VALORS NO COINCIDENTS AMB CAP DE LES DADES, O SIGUI QUE NI TAN SOLS PERTANYIEN A LA DISTRIBUCIÓ.


EN L'EXEMPLE DE LA MITJANA GEOMÈTRICA, LA PERFECCIÓ DEL RESULTAT "UN VUITÈ" ÉS DEGUDA A L'ELECCIÓ DE LES DADES.

Mitjana geomètrica = $\sqrt[n]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_i^{n_i}}$ $n = \sum_{j=1}^i n_j$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{32}} = \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$$

PER TANT, ON SERIA MÉS ENCERTAT APLICAR LA MITJANA GEOMÈTRICA I NO L'ARITMÈTICA SERIA, PER EXEMPLE, EN POBLACIONS AMB CREIXEMENT NO PROPORCIONAL, PODRÍEM DIR AMB CREIXEMENT EXPONENCIAL.

Mitjana geomètrica = $\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

$$M_g = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{32}} = \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$$


ÉS UNA BONA TEORIA. VERBIGRÀCIA: LA POBLACIÓ D'UNA CIUTAT L'ANY 1990 ÉS DE 10.000 PERSONES I L'ANY 2000, DE 80.000. HAUREM DE SUPOSAR QUE HA ANAT CREIXENT PROGRESSIVAMENT.



1990

2000

QUANTS D'HABITANTS DEVA TENIR L'ANY 1995 (MEITAT DEL PERÍODE)?

$$\bar{p} = \frac{10.000 + 80.000}{2} = 45.000$$

AQUÍ, EN AQUEST EXEMPLE, LA MITJANA GEOMÈTRICA ES POT ACOSTAR A LA REALITAT MÉS QUE LA MITJANA ARITMÈTICA:

$$p_{mg} = \sqrt{10.000 \times 80.000} = 28.284'27$$



ARA VEIG DUES COSES: UNA, QUE ÉS MÉS ENCERTADA LA MITJANA GEOMÈTRICA EN AQUEST CAS PERQUÈ DE CADA ANY AUGMENTARÀ MÉS, I NO LA MATEIXA QUANTITAT CADA ANY, COM PRESSUPOSA L'ARITMÈTICA; I LA SEGONA... SE M'HA OBLIDAT!



AH! JA HO SÉ! QUE SÓN VALORS REPRESENTATIUS, PERQUÈ NO PODRIA SER MAI QUE L'ANY 1995 HI HAGUÉS 0,27 HOMES.

VA BÉ A MITGES! TENS MÉS OCURRÈNCIES?









TEMPS QUE ESTÀ PER PUJAR:

$$t_{pujar} = \frac{\text{espai}}{\text{velocitat}} = \frac{30 \text{ km}}{30 \frac{\text{km}}{\text{hora}}} = 1 \text{ hora}$$



TEMPS QUE ESTÀ PER DAVALLAR:

$$t_{davallar} = \frac{\text{espai}}{\text{velocitat}} = \frac{30 \text{ km}}{90 \frac{\text{km}}{\text{hora}}} = \frac{30}{90} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ hora}$$



TOTAL DE TEMPS:

$$t_{total} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \text{ hora}$$



ESPAI TOTAL RECORREGUT:

$$e_{total} = 30 + 30 = 60 \text{ hora}$$



VELOCITAT MITJANA:

$$v_{mitjana} = \frac{\text{espai}}{\text{velocitat}} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{4}{3} \text{ hora}} = \frac{60}{\frac{4}{3}} = \frac{60 \cdot 3}{4 \cdot 1} = \frac{180}{4} = \frac{90}{2} = 45 \text{ km/hora}$$



NO HAVIA SORTIT GENS BÉ!



LA COSA ÉS COMPRESIBILE, JA HO DEIA BÉ EN BINOMI, AQUÍ LA FÓRMULA QUE S'HI HA D'APLICAR ÉS LA DE LA MITJANA HARMÒNICA:

$$x_{\text{harmònica}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

$$v_{\text{mitjana}} = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{90}} = \frac{2}{\frac{3+1}{90}} = \frac{2 \cdot 90}{4} = \frac{180}{4} = 45 \text{ km/hora}$$

EXTRAORDINARI! PERÒ..., EN AQUEST EXERCICI ELS DOS TRAJECTES EREN IGUALS... SORTIRIA TAMBÉ SI NO HO FOSSIN?

NO, EN AQUEST CAS HAURÍEM DE PONDERAR, ÉS A DIR, UTILITZAR ELS PESOS CORRESPONENTS.

PER EXEMPLE: UN CICLISTA RECORRE UNA DISTÀNCIA DE 50 KM; ELS PRIMERS 10 A UNA VELOCITAT DE 30 KM/H, I ELS SEGÜENTS 40 KM A UNA VELOCITAT DE 60 KM/H. QUINA SERÀ LA SEVA VELOCITAT MITJANA?

$$v_{\text{mitjana}} = \frac{10 + 40}{\frac{1}{30} \cdot 10 + \frac{1}{60} \cdot 40} = \frac{50}{\frac{10}{30} + \frac{40}{60}} = \frac{50}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{50}{1} = 50 \text{ km/hora}$$

DEIXAU-ME FER A MI.

MOLT BÉ!, PERQUÈ HO HE FET PER FÍSICA I ELS RESULTATS COINCIDEIXEN.





COLOR



Gran Bretanya



Noruega



Alemanya



Dinamarca



Suècia

NACIONALITAT



Aigua



Te



Cafè



Suc



Llet

BEGUDA



Biòleg



Químic



Informàtic



Físic



Matemàtic

PROFESSIÓ



ANIMAL DE COMPANYIA

PER QUEDAR BÉ DIRÍEM QUE CERCAM UN VECTOR DE PARÀMETRES QUE ENCARA DESCONEXEM I QUE DETERMINARIA ELS SEUS CINQ COMPONENTS.



DESPRÉS CREAM UNA TAULA DE DOBLE ENTRADA I A CADA CASELLA HI ANIREM INDICANT EN VERMELL FOSC LA PROBABILITAT QUE ES CONVERTEIXI EN SEGURA, PER LA LECTURA DE LES CLAUS DE L'ENDEVINALLA; I EN NEGRE LA QUE ÉS IMPOSSIBLE PERQUÈ HO DIUEN LES CLAUS O PERQUÈ S'HA ASSIGNAT A UN ALTRE.

AIXÍ, QUAN EN UNA CASELLA HI HAGI QUATRE ASSIGNACIONS EN NEGRE, SABREM QUE HA DE SER SEGUR EL QUE ENS Falta.





PRIMER, LA CLAU 9



SEGON, LA CLAU 14



TERCER, LA CLAU 8



EN RESULTA LA TAULA SEGÜENT:

VERMELL... SÍ NEGRE... NO	Casa 1a	Casa 2a	Casa 3a	Casa 4a	Casa 5a
Color	Blava	BLAVA 🏠	Blava	Blava	Blava
Nacionalitat	NORUEC 🇳🇴	Noruec	Noruec	Noruec	Noruec
Beguda	Llet	Llet	LLET 🥛	Llet	Llet
Professió	-	-	-	-	-
Animal	-	-	-	-	-



CAPÍTOL 3



RONALD AYLMER FISHER,
LONDRES (1890-1962)



GEORGE SNEDECOR,
TENNESSEE (1881-1974)



ON ENS DUS?

QUIN SENYAL TANT DE MISTERI?

ATENCIÓ, JOVES...

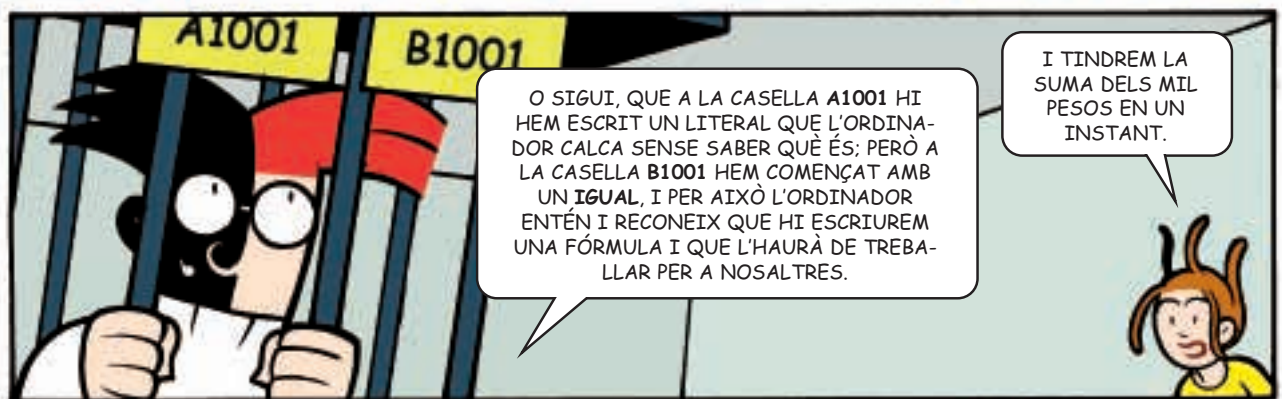
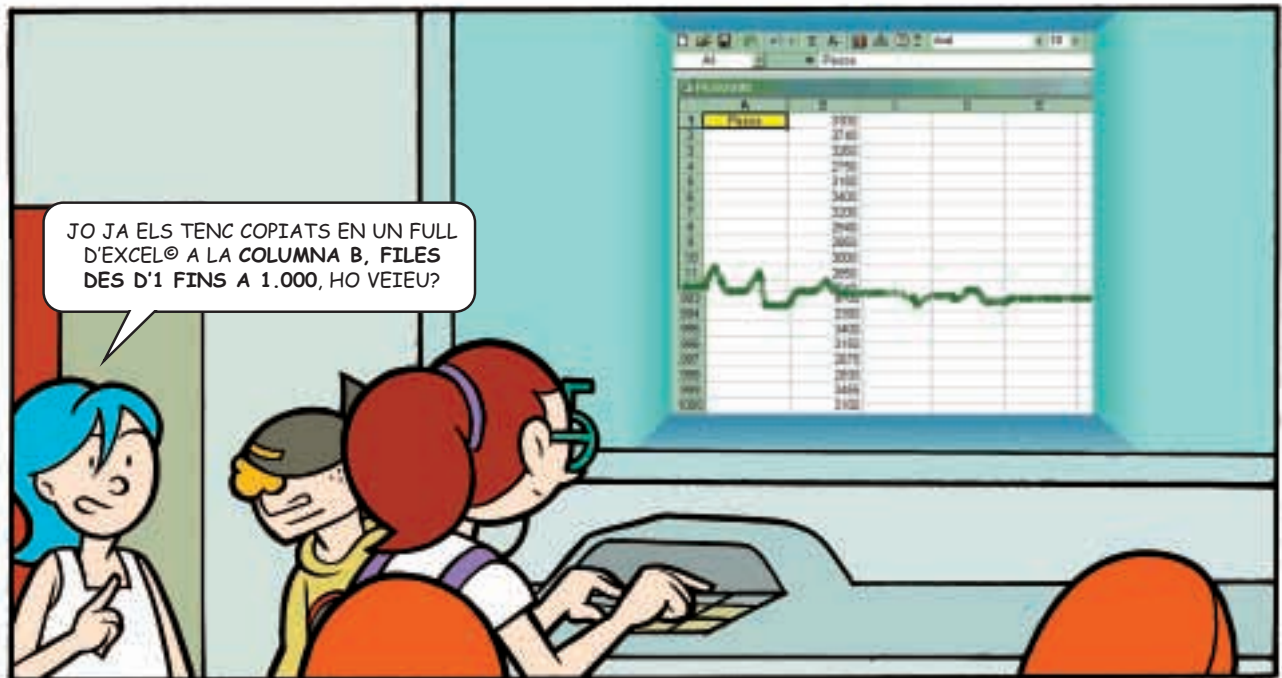


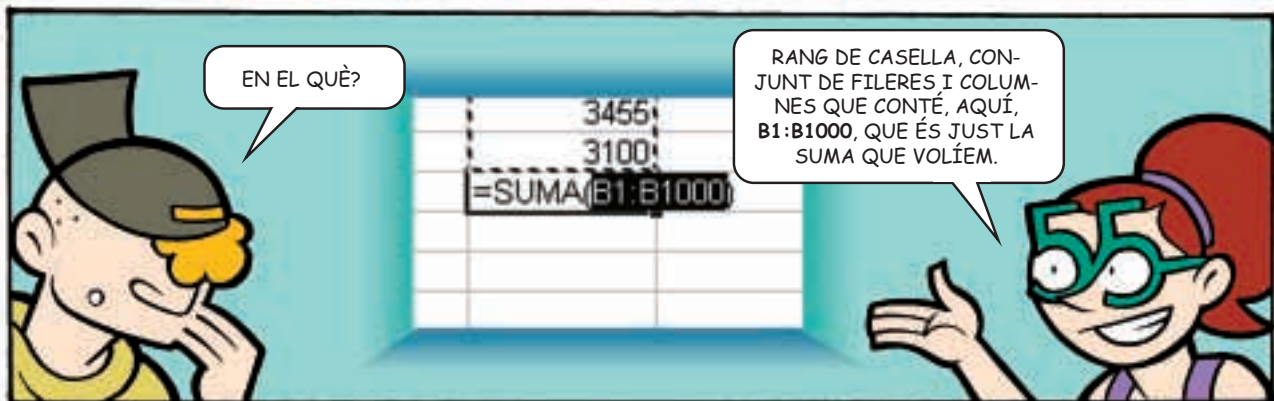
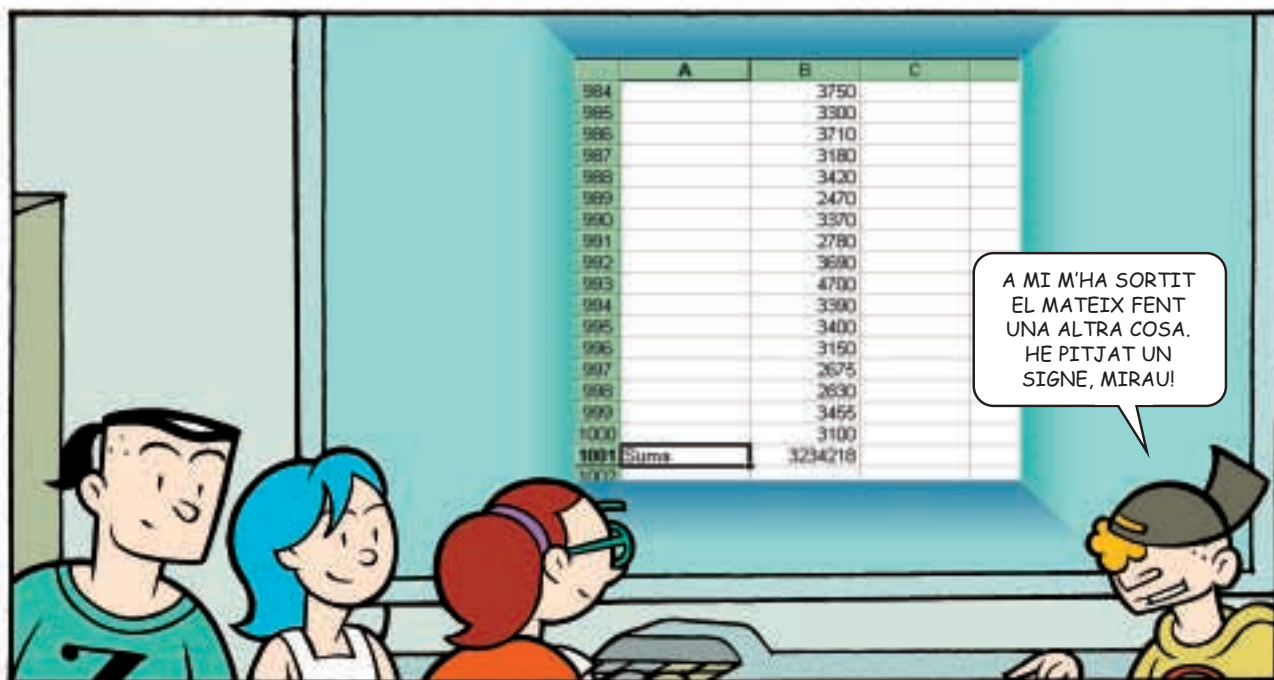
UUUAAU!

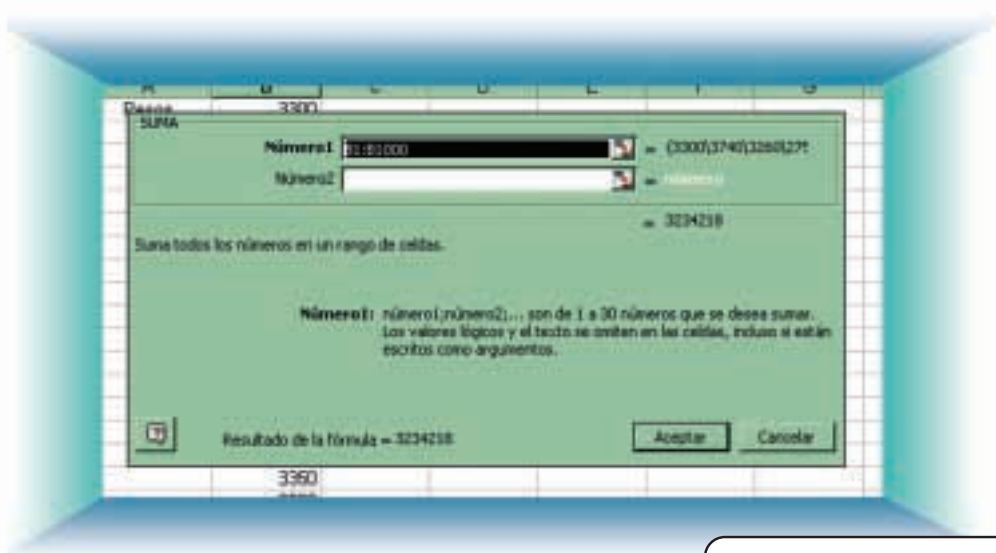
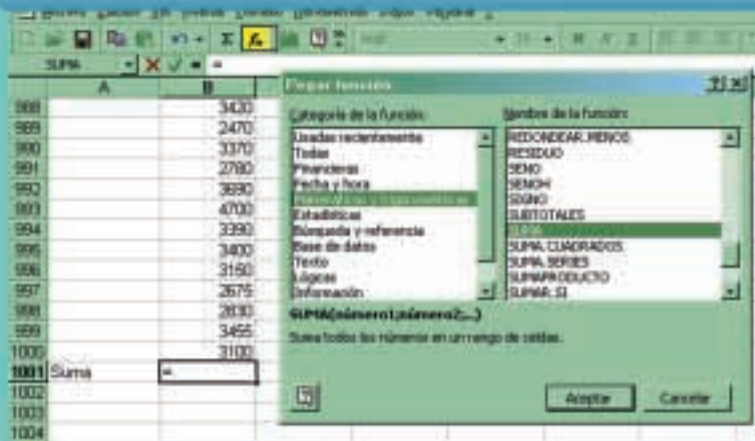


JA QUE ENS DEIXEN USAR AQUESTA SALA DE NOVES TECNOLOGIES, APROFITEM PER RESOLDRE TÈCNICAMENT ALGUNA DE LES QÜESTIONS ANTERIORS.

COMENCEM PER LA SÈRIE DELS PESOS DEL NADONS.







PER AQUEST CAMÍ, EL DE LES FUNCIONS, HI HAUREM D'ANAR PER RESOLDRE MOLTS DE PROBLEMES ESTADÍSTICS.



PER TROBAR LA MITJANA HAURÍEM DE DIVIDIR AQUESTA SUMA ENTRE EL NOMBRE D'OBSERVACIONS, EN AQUEST CAS, 1.000.



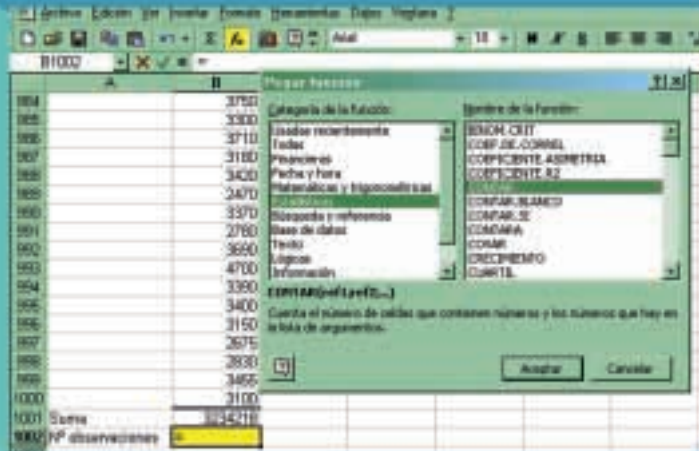
PERÒ HI HAURÀ CASOS EN QUÈ NO SABREM QUANTES OBSERVACIONS HI HA.



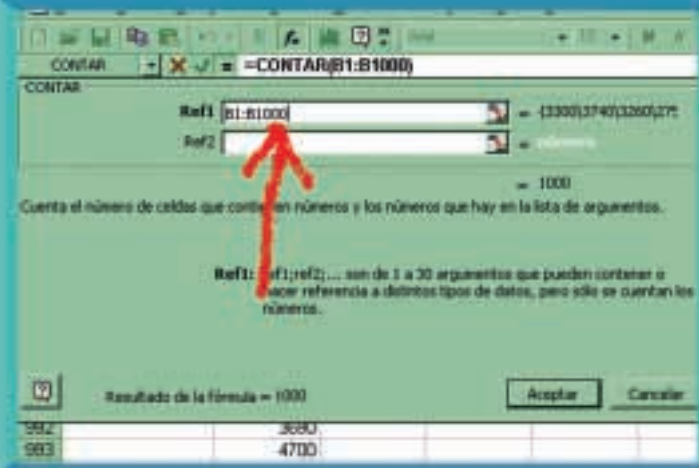
QUINA PALLISSA CONTAR-LES SI SÓN MOLTES, M'ESTIC POSANT MALALTET.



PER AIXÒ JO HE FET...



I ARA ACCEPTAM ANANT MOLT ALERTA AMB EL RANG QUE S'HA DE COMPTAR, QUE SI NO, COMPTA TAMBÉ LA CASELLA DE LA SUMA.





AMB AQUEST MÈTODE, PER TROBAR LA MITJANA, DESPRÉS HAURÍEM DE DEFINIR UNA FÓRMULA. VEGEM-LA:

JO HE TROBAT UNA FORMA DIRECTA DE TROBAR LA MITJANA.

	A	B	C	D
994		3390		
995		3400		
996		3150		
997		2675		
998		2830		
999		3455		
1000		3100		
1001	Suma	3234218		
1002	Nº observaciones	1000		
1003	Meda	3234.218		
1004				
1005				
1006				
1007				

MEM IDÒ, QUE ELS TEMPS NO ESTAN PER PERDRE L'IDEM... FINS I TOT LLATÍ ESTIC APRENENT.



VOILÀ... POLÍGLOTA!

QUÈ?

VEGEM LA FÓRMULA, LA RESTA JA HO CERCAREU ALS DICCIONARIS.



VEGEM LA FÓRMULA, LA RESTA JA HO CERCAREU ALS DICCIONARIS.

	A	B
994		3390
995		3400
996		3100
997		2675
998		2830
999		3455
1000		3100
1001	Meda	=
1002		
1003		
1004		
1005		
1006		
1007		
1008		
1009		
1010		

LLAVORS N'HI HA D'HAVER PER TROBAR LA MODA, LA MEDIANA... UFI QUIN ESTALVI D'ESFORÇOS SI LES TROBAM.

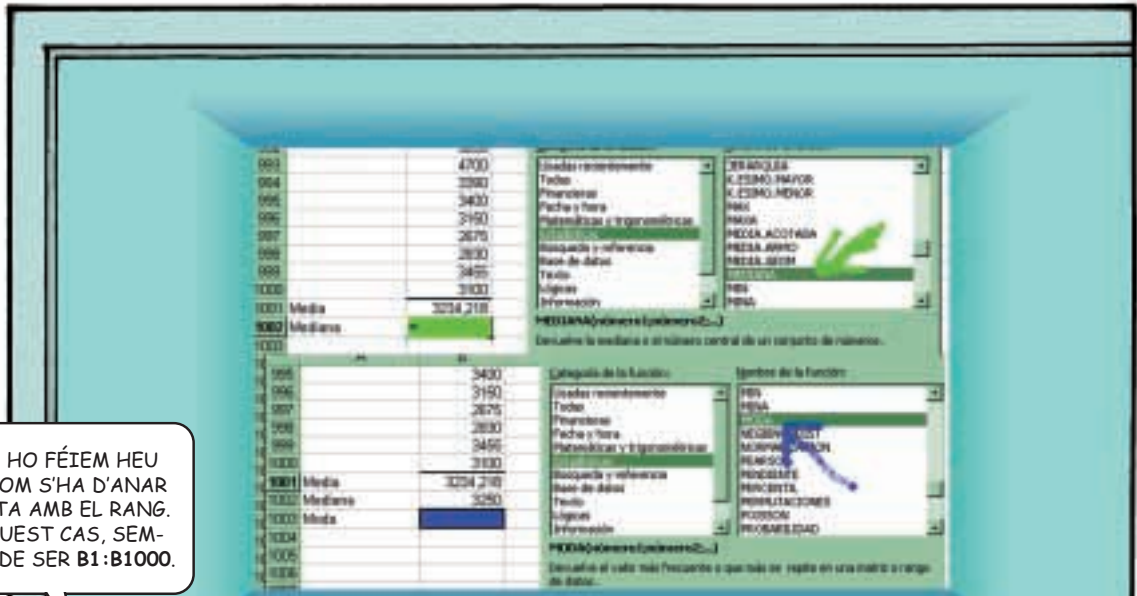
I FUNCIONA.



I FUNCIONA.

	A	B	C	D
992		3000		
993		4700		
994		3390		
995		3400		
996		3150		
997		2675		
998		2830		
999		3455		
1000		3100		
1001	Meda	3234.218		
1002				
1003				
1004				

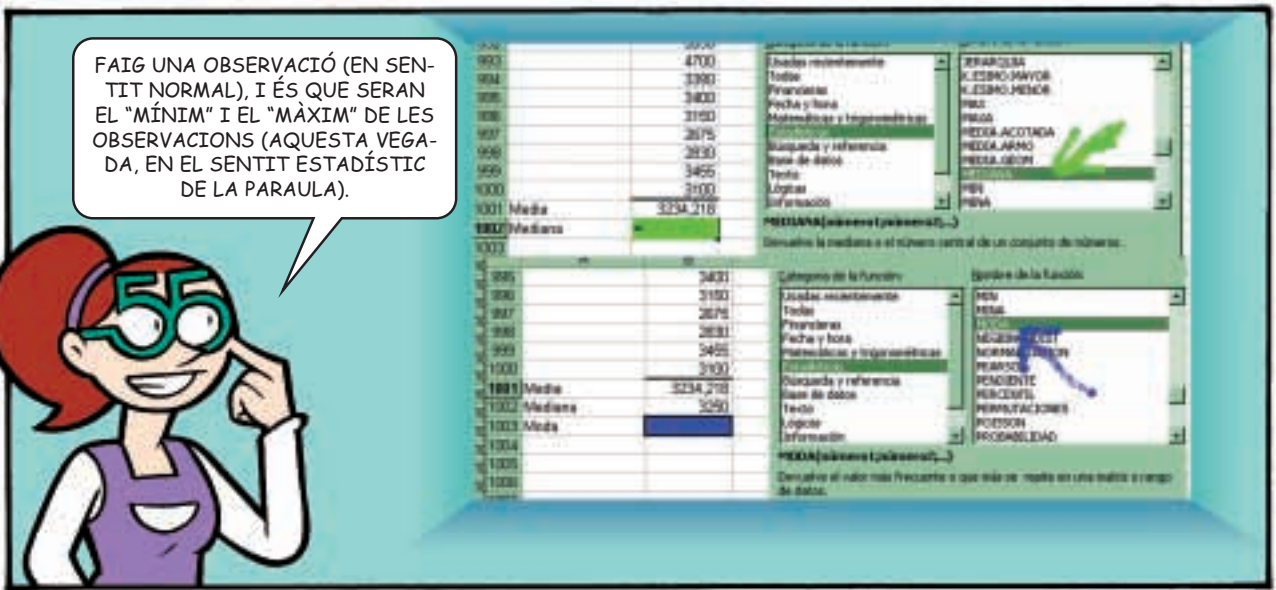




QUAN HO FÉIEM HEU VIST COM S'HA D'ANAR D'ALERTA AMB EL RANG. EN AQUEST CAS, SEMPRE HA DE SER B1:B1000.



DONCS ARA PODRÍEM TROBAR EL VALOR MÉS GRAN I EL MÉS PETIT DE TOTES LES OBSERVACIONS.



FAIG UNA OBSERVACIÓ (EN SENTIT NORMAL), I ÉS QUE SERAN EL "MÍNIM" I EL "MÀXIM" DE LES OBSERVACIONS (AQUESTA VEGADA, EN EL SENTIT ESTADÍSTIC DE LA PARAULA).





JO TAMBÉ HE DE FER UNA OBSERVACIÓ...

DE MODES, N'HI POT HAVER DE DIVERSOS TIPUS, I EL FULL NOMÉS DÓNA LA PRIMERA QUE TROBA.

ÉS A DIR, EN AQUEST CAS LA MODA ÉS 3.200 PERQUÈ ÉS EL DE MÀXIMA FREQUÈNCIA, AMB 40 OBSERVACIONS, PERFECTE.



PERÒ SUPOSEM, PER SUPOSAR...

O SIGUI, EN PLA FORMAL, UNA HIPÒTESI.



LA HIPÒTESI QUE DOS VALORS, EL DEL 3.200 I EL DEL 3.111, TINGUessin TOTS DOS LA MÀXIMA FREQUÈNCIA, 40 OBSERVACIONS, HI HAURIA DUES MODES?



SEGONS DIU EN GAUSS, EL FULL DE CÀLCUL NOMÉS ENS EN DONARIA UN, EL PRIMER QUE TROBÀS.

ENS DONARIA EL 3.111, L'ALTRE L'HAURÍEU DE TROBAR.



COM QUE "L'HAURÍEU"...

I TU?

DONA! JO JA HE DESCOBERT UNA MODA... VOSALTRES, LA RESTA...



FACEM PRIMER DE TOT UNA PANTALLA AMB LES FÓRMULES DE CÀLCUL MANUAL.

$$\text{Var}(X) = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{o } \text{Var}(X) = \frac{\sum_1^n x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$



$$\text{Var no esb}(X) = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\text{o } \text{Var no esb}(X) = \frac{n}{n-1} \left\{ \frac{\sum_1^n x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 \right\}$$





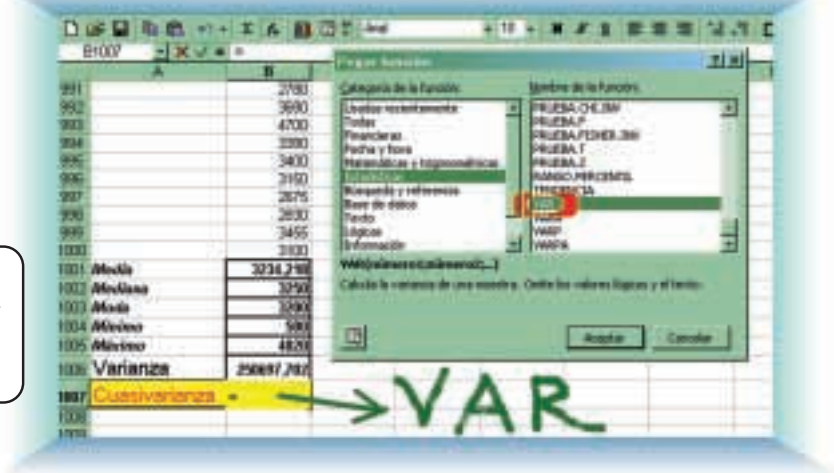
COMENCEM. LA VARIÀNCIA ES TROBA D'AQUESTA FORMA:



EH! EH! CREC QUE HE DESCOBERT LA VARIÀNCIA NO ES BIAIXADA I ÉS UNA AGUDÈNCIA.



SI ÉS AIXÍ, M'HI APUNT.

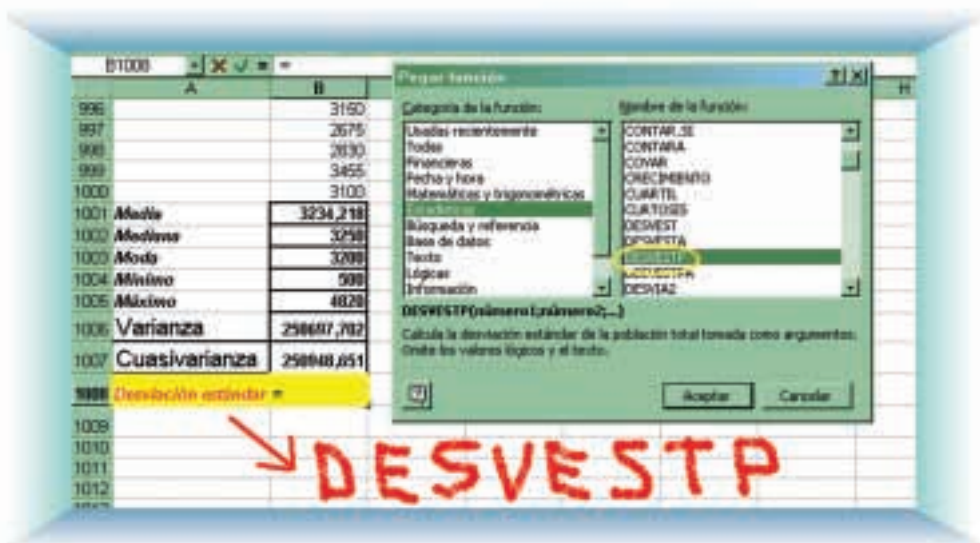




DE LA MATEIXA MANERA TROBAREM LA DESVIACIÓ TÍPICA I LA QUASIDESVIACIÓ TÍPICA, QUE SÓN LES RESPECTIVES RELS QUADRADES.

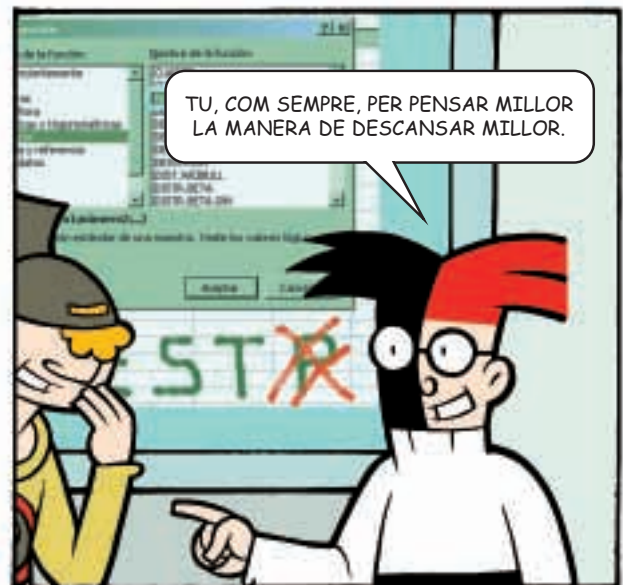
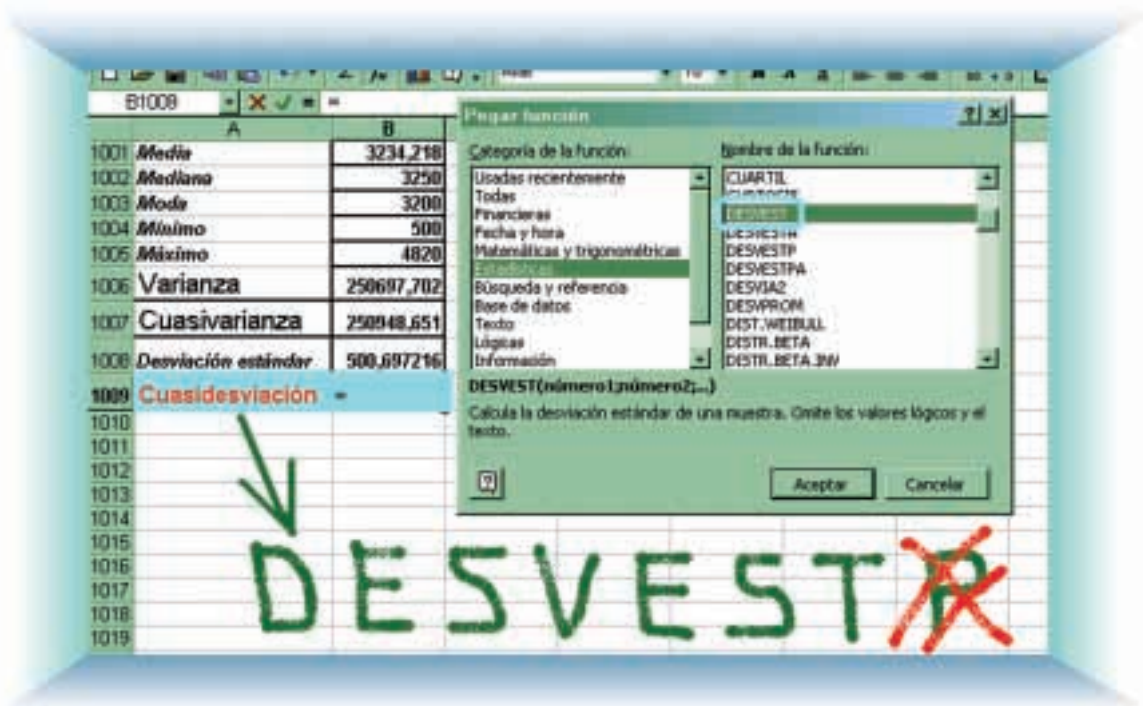
$$\text{Desviació típica o estàndard} = \sqrt{\text{Variància}}$$

$$\text{Quasidesviació típica o estàndard} = \sqrt{\text{Variància no esbiaixada}}$$





ALERTA AMB EL RANG. SEMPRE VOLEM OBTENIR ELS ESTADÍSTICS DE B1:B1000. VIUS CADA VEGADA QUE ACCEPTAM UNA FUNCIÓ!





Mitjana	3.234,2180
Mediana	3.250,0000
Moda	3.200,0000
Mínim	500,0000
Màxim	4.820,0000
Variància	250.697,7025
Variància no esbiaixada	250.984,6511
Desviació estàndard	500,6972
Quasidesviació	500,9478

PESOS DE NADONS
1.000 observacions





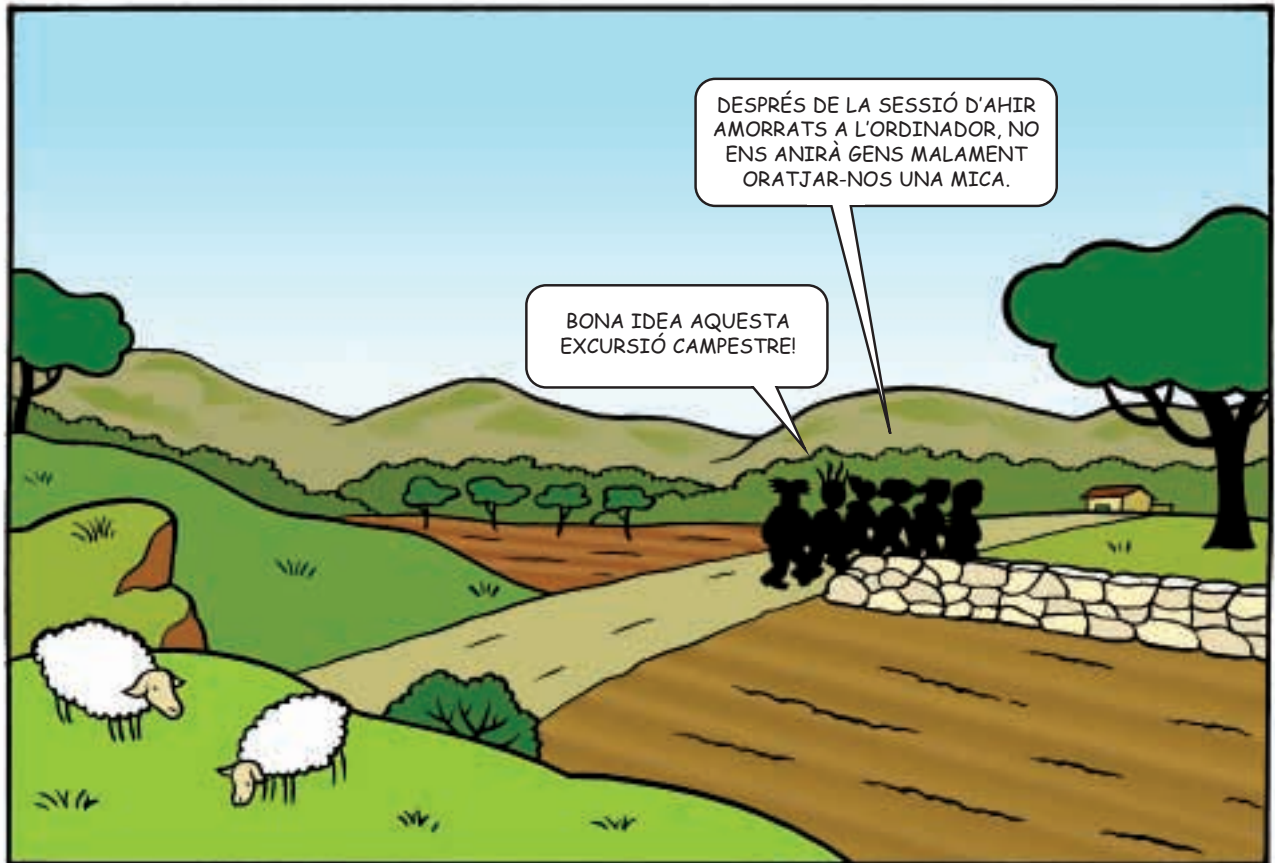
VERMELL... SÍ NEGRE... NO	Casa 1a	Casa 2a	Casa 3a	Casa 4a	Casa 5a
Color	Vermella/Blava	BLAVA 🏠	Blava	Blava	Blava
Nacionalitat	NORUEC 🇳🇴	Britànic/Noruec	Noruec	Noruec	Noruec
Beguda	Llet	Suc d'aranja Llet	LLET 🥛	Llet	Llet
Professió	-	Biòleg	Informàtic	-	-
Animal	-	-	-	-	-

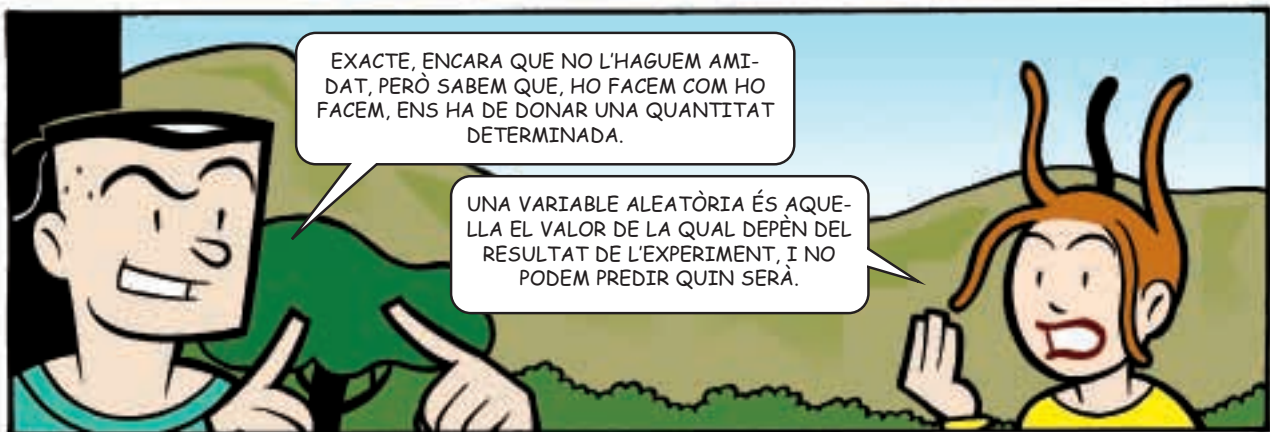
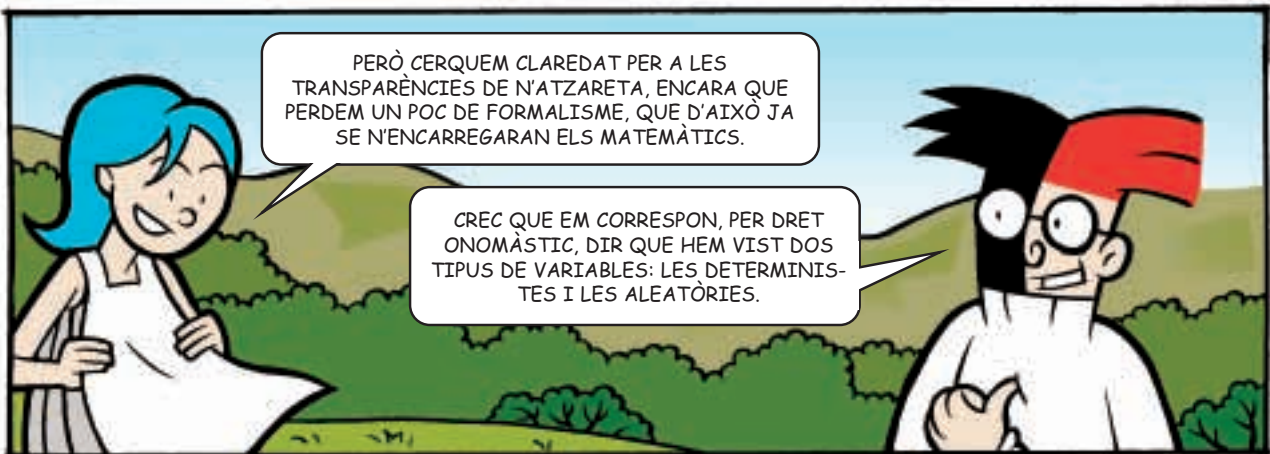
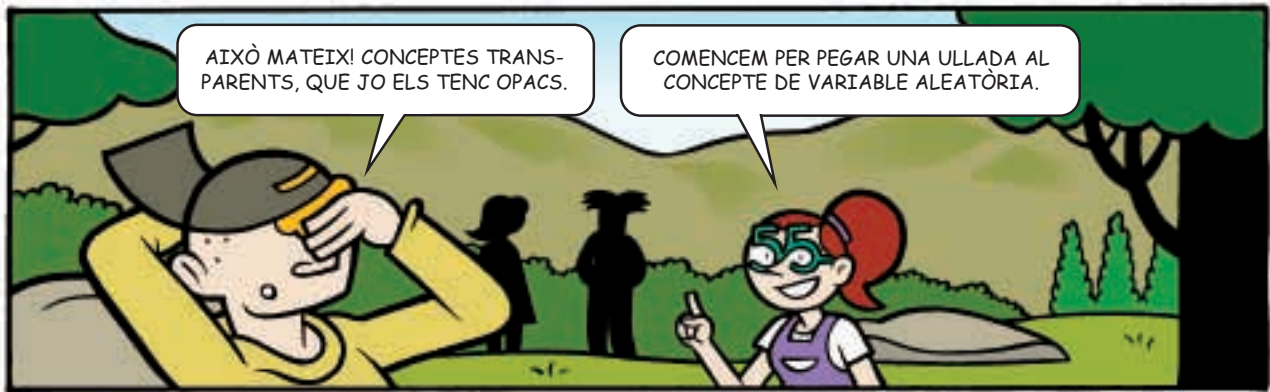


CAPÍTOL 4



GERTRUDE MARY COX, DAYTON, IOWA (1900-1978)

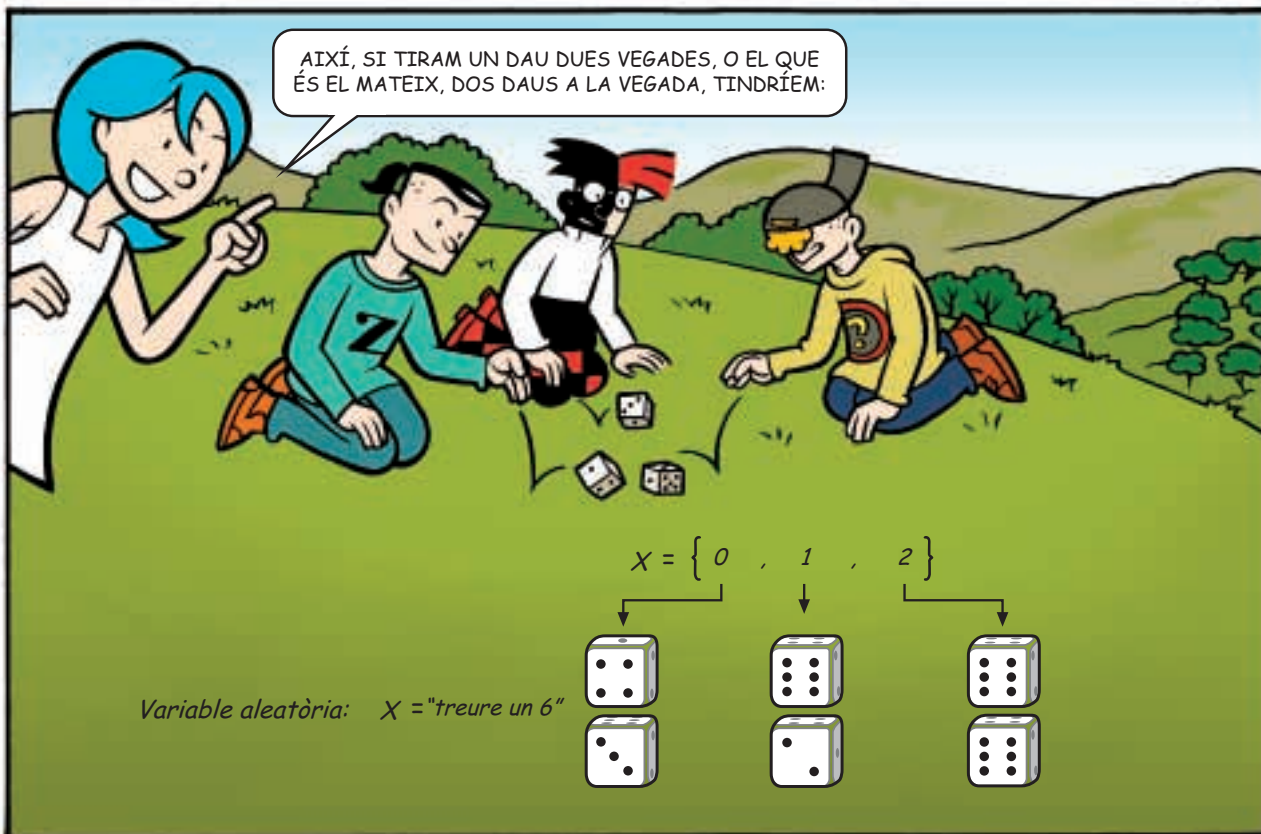
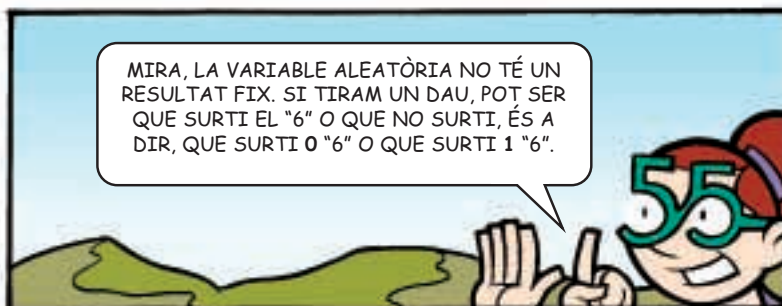






Variable determinista: $X = \text{"el meu pes d'ara"}$
 $X = 41,350 \text{ quilograms}$

Variable aleatòria: $X = \text{"treure un 6 en tirar un dau"}$
 $X = \{0, 1\}$



ÉS MOLT IMPORTANT L'OBSERVACIÓ QUE HA FET NA GRAFI:
TIRAR UN DAU DUES VEGADES = TIRAR DOS DAUS A LA VEGADA
 QUE DESPRÉS OBSERVAREM AMB DETALL; PERÒ ARA ENS FIXAREM
 EN EL FET QUE AIXÒ UNIT A LA VARIABLE ALEATÒRIA ÉS EL
 QUE EN PRINCIPI ANOMENAREM "UNA IDEA DE QUANTITAT
 DE POSSIBILITAT".



EL RESULTAT D'UNA TIRADA ÉS INDEPENDENT DE
 L'ALTRA; I QUAN ES TIREN DOS DAUS, ELS RESUL-
 TATS SÓN INDEPENDENTS UN DE L'ALTRE.



ARA SÍ QUE HO HEM ACABAT
 D'EMBULLAR...



ESTUDIEM A POC A POC
 LA QÜESTIÓ AMB L'AJU-
 DA DE NA GRAFI.

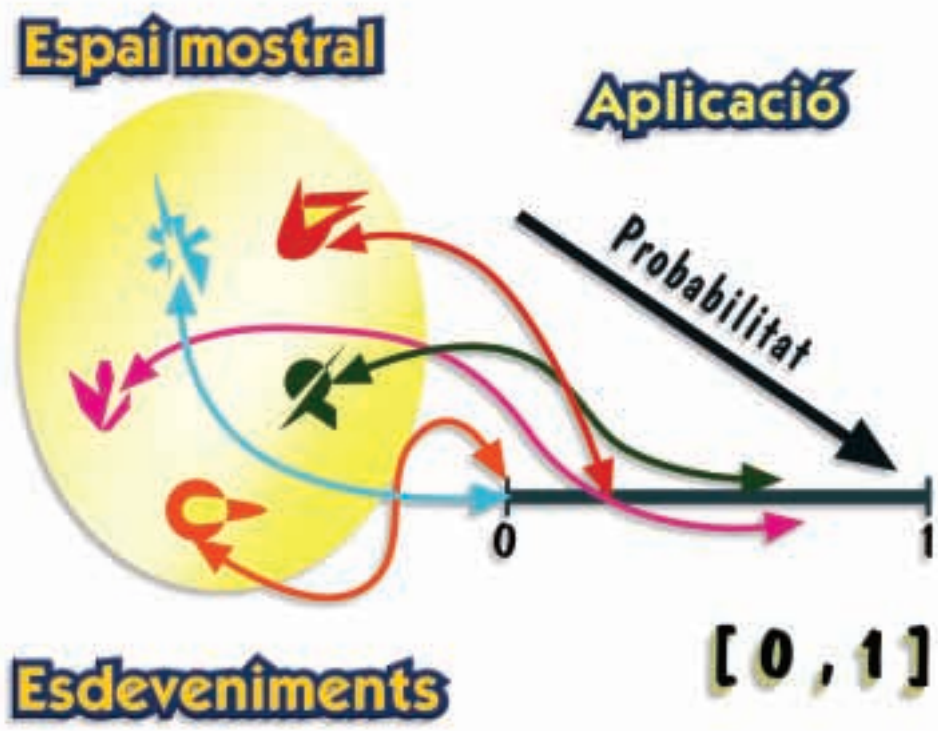
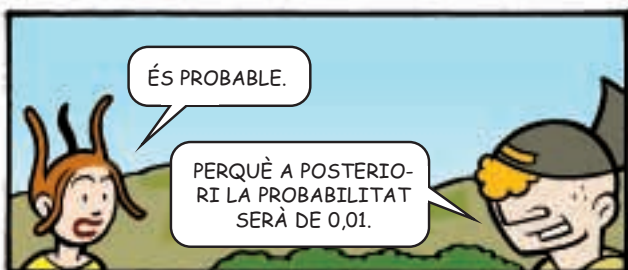
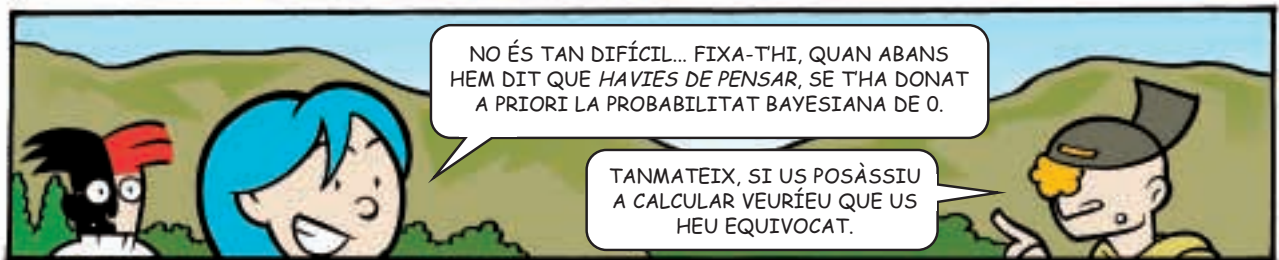
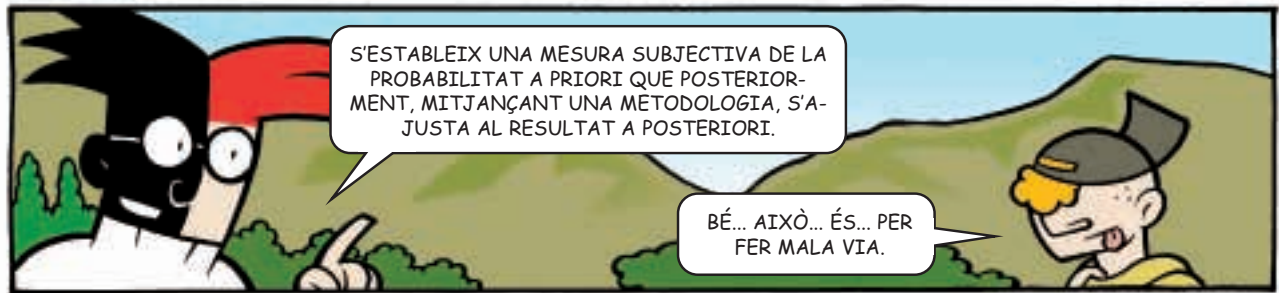
Variable:	Resultat:	Possibilitat:
Determinista x = "Àrea d'un quadrat d'1 m de costat"	1 m quadrat	Segur
Aleatòria X = "resultat del llançament d'un dau"	1	Possible
	2	Possible
	3	Possible
	4	Possible
	5	Possible
	6	Possible

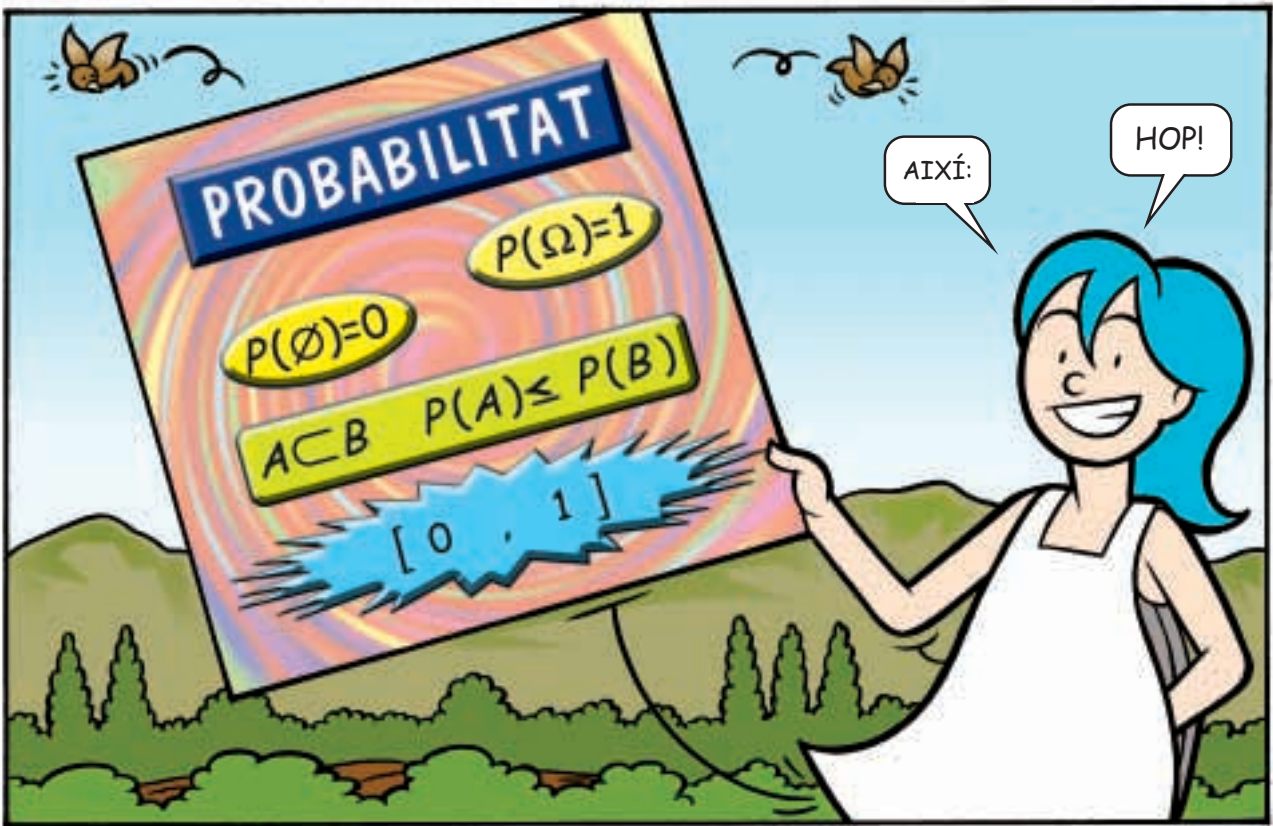


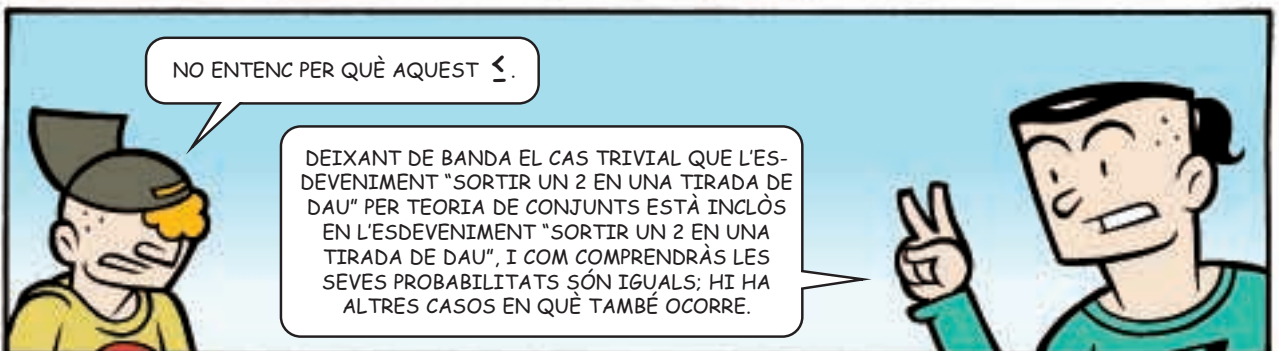
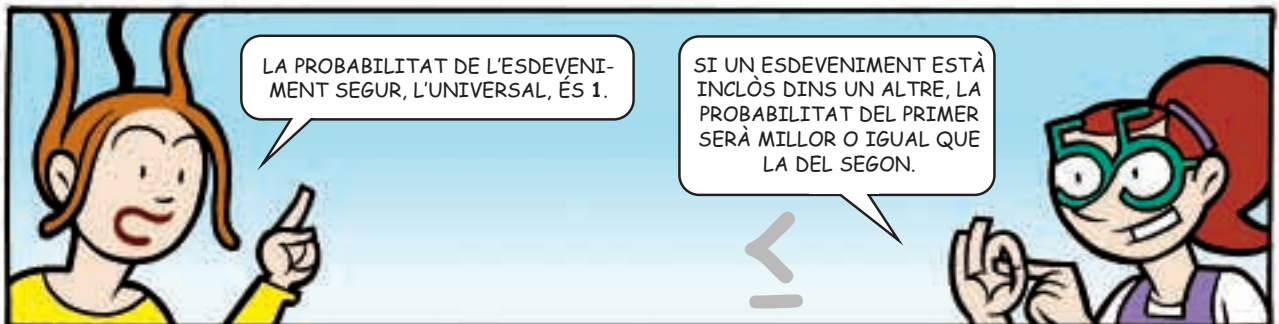











DEIXAU-M'HO FER A MI:

I com pots veure fàcilment: $P\{\text{sortir } 2\} < P\{\text{sortir } 2 \text{ o } 3\}$

Perquè: $\frac{1}{6} < \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

En canvi: $\{\text{sortir } 2\} \subset \{\text{sortir } 2 \text{ o } 7\}$

$P\{\text{sortir } 2\} = P\{\text{sortir } 2 \text{ o } 7\}$

Perquè: $\frac{1}{6} = \frac{1}{6} + 0$



CREC QUE PODRÍEM REPASSAR ELS ESDEVENIMENTS AMB GRÀFICS I FER-NOS UNA IDEA DE LA SEVA APLICACIÓ AMB LA PROBABILITAT.

Espai mostral

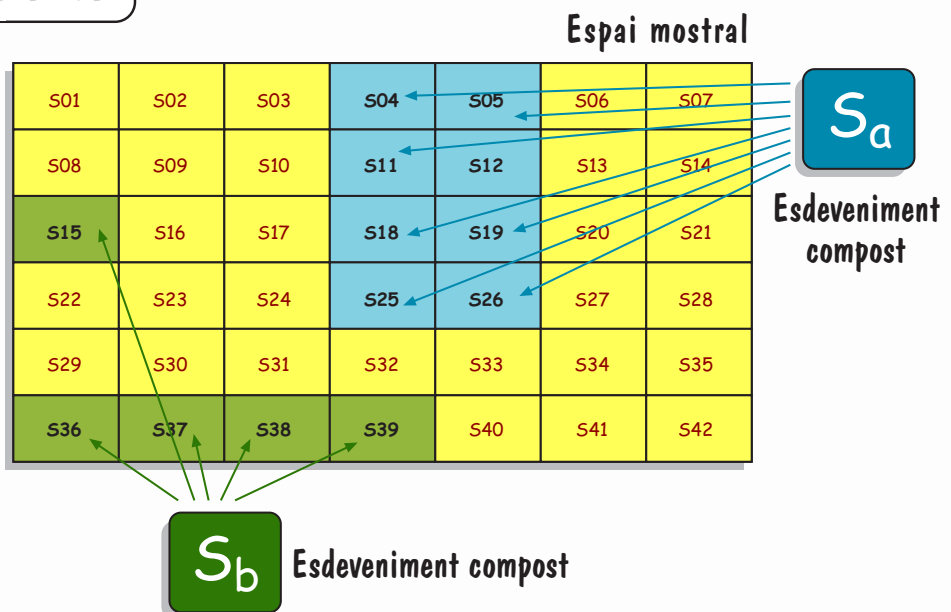
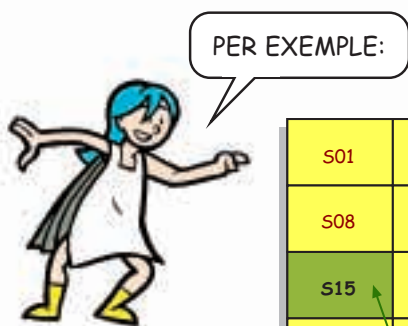
S01	S02	S03	S04	S05	S06	S07
S08	S09	S10	S11	S12	S13	S14
S15	S16	S17	S18	S19	S20	S21
S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28
S29	S30	S31	S32	S33	S34	S35
S36	S37	S38	S39	S40	S41	S42

Esdeveniments elementals equiprobables

S01	S02	S03	S04	S05	S06	S07
S08	S09	S10	S11	S12	S13	S14
S15	S16	S17	S18	S19	S20	S21
S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28
S29	S30	S31	S32	S33	S34	S35
S36	S37	S38	S39	S40	S41	S42

Esdeveniments elementals no equiprobables





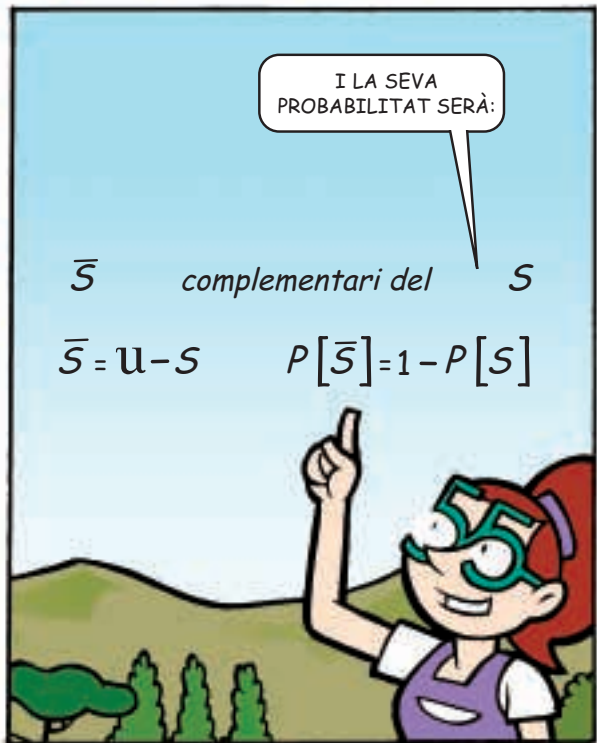
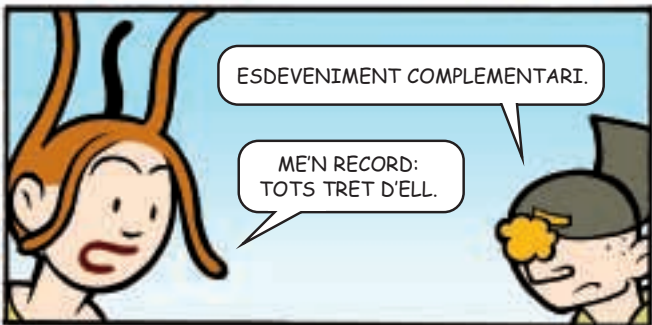
L'ESDEVENIMENT "A" ESTÀ FORMAT PER LA UNIÓ DE DIVERSOS ESDEVENIMENTS ELEMENTALS.

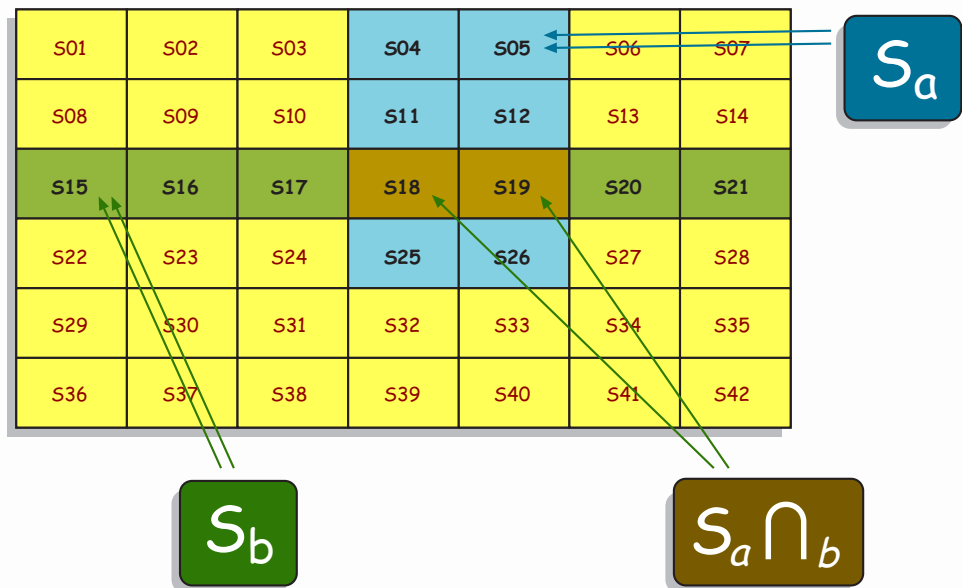
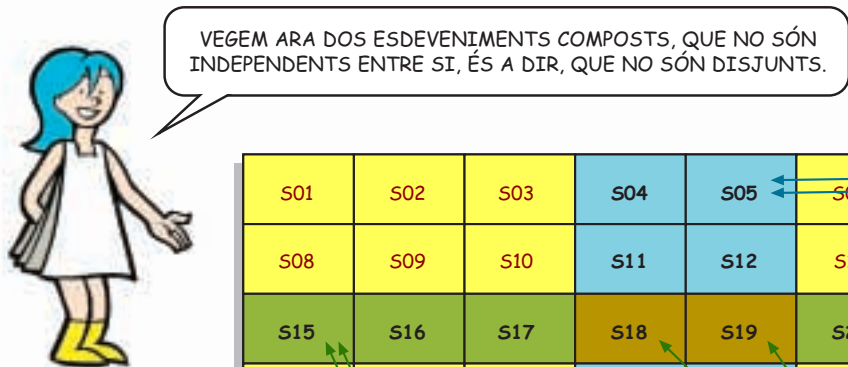


$$s_a = (s_4 \cup s_5 \cup s_{11} \cup s_{12} \cup s_{18} \cup s_{19} \cup s_{25} \cup s_{26})$$

COM TAMBÉ L'ESDEVENIMENT "B".

$$s_b = (s_{15} \cup s_{36} \cup s_{37} \cup s_{38} \cup s_{39})$$

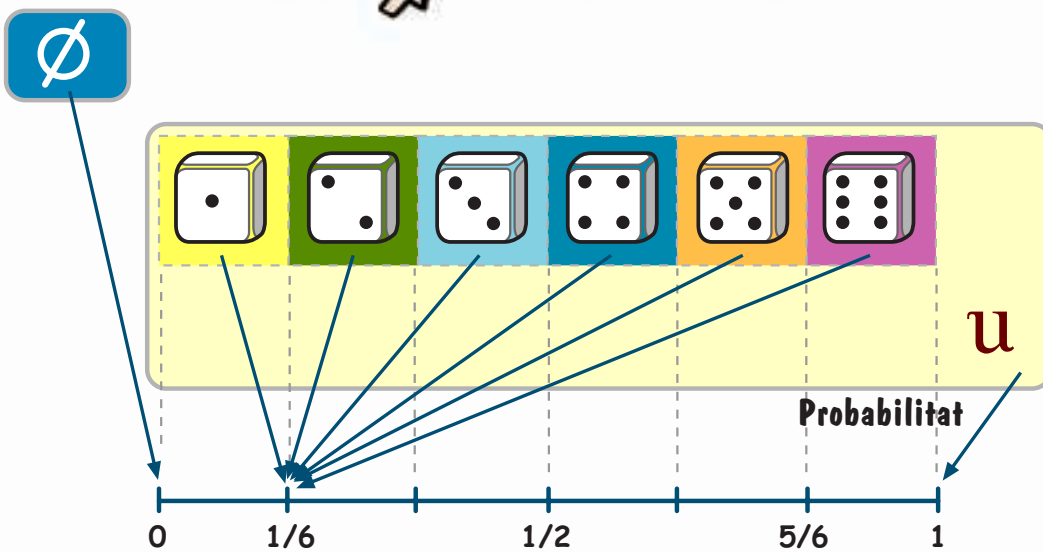




$$s_a = (s_4 \cup s_5 \cup s_{11} \cup s_{12} \cup s_{18} \cup s_{19} \cup s_{25} \cup s_{26})$$

$$s_b = (s_{15} \cup s_{16} \cup s_{17} \cup s_{18} \cup s_{19} \cup s_{20} \cup s_{21})$$

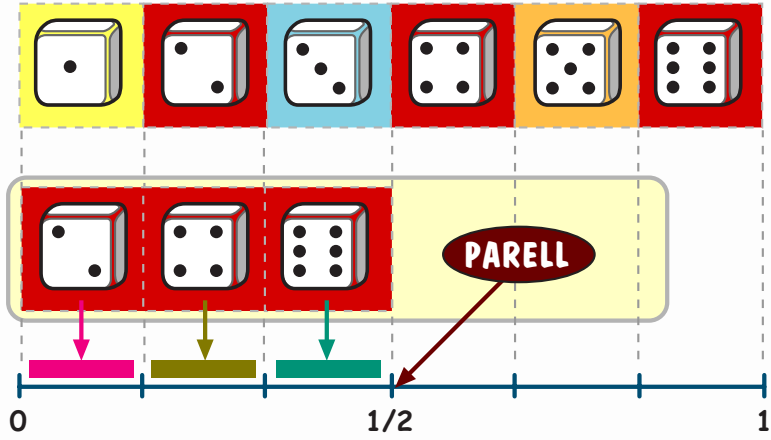
$$s_a \cap b = s_a \cap s_b = (s_{18} \cup s_{19})$$





FACEM EL MATEIX AMB L'ES-
DEVENIMENT COMPOST:

TREURE UN NOMBRE PARELL EN TIRAR UN DAU.



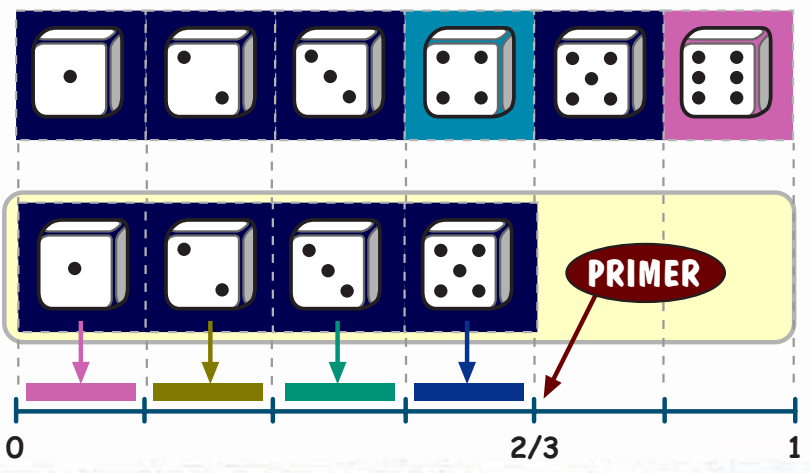
$$S_{parell} = (s_2 \cup s_4 \cup s_6)$$

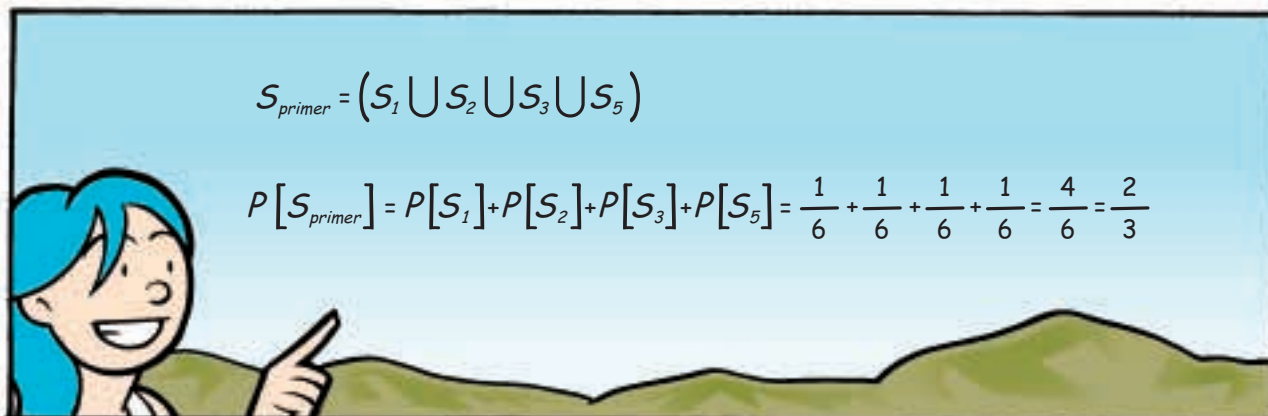
$$P[S_{parell}] = P[s_2] + P[s_4] + P[s_6] = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

VEGEM UN CAS MÉS
COMPLICADET:




TREURE UN NOMBRE PRIMER EN TIRAR UN DAU.





PARELL						
PRIMER						



I LLAVORS RESULTA:

$$s_{\text{parell}} = (s_2 \cup s_4 \cup s_6) \quad P[s_{\text{parell}}] = \frac{1}{2}$$

$$s_{\text{primer}} = (s_1 \cup s_2 \cup s_3 \cup s_5) \quad P[s_{\text{primer}}] = \frac{2}{3}$$

$$s_{\text{parell}} \cup s_{\text{primer}} = (s_1 \cup s_2 \cup s_3 \cup s_4 \cup s_5 \cup s_6) \quad P[s_{\text{parell}} \cup s_{\text{primer}}] = 1$$

$$P[s_{\text{parell}} \cup s_{\text{primer}}] \neq \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$s_{\text{parell}} \cap s_{\text{primer}} = (s_2) \quad P[s_{\text{parell}} \cap s_{\text{primer}}] = \frac{1}{6}$$

$$P[s_{\text{parell}} \cap s_{\text{primer}}] \neq \frac{1}{2} * \frac{2}{3}$$


ÉS IMPORTANT ANOTAR QUE QUAN ELS ESDEVENIMENTS NO SÓN DISJUNTS...

LA PROBABILITAT DE L'ESDEVENIMENT UNIÓ NO ÉS LA SUMA DE LES PROBABILITATS. LA PROBABILITAT DE L'ESDEVENIMENT INTERSECCIÓ NO ÉS EL PRODUCTE DE LES PROBABILITATS.



JO VOLIA QUE VEIÉSSIU EL QUE HE PREPARAT PER A LES MEVES TRANSPARÈNCIES, QUE INDIQUEN QUE UNA VARIABLE DETERMINISTA, COM HO ÉS EL SOU D'UN DIA DE FEINA, ES POT CONVERTIR EN ALEATÒRIA.

Variables aleatòries

EL TEU SALARI CONSISTIRÀ EN 20 € FIXOS CADA DIA MÉS 5 € PER HORA TREBALLADA.

v.d.

SUPOSANT QUE UN DIA FAS 8 HORES DE FEINA, QUIN SOU ET CORRESPON?

$$\text{SOU} = 20 + 8 \times 5 = 60 \text{ €}$$



QUIN ÉS EL SOU EN AQUESTA SEGONA SITUACIÓ?

v.a.

→ **SOU**

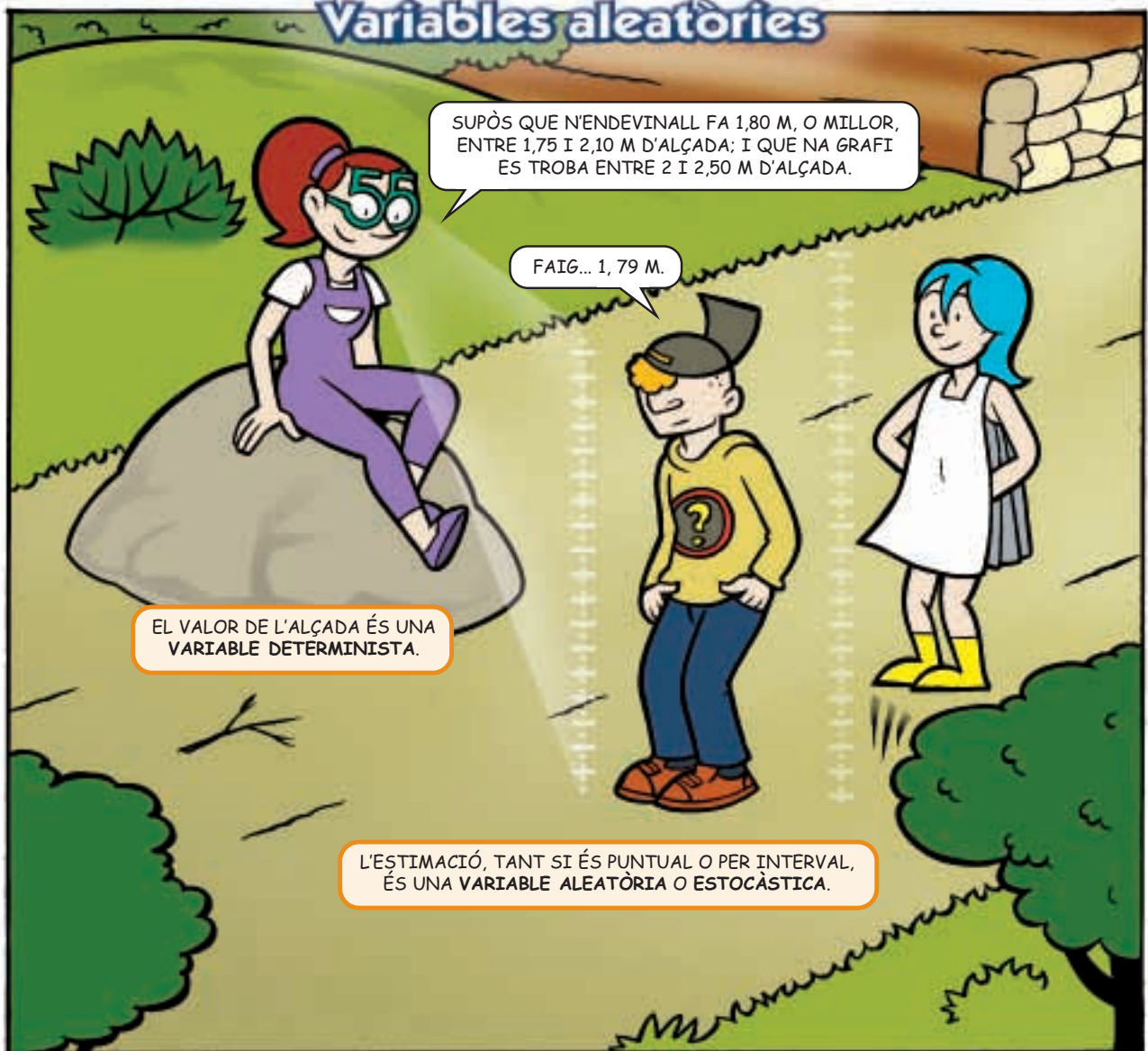
AFEGIM-HI ARA UNA CONDICIÓ: CADA DIA ES TIRA UNA MONEDA A L'AIRE, SI SURT CARA, S'HI AFEGEIXEN 10 €, I SI SURT L'ESCUT SE'N RESTEN 10.



A MI M'AGRADARIA DESTACAR QUE EL FET QUE AQUESTS PRIMERS EXEMPLES PER A LES VARIABLES ALEATÒRIES SIGUIN DE JOC (DAUS, MONEDES, CARTES, ETC.), ÉS PER LA SEVA FACILITAT TANT PROBABILÍSTICA COM GRÀFICA...



Variables aleatòries





VERMELL... SÍ NEGRE... NO	Casa 1a	Casa 2a	Casa 3a	Casa 4a	Casa 5a
Color	Vermella/Blava	BLAVA 🏠	Blava/Verda	Blava	Blava
Nacionalitat	NORUEC 🇳🇴	Britànic/Noruec	Noruec/Danès	Noruec	Noruec
Beguda	Llet/te	Suc d'aranja Llet/cafè	LLET 🥛	Llet	Llet
Professió	Matemàtic	Biòleg	Informàtic	-	-
Animal	-	-	-	-	-



CAPÍTOL 5



ANDREI NIKOLAEVICH
KOLMOGOROV, MOSCÚ (1903-1987)





REPASSEM ELS TIPUS DE VARIABLES PER ENTENDRE LES OBSERVACIONS I LES DADES AMB QUÈ FAREM FEINA.

CREC QUE EM TOCA COMENÇAR: LES VARIABLES PODEN SER QUALITATIVES I QUANTITATIVES.



LES QUALITATIVES REPRESENTEN QUALITATS O ATRIBUTS I NO SÓN VERTADERES QUANTITATS O NOMBRES, NO SÓN QUANTIFICABLES.



LES QUANTITATIVES SÓN MESURES LA MAGNITUD DE LES QUALS ES DÓNA AMB UNA XIFRA NUMÈRICA.



PERÒ LES QUALITATIVES PODEN SER DE DOS TIPUS: NOMINALS O ORDINALS.



LES NOMINALS INDUEN UNA QUALITAT, UN NOMBRE NO ORDENABLE.



SI NO M'EN DONAU UN EXEMPLE... ENCARA NO HO TENC CLAR.

AQUÍ TENS UN ENFILALL; EL GÈNERE: MASCULÍ O FEMENÍ; EL SEXE: HOME O DONA; LA NACIONALITAT: ESPANYOLA, ALEMANYA, EQUATORIANA, HINDÚ, ETC.



LES ORDINALS INDUEN UNA QUALITAT ORDENABLE.



EXEMPLES, MIRA... LA CLASSIFICACIÓ D'UNA PEL·LÍCULA:

AVORRIDÍSSIMA, AVORRIDA, PASSABLE, DIVERTIDA, EXTRAORDINÀRIA.

LA MAJORIA DE LES QUALIFICACIONS D'ATRIBUTS:

DOLENT, PASSABLE, BO.

PERÒ JO HE VIST QUE DE VEGADES ES POSEN NOMBRES A AQUESTES VARIABLES.

SÍ, TENS RAÓ. PERÒ AQUESTS GUARISMES NO TENEN VALOR DE MAGNITUD NUMÈRICA.

PER EXEMPLE, PER INDICAR HOME I DONA, ALGUNES TAULES MARQUEN RESPECTIVAMENT 0 I 1, PERÒ AIXÒ NO VOL DIR QUE ELS HOMES NO VALGUIN RES I LES DONES TINGUIN UNA QUALIFICACIÓ DE NOMÉS 1.

SÓN SOLAMENT SÍMBOLS, DE FACILITAT OPERATIVA.

PERÒ AMB AQUESTES VARIABLES QUALITATIVES NOMINALS NO PODRÈM, PER EXEMPLE, TREURE'N LA MITJANA, PERQUÈ 0 I 1 SÓN FICTICIS.

SERIA ABSURD DIR, PER EXEMPLE, QUE LA MITJANA D'UN GRUP D'HOMES I DONES ÉS 0,45, PERQUÈ NO TÉ CAP SENTIT.

PERÒ SÍ QUE PODEM TROBAR EL PERCENTATGE DE CADA UN.



EXERCICIS.

	T'agrada?	Freqüència absoluta	Freqüència relativa	Percentatge
El cinema d'aven- tures	Gens	30	0,1000	10,00%
	Poc	45	0,1500	15,00%
	Bastant	65	0,2167	21,67%
	Molt	90	0,3000	30,00%
	Amb bogeria	70	0,2333	23,33%
	Total =	300	1	100,00%



EN LES VARIABLES QUALITATIVES ORDINALS, ELS NOMBRES QUE S'INDIQUEN M'IMAGIN QUE SÓN DEL MATEIX TIPUS QUE EN LES VARIABLES NOMINALS.

ALGUNES MARQUES UTILITZEN LA TALLA 0 EN ROBA DE NADÓ, SENSE QUE AIXÒ VULGUI DIR QUE NO ET DONEN RES QUAN EN COMPRES.





	T'agrada?	Valors	Freqüència absoluta	Freqüència relativa	X*fr
El cinema d'aventures	Gens	1	30	0,1000	0,1000
	Poc	2	45	0,1500	0,3000
	Bastant	3	65	0,2167	0,6500
	Molt	4	90	0,3000	1,2000
	Amb bogeria	5	70	0,2333	1,1667
	Total=		300	Mitjana=	3,4167

COM ES POT VEURE, LA MITJANA NO TÉ VALOR SIGNIFICATIU. ENS DIU QUE SEMBLA QUE ES DECANTEN PER LES DARRERES RESPOSTES, PERÒ...



ARA VEIG QUE AQUESTS NOMBRES SÓN FICTICIS, PERQUÈ JO HI HAGUÉS POGUT ASSIGNAR 0, 1, 2, 3 I 4, PER EXEMPLE, O QUALSSEVOL ALTRES MENTRE FOSSIN DISTINTS ENTRE SI.



FINS I TOT HI PODRIES HAVER POSAT 5, 4, 3, 2 I 1; I A MÉS, A LA CLASSIFICACIÓ DE DALT, "MOLT" NO ÉS EL DOBLE QUE "POC", ENCARA QUE "4" SIGUI EL DOBLE QUE "2".



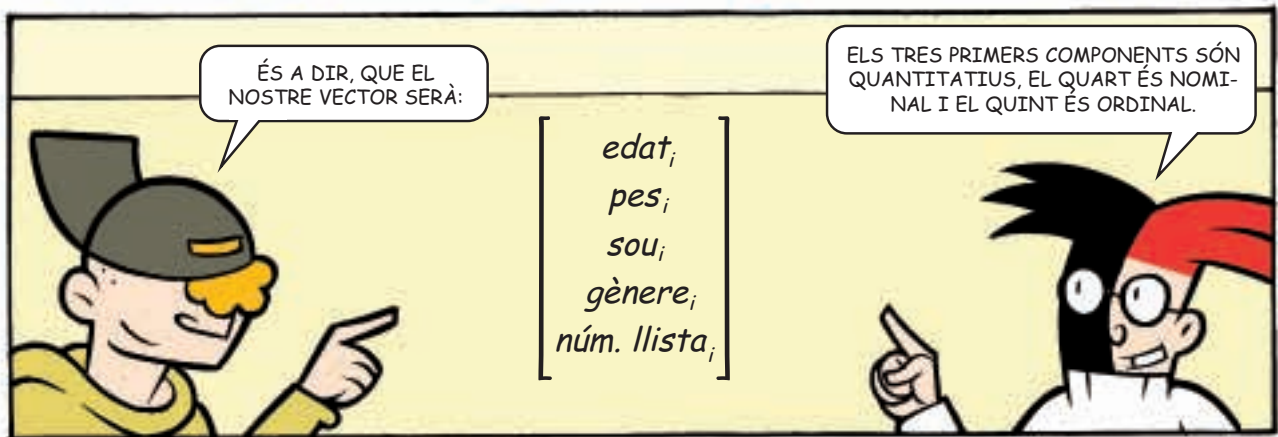


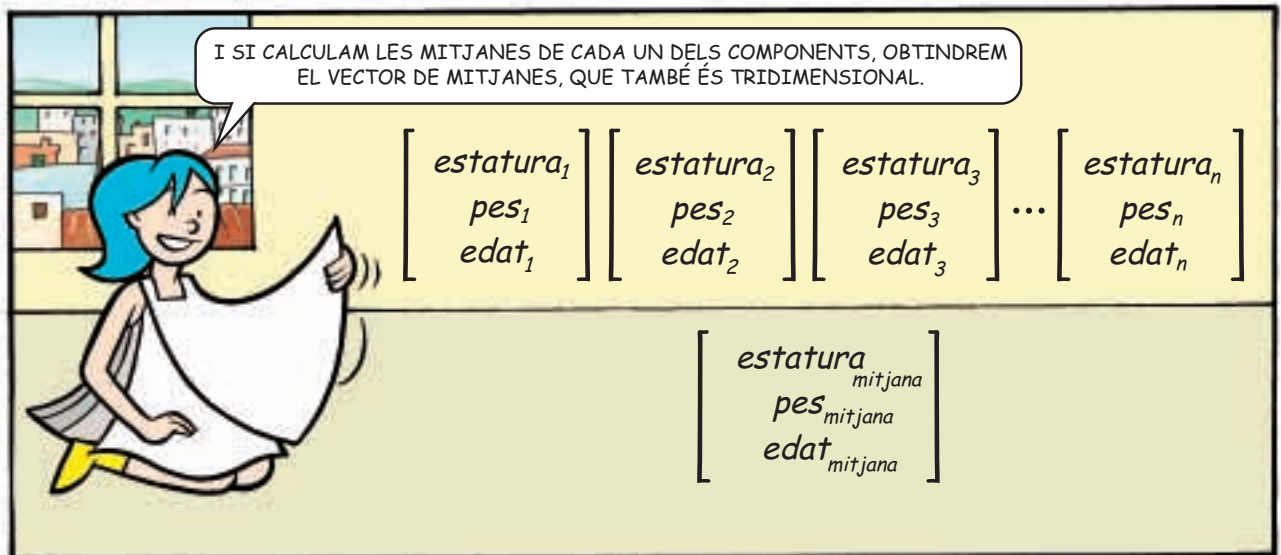


OBSERVACIÓ UNIVARIABLE:
"L'EDAT".



OBSERVACIÓ MULTIVARIABLE:
"L'EDAT, EL PES, EL SOU SETMANAL, EL GÈNERE, EL NÚMERO A LA LLISTA DE LA CLASSE".





X	f. Absoluta	f. Relativa	X*fr	X al quadrat	X*X*fr
1.380.000	6	0,20	276.000	1.904.400.000.000	380.880.000.000
1.400.000	9	0,30	420.000	1.960.000.000.000	588.000.000.000
1.480.000	12	0,40	592.000	2.190.400.000.000	876.160.000.000
1.520.000	3	0,10	152.000	2.310.400.000.000	231.040.000.000
	30	Mitjana=	1.440.000	Suma=	2.076.080.000.000

$$\text{Mitjana} = \sum x_i \cdot fr_i = 1.440.000$$

$$\text{Variància} = \sum x_i^2 \cdot fr_i - \bar{x}^2 = 2.480.000.000$$



DIVIDIM ELS VALORS DE X PER 10.000, A VEURE QUÈ PASSA.

X	f. Absoluta	f. Relativa	X*fr	X al quadrat	X*X*fr
138	6	0,20	28	19.044	3.809
140	9	0,30	42	19.600	5.880
148	12	0,40	59	21.904	8.762
152	3	0,10	15	23.104	2.310
	30	Mitjana=	144	Suma=	20.761

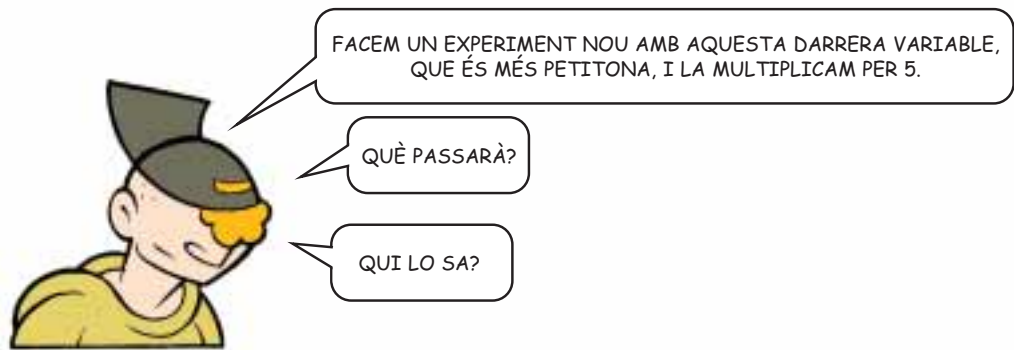
$$\text{Mitjana} = \sum x_i \cdot fr_i = 144$$

$$\text{Variància} = \sum x_i^2 \cdot fr_i - \bar{x}^2 = 24,80$$

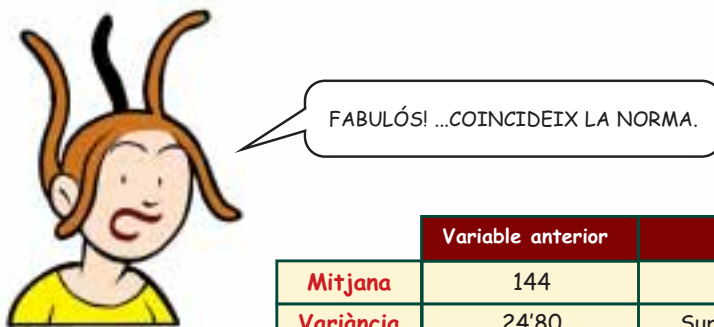


FACEM UN QUADRE DEL QUE HA PASSAT:

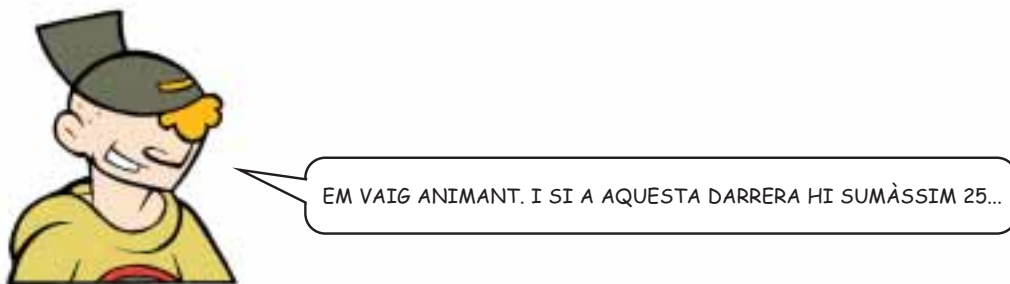
	Variable antiga	Variable antiga dividida per 10.000
Mitjana	1.440.000	Surt dividida per 10.000 = 144
Variància	2.480.000.000	Surt dividida per 10.000 al quadrat = 24,80



X	f. Absoluta	f. Relativa	X*fr	X al quadrat	X*X*fr
690	6	0,20	138	476.100	95.220
700	9	0,30	210	490.000	147.000
740	12	0,40	296	547.600	219.040
760	3	0,10	76	577.600	57.760
	30	Mitjana=	720	Suma=	519.020
		Variància=	620,00		



	Variable anterior	Variable anterior multiplicada per 5
Mitjana	144	Surt multiplicada per 5 = 720
Variància	24'80	Surt multiplicada per 5 al quadrat = 620



X	f. Absoluta	f. Relativa	X*fr	X al quadrat	X*X*fr
715	6	0,20	143	511.225	102.245
725	9	0,30	218	525.625	157.688
765	12	0,40	306	585.225	234.090
785	3	0,10	79	616.225	61.623
	30	Mitjana=	745	Suma=	555.645
		Variància=	620,00		



EN CANVI, AQUÍ LA VARIÀNCIA NO CANVIA.

	Variable anterior	Variable anterior més 25
Mitjana	720	Surt augmentada en 25
Variància	620	Es manté, no canvia

AU... SOM-HI! I SI A AQUESTA DARRERA LI RESTÀSSIM 100?



X	f. Absoluta	f. Relativa	X*fr	X al quadrat	X*X*fr
615	6	0,20	123	378.225	75.645
625	9	0,30	188	390.625	117.188
665	12	0,40	266	442.225	176.890
685	3	0,10	69	469.225	46.923
	30	Mitjana=	645	Suma=	416.645
		Variància=	620,00		

	Variable anterior	Variable anterior menys 100
Mitjana	745	Surt disminuïda en 100
Variància	620	Es manté, no canvia



VERMELL... SÍ NEGRE... NO	Casa 1a	Casa 2a	Casa 3a	Casa 4a	Casa 5a
Color	GROGA 🏠	BLAVA 🏠	VERMELLA 🏠	VERDA 🏠	BLANCA 🏠
Nacionalitat	NORUEC 🇳🇴	Britànic/Noruec Suec	BRITÀNIC 🇬🇧	Noruec/Britànic Danès	Noruec/Britànic
Beguda	Te/Llet/Suc d'aranja/Cafè	Cafè/Llet	LLET 🥛	CAFÈ ☕	Cafè/llet
Professió	BIÒLEG 🧬	Biòleg/Físic	Informàtic Matemàtic Biòleg	Informàtic Químic/Biòleg	Químic/Biòleg
Animal	Ca/Ocell Cavall	CAVALL 🐎	Ca/Cavall	Moix/Cavall	Moix/Cavall

CAPÍTOL 6



JOHN WILDER TUKEY, NEW BEDFORD
MASSACHUSETTS (1915-2000)



Mitjana	3.234,2180
Mediana	3.250,0000
Moda	3.200,0000
Mínim	500,0000
Màxim	4.820,0000
Variància	250.697,7025
Variància no esbiaixada	250.984,6511
Desviació estàndard	500,6972
Quasidesviació	500,9478

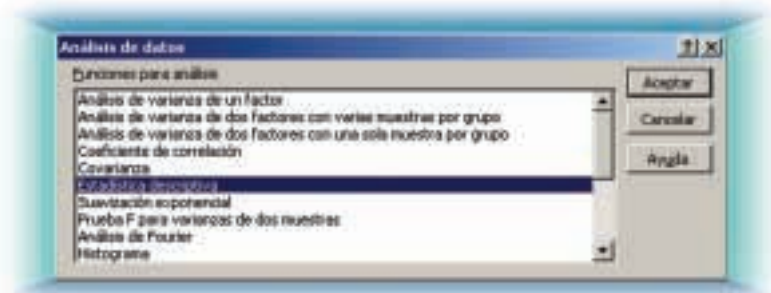
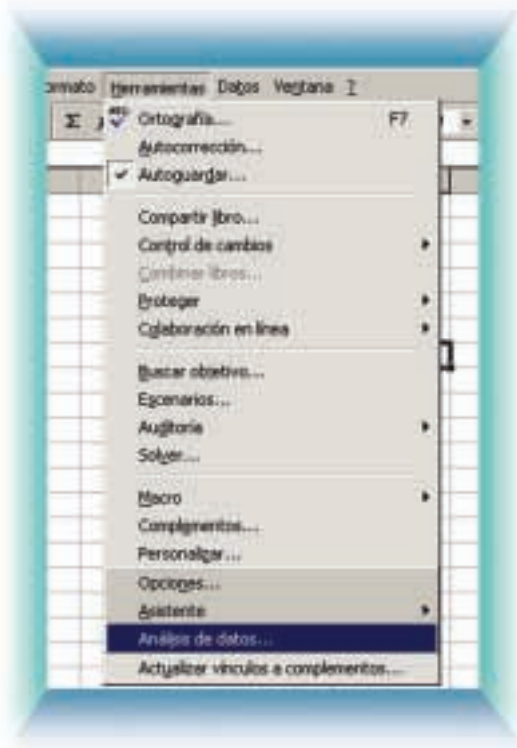
PESOS DE NADONS
1.000 observacions

JO VULL AFEGIR-NE D'ALTRES, QUE EM SERVIRAN PER A UNES EXPERIÈNCIES GRÀFIQUES QUE HE TREBALLAT.

Mitjana=	Primer quartil=	2950
	Segon quartil=	3250
Recorregut interquartílic=	Tercer quartil=	3570
	Tercer-primer quartil=	620

ABANS DE CONTINUAR, PODEM RECORDAR QUE EN EL FULL DE CÀLCUL HI HA UNA EINA QUE OBTÉ DIRECTAMENT I CONJUNTAMENT MOLTES D'AQUESTES MESURES.

CREC QUE ÉS DINS "ANÀLISI DE DADES".



PESOS DE NADONS



Mitjana	3234,218
Error típic	15,84135888
Mediana	3250
Moda	3200
Desviació estàndard	500,9477529
Variància de la mostra	250948,6511
Curiosi	2,203375205
Coefficient d'asimetria	-0,612646309
Rang	4320
Mínim	500
Màxim	4820
Suma	3234218
Compte	1000



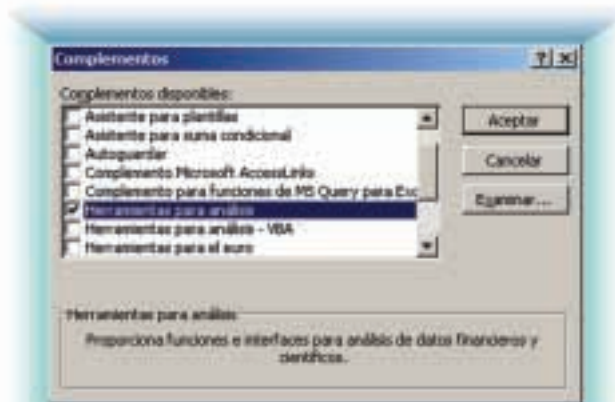
AQUÍ HEM D'OBSERVAR QUE L'ERROR TÍPIC ÉS LA DESVIACIÓ ESTÀNDARD DE LA MITJANA MOSTRAL (DISTRIBUCIÓ MOSTRAL DE MITJANES); LA VARIÀNCIA DE LA MOSTRA ÉS LA VARIÀNCIA NO ESBIAXADA O VARIÀNCIA CORREGIDA...



DEC DUR MALA SORT, PERQUÈ NO SOLAMENT NO HE ENTÈS AIXÒ DE LA DISTRIBUCIÓ MONSTRE DE NO SÉ QUÈ... SINÓ QUE NI TAN SOLS SURT AL MEU ORDINADOR AIXÒ DE L'ANÀLISI DE DADES".



TENS UNA SORT... EL QUE PASSA ÉS QUE NO HO TENS HABILITAT; FES EL QUE ET DIRÉ I VEURÀS QUE PODRÀS FER-HI FEINA...



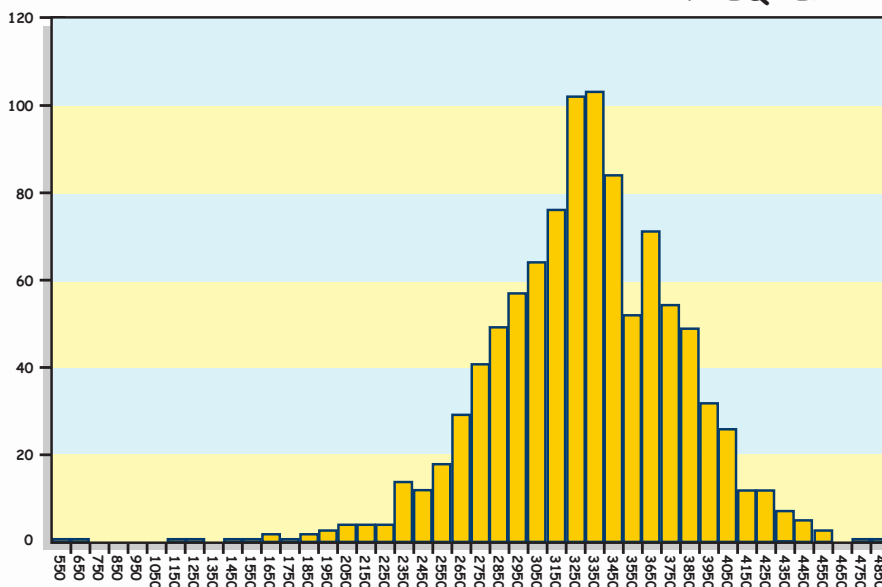


CLASSES			
Inferior (inclòs)	Superior (exclòs)	MARCA	Freqüència
500	600	550	1
600	700	650	1
700	800	750	0
800	900	850	0
900	1000	950	0
1000	1100	1050	0
1100	1200	1150	1
1200	1300	1250	1
1300	1400	1350	0
1400	1500	1450	1
1500	1600	1550	1
1600	1700	1650	2
1700	1800	1750	1
1800	1900	1850	2
1900	2000	1950	3
2000	2100	2050	4
2100	2200	2150	4
2200	2300	2250	4
2300	2400	2350	14
2400	2500	2450	12
2500	2600	2550	18
2600	2700	2650	29
2700	2800	2750	41
2800	2900	2850	49
2900	3000	2950	57
3000	3100	3050	64
3100	3200	3150	76
3200	3300	3250	102
3300	3400	3350	103
3400	3500	3450	84
3500	3600	3550	52
3600	3700	3650	71
3700	3800	3750	54
3800	3900	3850	49
3900	4000	3950	32
4000	4100	4050	26
4100	4200	4150	12
4200	4300	4250	12
4300	4400	4350	7
4400	4500	4450	5
4500	4600	4550	3
4600	4700	4650	0
4700	4800	4750	1
4800	4900	4850	1

AMB AQUESTA REPRESENTACIÓ GRÀFICA:



FREQÜÈNCIA

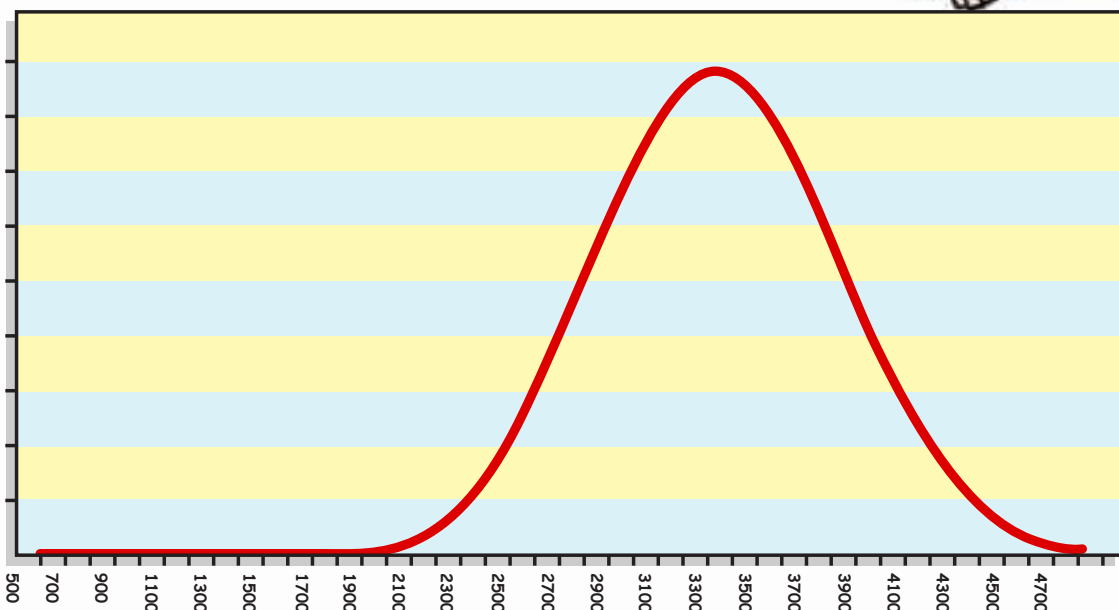


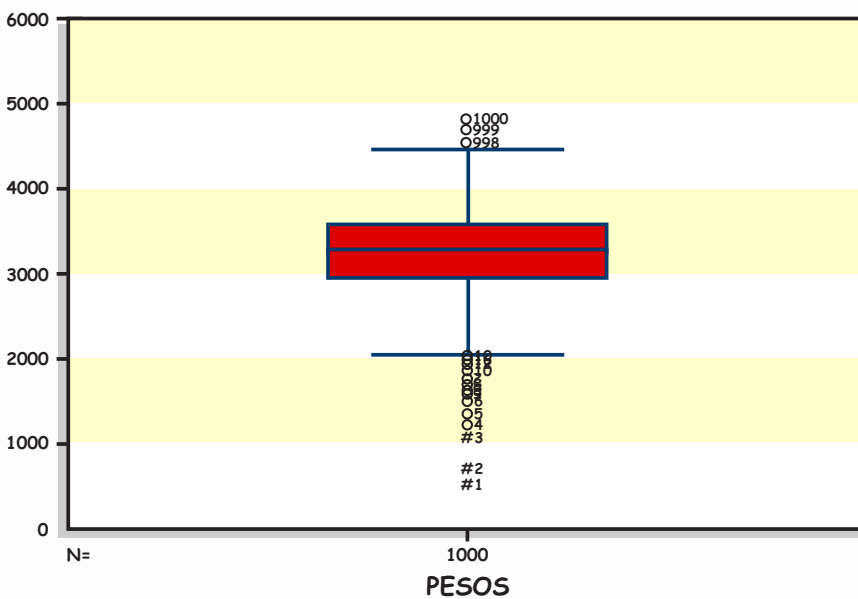
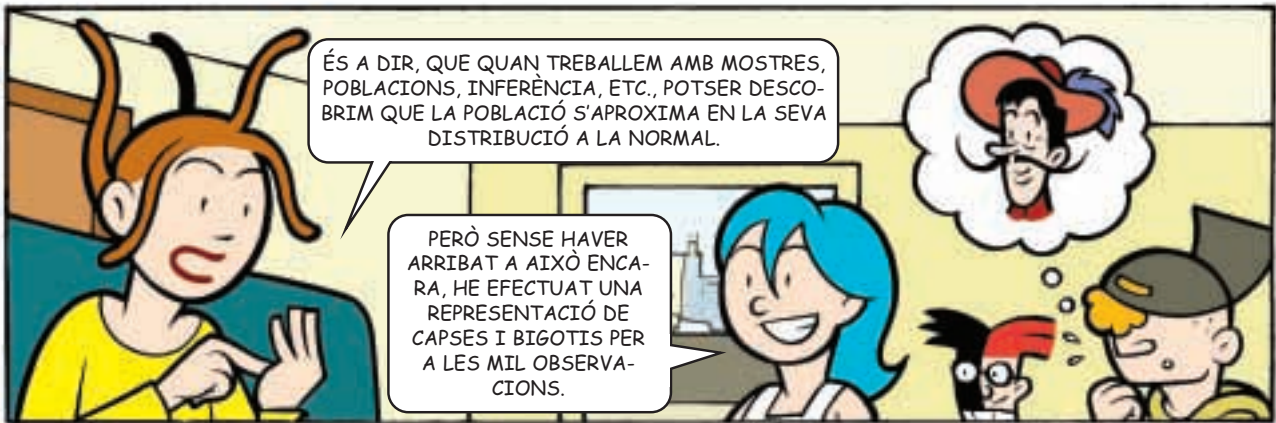
SI FEM ELS CÀLCULS DE LA MITJANA, PER CLASSES, VEIEM QUE ENS SURT UNA APROXIMACIÓ, COMPRENSIBLE PERQUÈ ABANS A CADA VALOR ELS DONÀVEM LA SEVA VERDADERA MAGNITUD I ARA SEMPRE LI DONAM EL DE LA SEVA MARCA DE CLASSE.

Mitjana= 3.234,2180 Per classes= 3296,9000

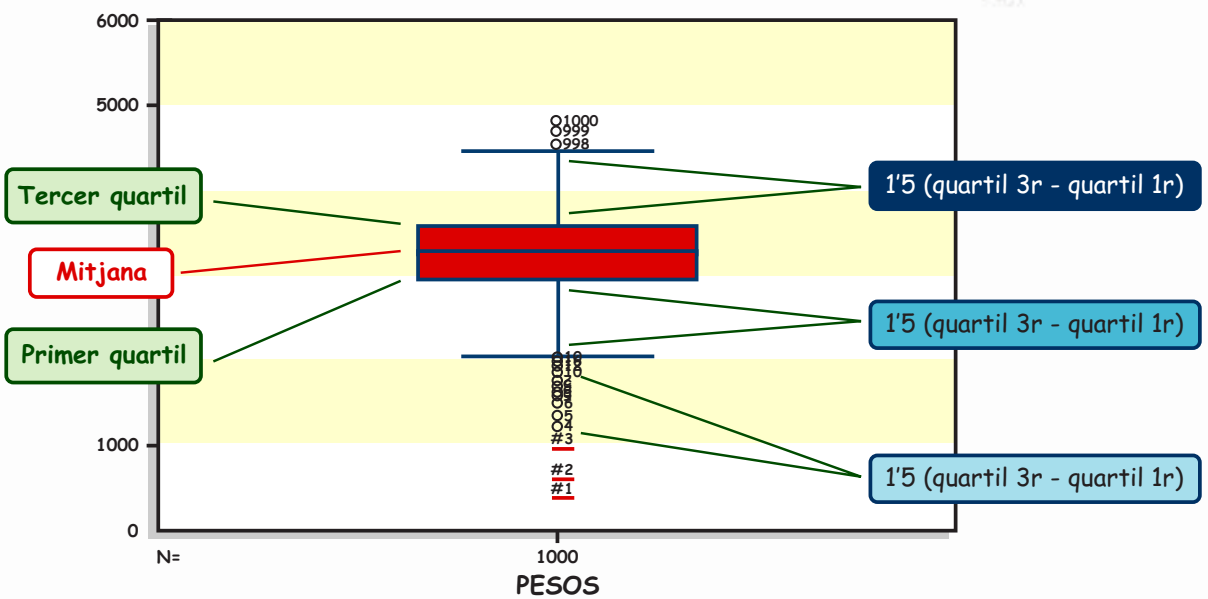


SERIA CONVENIENT SOMNIAR QUE SI, EN COMPTES D'HAVER AGAFAT 1.000 OBSERVACIONS, N'HAGUÈSSIM AGAFAT MILERS DE MILERS, LA FIGURA ANIRIA PRESENTANT LA SEGÜENT FORMA:





BÉ, POS UNA ALTRA TRANSPARÈNCIA DE LES MEVES, I DESPRÉS CONT COM HO HE ELABORAT.



PASSOS QUE S'HAN DE SEGUIR: 1. ORDEN LES OBSERVACIONS DE MENOR A MAJOR.



	A	B	979	979	4200
1	1	600	980	980	4200
2	2	648	981	981	4200
3	3	1056	982	982	4200
4	4	1224	983	983	4250
5	5	1408	984	984	4250
6	6	1470	985	985	4300
7	7	1600	986	986	4300
8	8	1665	987	987	4319
9	9	1700	988	988	4320
10	10	1800	989	989	4320
11	11	1810	990	990	4360
12	12	1860	991	991	4360
13	13	1900	992	992	4360
14	14	1900	993	993	4360
15	15	1980	994	994	4365
16	16	2000	995	995	4470
17	17	2040	996	996	4500
18	18	2040	997	997	4500
19	19	2050	998	998	4700
20	20	2080	999	999	4700
			1000	1000	4820

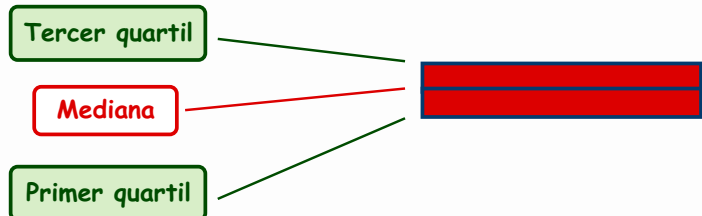
2. CALCUL LA MEDIANA I ELS QUARTILS PRIMER I TERCER.



Primer quartil=	2950
Mediana=	3250
Tercer quartil=	3570



AMB AIXÒ PUC CONSTRUIR LA CAPSA:



3. CALCUL EL RECORREGUT INTERQUARTÍLIC.

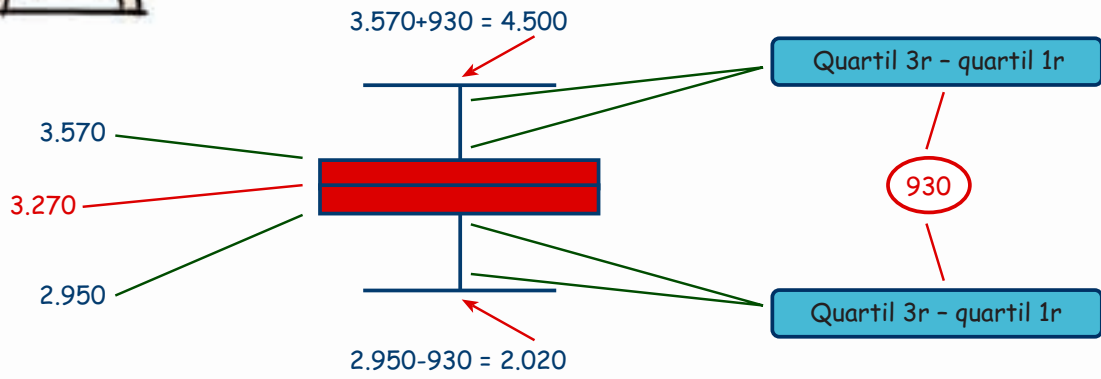


Recorregut interquartílic=	Tercer-primer quartil=	620
-----------------------------------	------------------------	------------



4. MULTIPLIC AQUESTA QUANTITAT PER 1,5.

$$620 \text{ per } 1,5 = 930$$

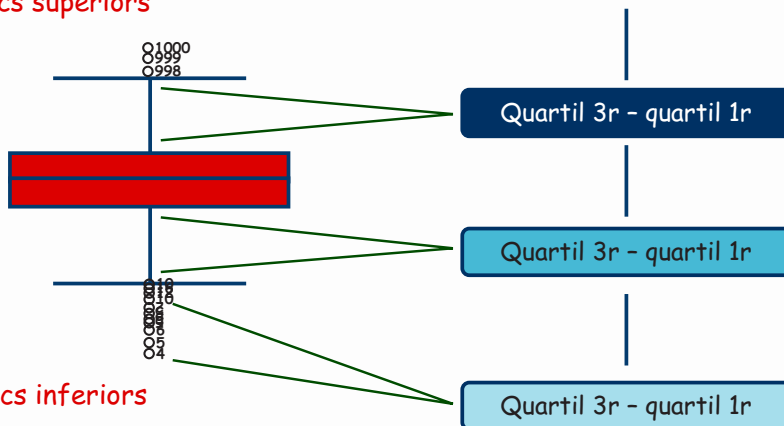


5. ES REPRESENTEN AMB UN ROTLLET TOTS I CADA UN DELS VALORS:

- A. QUE ES TROBIN ENTRE EL LÍMIT SUPERIOR DEL BIGOTI DE DALT I "EL SEU VALOR MÉS (UNA ALTRA VEGADA) 930".
- B. QUE ES TROBIN ENTRE EL LÍMIT INFERIOR DEL BIGOTI DE BAIX I "EL SEU VALOR MENYS 930".

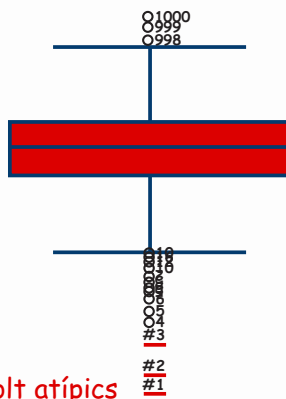
ANOMENAREM A AQUESTS VALORS ATÍPICS PER DALT I ATÍPICS PER BAIX RESPECTIVAMENT.

Atípics superiors





6. ES MARCARAN AMB UNA CREU O UN SÍMBOL DISTINT DEL ROTLLE TOTS I CADASCUN DELS QUE SUPERIN O SIGUIN INFERIORS ALS JA INDICATS COM A ATÍPICS, I ELS ANOMENAREM "MOLT ATÍPICS".



UNA OBSERVACIÓ: ELS BIGOTIS PODEN SER MÉS CURTS, EN EL CAS DELS VALORS INFERIOR O SUPERIOR, BÉ PER DAVALL, BÉ PER DALT O PER AMB DÓS COSTATS, SI SÓN MAJORS O MENORS RESPECTIVAMENT QUE L'EXTREM DEL BIGOTI, QUE MAI ESTARAN FORA DELS LÍMITS QUE MARCARIEN ELS VALORS MÍNIM I MÀXIM DE LES OBSERVACIONS.

AIXÍ ES VEU EN EL NOSTRE CAS QUE, COM HEM ORDENAT ELS PESOS, EL PRIMER, EL SEGON I EL TERCER SÓN MOLT ATÍPICS; I PER EXEMPLE, ELS DELS LLOCS 998, 999 I 1000 SÓN ATÍPICS SUPERIORS.



1	500	Molt atípics
2	648	
3	1056	
4	1224	ATÍPICS
5	1408	
6	1470	
7	1600	
8	1605	
9	1700	
10	1800	
11	1810	
12	1860	
13	1900	
14	1900	
15	1990	
16	2000	
		Bigoti
		2020
		2950
		3250
		3570
		4500
		Bigoti
		Capsa
997	4500	
998	4500	
999	4700	
1000	4820	



D'AQUEST GRÀFIC ES PODEN OBTENIR MOLTES HIPÒTESIS SOBRE LES OBSERVACIONS, QUE COM SEMPRE, HEM DE CONFIRMAR NUMÈRICAMENT.



Any	Total	Nins	Nines
1975	11116	5872	5244
1976	11169	5820	5349
1977	10424	5363	5061
1978	10041	5189	4852
1979	10120	5236	4884
1980	9822	4991	4831
1981	9350	4797	4553
1982	9154	4961	4193
1983	8952	4838	4114
1984	8865	4722	4143
1985	8961	4735	4226
1986	8724	4560	4164
1987	8592	4357	4235
1988	8730	4535	4195
1989	8873	4610	4263
1990	8799	4594	4205
1991	8602	4510	4092
1992	8470	4364	4106
1993	7895	3999	3896
1994	7686	3976	3710
1995	7693	3911	3782
1996	7787	3991	3796
1997	8173	4245	3928
1998	8305	4322	3983
1999	8848	4558	4290
2000	9503	4888	4615
2001	9858	4995	4863
2002	10420	5382	5038
2003	10655	5420	5235

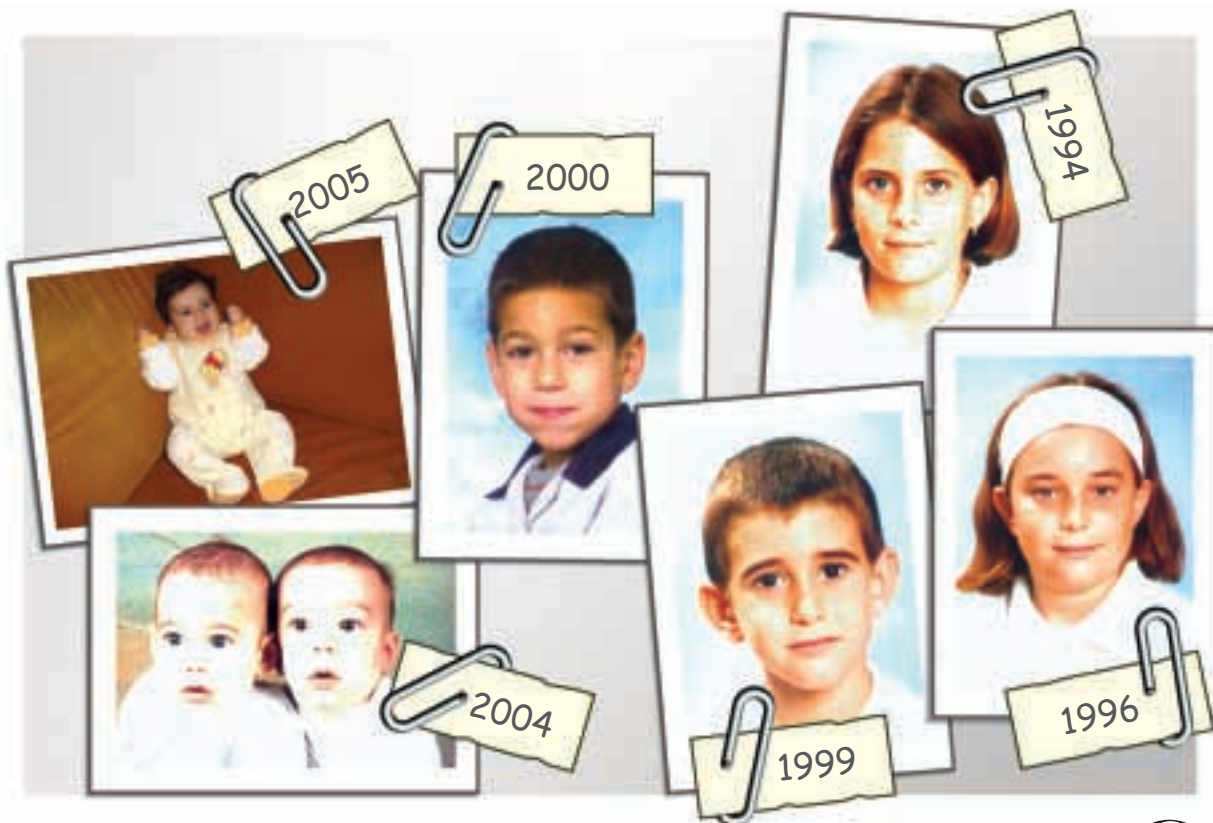
ENCARA QUE JA ESTUDIAREM QUAN TOQUI LES SÈRIES TEMPORALS, JA EN PODEM FER ALGUNA COSETA...

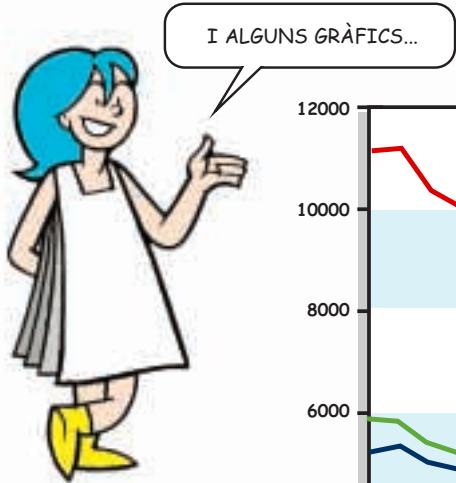


PER COMENÇAR, PODEM OBTENIR DE CADA UNA DE LES TRES SÈRIES UN RESUM D'ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

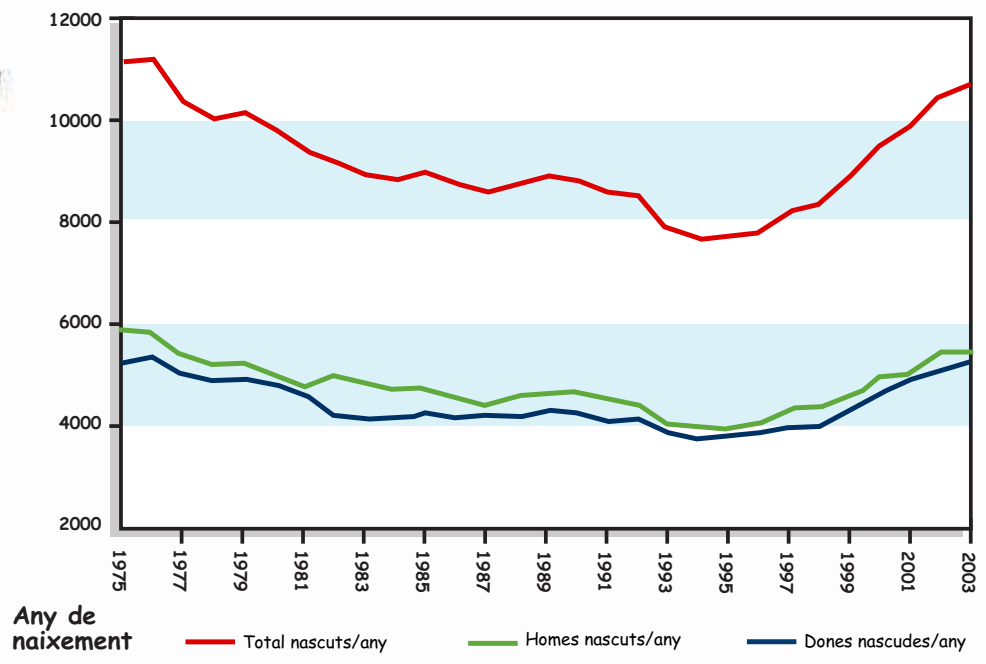


		Total nascuts/any	Homes nascuts/any	Dones nascudes/any
Estadístic	Núm. anys	29	29	29
	Rang	3483	1961	1639
	Mínim	7686	3911	3710
	Màxim	11169	5872	5349
	Mitjana	9158,17	4749,69	4408,48
	Desv. típ.	991,74	522,87	482,92
	Variància	983555,576	273388,650	233214,401
Error típic	Asimetria	,464	,371	,539
	Curtosi	-,584	-,295	-,932
	Mitjana	184,16	97,09	89,68
	Asimetria	,434	,434	,434
	Curtosi	,845	,845	,845





I ALGUNS GRÀFICS...



SÍ SENYOR! AIXÒ HO COMENÇ A VEURE... MIRAU..., LA VERMELLA (TOTAL) ÉS LA SUMA DELS NAIXEMENTS DE NINS (LA VERDA) I DE NINES (LA BLAVA) PER CADA ANY.

TAMBÉ VEIEM QUE ELS NAIXEMENTS, TANT PER SEPARAT COM CONJUNTAMENT, VAREN COMENÇAR A DECRÉIXER EN SENTIT ABSOLUT FINS L'ANY 1995 APROXIMADAMENT.

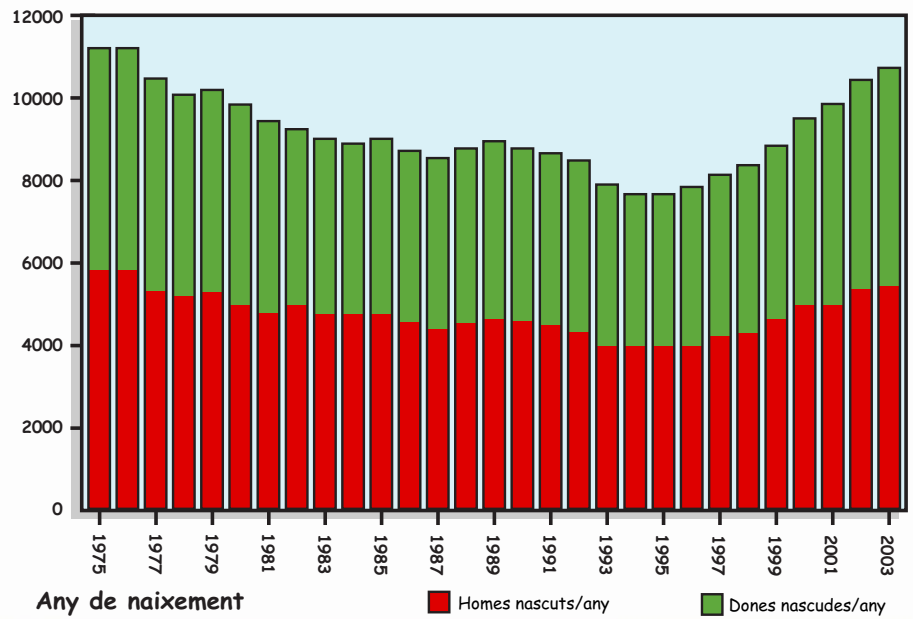


PERÒ DESPRÉS HA COMENÇAT A RECUPERAR-SE, I SEMBLA QUE LES NINES GAIREBÉ AGAFEN LES DE 1975.



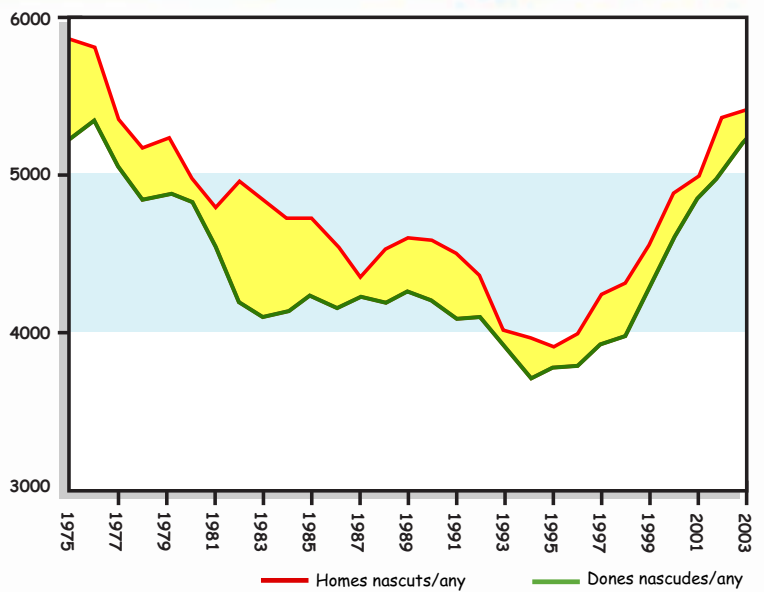
VEIG QUE JA ANAM AVANÇANT EN EL MEDI ESTADÍSTIC, N'ATZARETA HA DIT "EN SENTIT ABSOLUT", PERQUÈ POTSER PER A UN ESTUDI MÉS DETALLAT HAURIEM DE COMPARAR ELS NASCUTS DE CADA ANY AMB LA POBLACIÓ TOTAL, O AMB LES DONES EN EDAT FÈRTIL...

DONCS SÍ QUE S'HI PODEN FER EXPERIÈNCIES... PERÒ VEGEM UN ALTRE GRÀFIC, A VEURE SI EL DESCOBRESC.



ÉS EL MATEIX PERÒ AMB UN DIAGRAMA DE BARRES.

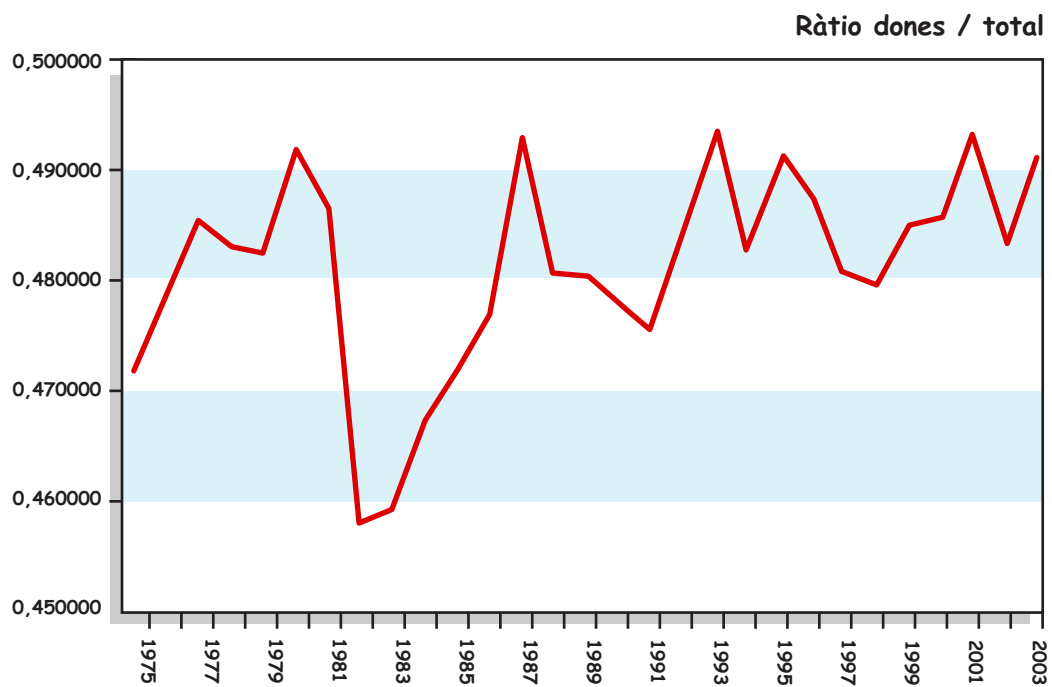
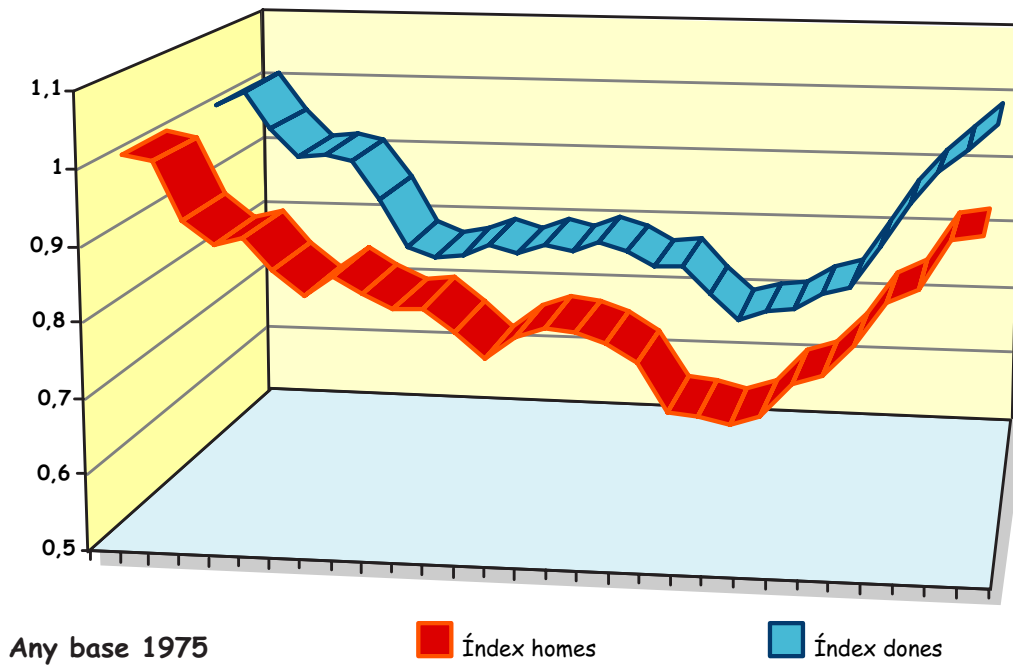
EXTRAORDINARI!



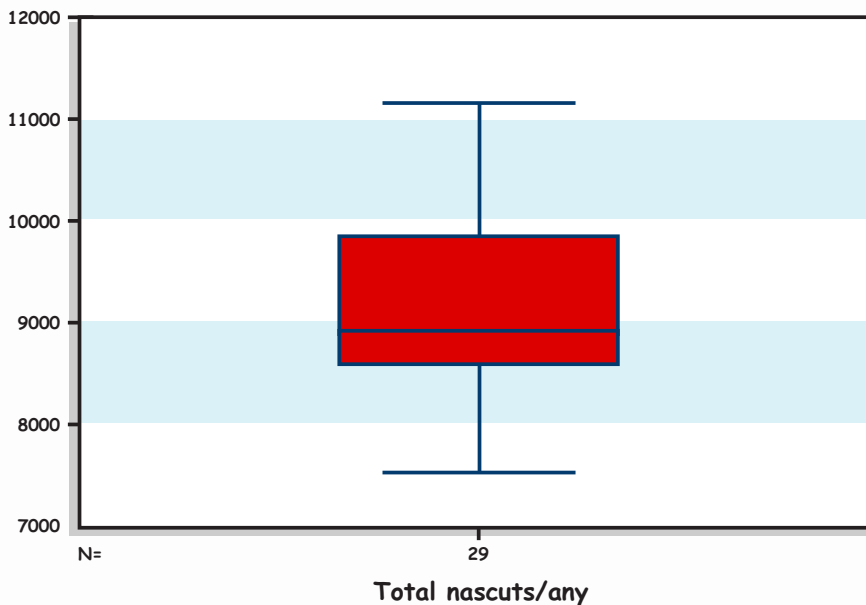


HE REALITZAT UNS ÍNDEXS SIMPLS I, A MÉS, UNA RÀTIO (O QUOCIENT ENTRE LES DONES NASCUTES CADA ANY I EL TOTAL DE NASCUTS) QUE VULL QUE VEGEU.

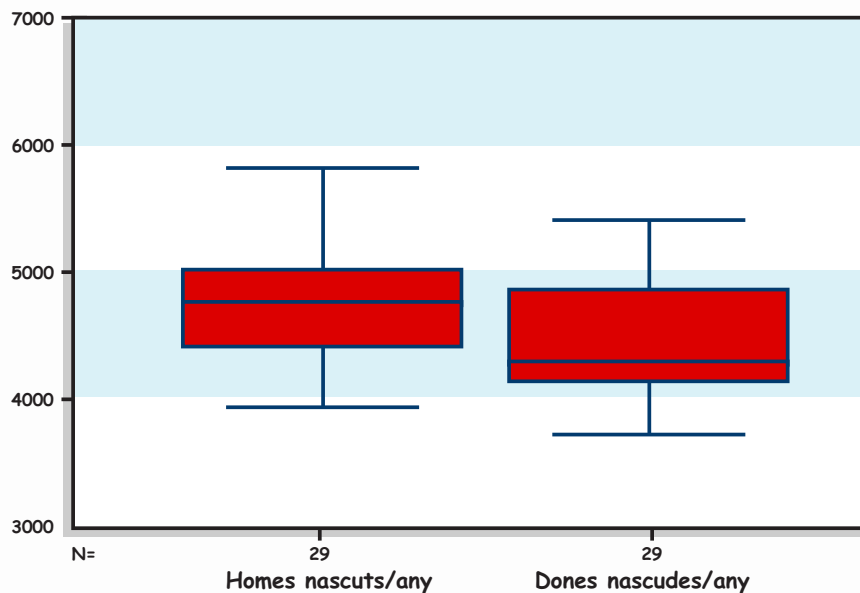
Any	Índexs any base 1975			Ràtio dones/total
	Índex del total	Índex homes	Índex dones	
1975	1	1	1	0,471752
1976	1,004768	0,991144	1,020023	0,478915
1977	0,937747	0,913317	0,965103	0,485514
1978	0,903293	0,883685	0,925248	0,483219
1979	0,910399	0,891689	0,931350	0,482609
1980	0,883591	0,849966	0,921243	0,491855
1981	0,841130	0,816928	0,868230	0,486952
1982	0,823498	0,844857	0,799580	0,458051
1983	0,805326	0,823910	0,784516	0,459562
1984	0,797499	0,804155	0,790046	0,467343
1985	0,806135	0,806369	0,805873	0,471599
1986	0,784815	0,776567	0,794050	0,477304
1987	0,772940	0,741996	0,807590	0,492900
1988	0,785354	0,772309	0,799962	0,480527
1989	0,798219	0,785082	0,812929	0,480446
1990	0,791562	0,782357	0,801869	0,477895
1991	0,773840	0,768052	0,780320	0,475703
1992	0,761965	0,743188	0,782990	0,484770
1993	0,710237	0,681029	0,742944	0,493477
1994	0,691436	0,677112	0,707475	0,482696
1995	0,692065	0,666042	0,721205	0,491616
1996	0,700522	0,679666	0,723875	0,487479
1997	0,735246	0,722922	0,749047	0,480607
1998	0,747121	0,736035	0,759535	0,479591
1999	0,795970	0,776226	0,818078	0,484855
2000	0,854894	0,832425	0,880053	0,485636
2001	0,886830	0,850647	0,927346	0,493305
2002	0,937388	0,916553	0,960717	0,483493
2003	0,958528	0,923025	0,998284	0,491319



JO TORN AL MEU TERRITORI.



ÉS INTERESSANT TREURE'N ALGUNES PRECONCLUSIONS, PERÒ ÉS MOLT MILLOR FER-HO SOBRE ELS DIAGRAMES DE CAPSES I BIGOTIS DE NINS I NINES.



OBSERVEM QUE NO HI HA HAGUT CAP ANY EN QUÈ LA XIFRA DE NASCUTS O NASCUTES HAGI ESTAT ATÍPICA.



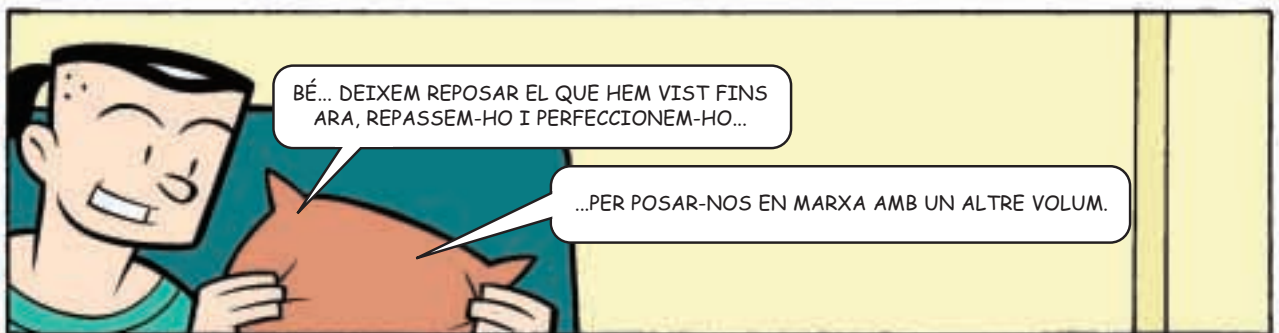
EL 50% INTERMEDI ÉS MÉS AMPLI EN LES DONES QUE EN ELS HOMES. LA CAPSA DE LES NINES ÉS MÉS ALTA QUE LA DELS NINS, ENCARA QUE ESTIGUI MÉS BAIXA.





NEIXEN MÉS HOMES QUE DONES. TOTS ELS LÍMITS DE LA CAPÇA I ELS BIGOTIS DELS NINS SÓN MÉS ALTS QUE ELS DE LES NINES.

FIXAU-VOS QUE AQUÍ ALGUNS BIGOTIS SÓN MÉS CURTS QUE EL QUE ELS CORRESPON PER FÓRMULA, LA QUAL COSA ENS INDICA QUE ELS VALORS NO ES DISPERSEN GAIRE EN AQUESTS CASOS.



BÉ... DEIXEM REPOSAR EL QUE HEM VIST FINS ARA, REPASSEM-HO I PERFECCIONEM-HO...

...PER POSAR-NOS EN MARXA AMB UN ALTRE VOLUM.



EHI NO HI HA DRET, HE DE TANCAR JO!



SEGUR QUE NO HO CREUREU... HE RESOLT L'ENDEVINALLA!

VERMELL... SÍ NEGRE... NO	Casa 1a	Casa 2a	Casa 3a	Casa 4a	Casa 5a
Color	GROGA 	BLAVA 	VERMELLA 	VERDA 	BLANCA 
Nacionalitat	NORUEC 	DANÈS 	BRITÀNIC 	ALEMANY 	SUEC 
Beguda	AIGUA 	TE 	LLET 	CAFÈ 	SUC D'ARANJA 
Professió	BIÒLEG 	QUÍMIC 	FÍSIC 	MATEMÀTIC 	INFORMÀTIC 
Animal	MOIX 	CAVALL 	OCELL 	PEIX 	CA 



FINS EL CURS QUE VE!



FI



Govern
de les Illes Balears

ibae
INSTITUT BALEAR
D'ESTADÍSTICA

Conselleria d'Economia, Hisenda i Innovació > Direcció General d'Economia